Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE DIRECT®
C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 338 (2004) 1–6
COMPTES RENDUS MATHEMATIQUE

Analyse complexe

Division des distributions et applications à l'étude d'idéaux de fonctions holomorphes

Emmanuel Mazzilli

Laboratoire de géométrie, analyse et topologie, CNRS UMR 8524, UFR de mathématiques, Université Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq cedex, France

Reçu le 10 septembre 2003 ; accepté le 4 novembre 2003

Présenté par Paul Malliavin

Résumé

Dans cette Note, nous tentons de définir l'équivalent des courants résiduels sans utiliser la résolution des singularités. Comme application, nous démontrons une formule de représentations des fonctions holomorphes à l'aide de ces courants (une formule similaire à celle de Passare (Math. Scand. 62 (1988) 75–152). ***Pour citer cet article : E. Mazzilli, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 338 (2004).***
© 2003 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Division distributions and applications to the study of ideals of holomorphic functions. In this Note, we construct residue currents without Hironaka's theorem. As an application, we obtain a representation formula for holomorphic function as in Passare (Math. Scand. 62 (1988) 75–152). ***To cite this article: E. Mazzilli, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 338 (2004).***
© 2003 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abridged English version

Let f be a holomorphic function on a domain D of $\mathbb{C}^n$, in this Note we construct a distribution, X, with a property $fX = 1$. We know that $\frac{1}{f}$, the principal value of f satisfy this relation, but to construct this distribution we use the resolution of singularities (see [12,16]); in our case, we obtain X in a elementary way, only with the preparation theorem of Weierstrass. We show that with any distribution X satisfying $fX = 1$, we have a representation formula for the function, g on D, in terms of X and $\bar{\partial} X$, and we deduce the theorem:

Theorem 0.1. *A function g is in the ideal generated by f on D if and only if $g\bar{\partial}X = 0$.*

In this Note, we generalize this construction for a complete intersection of codimension bigger then one, in some particular cases.

Adresse e-mail : Emmanuel.Mazzilli@agat.univ-lille1.fr (E. Mazzilli).

1631-073X/$ – see front matter © 2003 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.
doi:10.1016/j.crma.2003.11.001

1. Introduction et principales notations

En analyse complexe, pour étudier des problèmes de division de fonctions holomorphes (voir [16]), des problèmes d'extension de fonctions holomorphes (voir par exemple [1,8,15]), l'équation de Cauchy–Riemann sur une variété avec singularités (voir [11]), on introduit les courants résiduels (voir [5]). Malheureusement, l'existence de ces courants est assurée par le théorème de résolution des singularités ce qui ne permet pas de préciser l'action de ces objets sur les formes tests de bidegrés correspondants, sauf dans des cas très particuliers (voir [7]) ; par exemple, il n'est pas évident du tout d'avoir des informations sur l'ordre de ces distributions sur un compact fixé.

Examinons le cas le plus simple, celui de la codimension 1 : ici, nous avons deux courants, la valeur principale, $V_p(f)$ et $\bar\partial V_p(f)$ (voir [12]) :

$$V_p(f)(\varphi)=\lim_{\varepsilon\to 0}\int\limits_{\{|f|\geqslant\varepsilon\}}\frac{\varphi}{f}\quad\text{et}\quad \bar\partial V_p(f)(\varphi)=\lim_{\varepsilon\to 0}\int\limits_{\{|f|=\varepsilon\}}\frac{\varphi}{f}\,;$$

en fait, il est facile de voir que ces deux courants ont des propriétés très intéressantes car $fV_p(f)=1$. Le problème consiste donc à construire une distribution qui « divise f » de la manière la plus explicite possible (ceci est toujours possible si f est réelle analytique voir [13] et [14]) : dans la Section 2, nous construisons une distribution ayant cette propriété, uniquement à l'aide du théorème de préparation de Weierstrass, ce qui nous permettra d'avoir des informations précises sur son ordre au voisinage d'un point. Dans la Section 3, nous montrons qu'avec cette distribution, nous avons des formules similaires à [16], nous permettant par exemple de donner des opérateurs linéaires d'extension holomorphe dans le cas d'une variété singulière, ainsi qu'une formule très effective pour le quotient $\frac{g}{f}$, si g est dans l'idéal engendré par f sur un domaine strictement pseudoconvexe (voir Théorème 3.2 et Remarque 3.4). Dans la Section 4, nous voulons essayer de généraliser les Sections 2 et 3 pour une intersection complète quelconque.

1.1. *Quelques notations*

Dans ce qui suit D désignera toujours un domaine borné de $\mathbb{C}^n$ à frontière C^∞-lisse. Pour signifier que nous faisons agir un courant, X, sur une forme test de bidegrés adéquats, nous utilisons la notation standard : $\langle X,\varphi\rangle$.

Comme cela ne présente aucune ambiguïté, nous notons également pour Q une $(1,0)$-forme, $Q=\sum_i Q_i d\zeta_i$, $\langle Q,\zeta-z\rangle=\sum_i Q_i(\zeta_i-z_i)$.

Nous dirons que $f\in A^\infty(D)$, si f est holomorphe sur D et de classe C^∞ sur $\overline{D}$; pour f une fonction holomorphe sur D, nous notons $I_f(D)$, l'idéal engendré par f sur D. Enfin, la lettre C est réservée aux constantes.

2. Construction d'une distribution X vérifiant $fX=1$

Nous allons procéder localement : soit $w_0\in U\subset D$ un ouvert de D contenant w_0 ; on peut supposer, quitte à faire un changement linéaire de coordonnées, que f vérifie les hypothèses du théorème de préparation de Weierstrass en w_0 par rapport à la première variable (z_1). Considérons $P(z_1,z')$ où $z'=(z_2,\dots,z_n)$ le polynôme de Weierstrass associé à f sur U (quitte à restreindre U) et notons l le degrés de P.

2.1. *Affirmation*

Si φ est une (n,n) forme test à support compact dans U, alors la distribution T_U définie par :

$$\langle T_U,\varphi\rangle:=\int\limits_{\mathbb{C}^n}\frac{\overline{P(z_1,z')}}{f(z)}\frac{\partial^l\varphi}{\partial\bar z_1^l}(z)\quad\text{où}\ \frac{\partial^l\varphi}{\partial\bar z_1^l}(z):=\frac{\partial^l\tilde\varphi}{\partial\bar z_1^l}(z)\,\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}\bar z\ \text{si}\ \varphi=\tilde\varphi\,\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}\bar z,$$

vérifie $fT_U = C$ avec $C \in \mathbb{C}$. En effet :

$$\langle fT_U, \varphi\rangle = \int_{\mathbb{C}^n} \overline{P(z_1, z')}\frac{\partial^l \varphi}{\partial \bar{z}_1^l}(z) = \int_{\mathbb{C}^n} \overline{P(z_1, z')}\frac{\partial^l \tilde{\varphi}}{\partial \bar{z}_1^l}(z)\,\mathrm{d}z \wedge \mathrm{d}\bar{z} = C\int_{\mathbb{C}^n} \tilde{\varphi}\,\mathrm{d}z \wedge \mathrm{d}\bar{z} = C\int_{\mathbb{C}^n} \varphi,$$

il suffit d'intégrer l-fois par partie.

Maintenant prenons $\{U_i\}$ un recouvrement localement fini de D et (χ_i) une partition de l'unité associée à ce recouvrement, posons $X = \sum \chi_i T_i$, où T_i est la distribution construite sur U_i comme précédemment, alors $fX = 1$.

3. Représentation d'une fonction holomorphe à l'aide de courants (cas de la codimension 1)

Dans cette partie, nous établissons l'équivalent des formules de [16] à l'aide de la distribution précédente. Pour ce faire, nous rappellons briévement les formules de Berndtsson–Andersson [2] de représentation d'une fonction holomorphe sur un domaine strictement pseudoconvexe (nous pourrions utiliser d'autres noyaux reproduisants pour les fonctions holomorphes). Dans ce qui suit, D est un domaine strictement pseudoconvexe à bord lisse que nous caractérisons par ρ une fonction régulière strictement plurisousharmonique sur un voisinage de $\overline{D}$: $D = \{z \in \overline{D} \mid \rho(z) < 0\}$. Nous aurons besoin également des notations suivantes : $-h_j : \overline{D} \times \overline{D} \to \mathbb{C}$, les fonctions supports holomorphes de [9],

$$h(\zeta, z) := \bigl(h_1(\zeta, z), \dots, h_n(\zeta, z)\bigr), \qquad \bigl\langle h(\zeta, z), \zeta - z\bigr\rangle := \sum_{i=1}^{n} h_i(\zeta, z)(\zeta_i - z_i),$$

$$\tilde{h}(\zeta, z) := \frac{1}{\rho(\zeta)}\sum_{i=1}^{n} h_i(\zeta, z)\,\mathrm{d}\zeta_i,$$

N est un paramétre réel positif.

Avec ces notations, nous avons le résultat suivant (voir [2] et [6]) :

Théorème 3.1. *Soit $g \in A^\infty(D)$, alors pour tout $z \in D$:*

$$g(z) = C\int_D g(\zeta)P^{N,n}(\zeta, z), \quad \text{où } P^{N,n}(\zeta, z) = \left(\frac{\rho(\zeta)}{\rho(\zeta) + \langle h(\zeta, z), \zeta - z\rangle}\right)^{N+n} \bigl(\bar{\partial}\tilde{h}(\zeta, z)\bigr)^n.$$

Théorème 3.2. *Soient f une fonction holomorphe sur un voisinage de $\overline{D}$ et $g \in A^\infty(D)$. Alors pour tout $z \in D$:*

$$g(z) = C_1 f(z)\bigl\langle g(\zeta)X, P^{N,n}(\zeta, z)\bigr\rangle + C_2\bigl\langle g(\zeta)b(\zeta, z) \wedge \bar{\partial}X, P^{N,n-1}(\zeta, z)\bigr\rangle,$$

avec N un réel positif assez grand, $b(\zeta, z) := \sum_{i=1}^n b_i(\zeta, z)\,\mathrm{d}\zeta_i$ et $f(z) - f(\zeta) = \sum_{i=1}^n b_i(\zeta, z)(z_i - \zeta_i)$ sur un voisinage de $\overline{D} \times \overline{D}$.

Corollaire 3.3. *Sous les hypothèse du théorème précédent, nous avons : $g \in I_f(D)$ si et seulement si le courant $g\bar{\partial}X = 0$.*

Démonstration. Le sens direct est trivial ; pour l'autre sens, il suffit d'appliquer le Théorème 2.2 sur des boules $B(z, r) \subset D$ avec $z \in D \cap \{f = 0\}$. $\square$

Remarque 1. On peut obtenir directement le dernier corollaire en utilisant l'hypoellipticité du $\bar\partial$ sur les $(0,1)$-formes.

- Si g est dans l'idéal engendré par f sur D et par exemple bornée sur D, alors le théorème précédent donne une formule explicite pour le quotient $\frac{g}{f}$ qui peut permettre de donner des estimations optimales pour $\frac{g}{f}$ sur D (nous insistons : uniquement sous l'hypothèse $g \in I_f(D)$ et bornée sur D).
- Nous avons $fX = 1$, ceci entraîne que $\bar\partial X$ est à support dans $\{f = 0\}$. De plus, il est facile de remarquer que si f est irréductible en tout point de $D \cap \{f = 0\}$, $g(\zeta)\bar\partial X$ ne dépend que des valeurs de g sur $\{f = 0\}$ ce qui implique que $\langle g(\zeta)b(\zeta,z) \wedge \bar\partial X, P^{N,n-1}(\zeta,z)\rangle$ est une extension holomorphe de g, si g est seulement définie sur $D \cap \{f = 0\}$.

Pour la preuve du Théorème 2.2, nous utilisons ce lemme technique mais crucial :

Lemme 3.4. *Soient, Q une $(1,0)$ forme de $\mathbb{C}^n$, $H_1, \ldots, H_p$ des $(1,0)$ formes de $\mathbb{C}^n$; alors nous avons l'égalité suivante* :

$$\bar\partial\big(\langle Q, z-\zeta\rangle\big)(\bar\partial Q)^{n-p} \wedge \prod_{k=1}^{p} H_k$$
$$= \sum_{k=1}^{p} (n-p+1)^{-1}(-1)^k \langle H_k, z-\zeta\rangle (\bar\partial Q)^{n-p+1} \wedge H_1 \wedge \cdots \wedge H_{k+1} \wedge \cdots \wedge H_p.$$

Preuve du Théorème 3.2. Pour éviter de faire suivre les constantes dans cette démonstration, nous utilisons la convention suivante $\backsimeq$ qui signifie l'égalité aux constantes près. D'après le Théorème 3.1,

$$g(z) \backsimeq \big\langle g(\zeta)[D], P^{N,n}(\zeta,z)\big\rangle \backsimeq \big\langle g(\zeta)f(\zeta)X, P^{N,n}(\zeta,z)\big\rangle,$$

par conséquent :

$$g(z) \backsimeq f(z)\big\langle g(\zeta)X, P^{N,n}(\zeta,z)\big\rangle + \big\langle g(\zeta)\big(f(\zeta) - f(z)\big)X, P^{N,n}(\zeta,z)\big\rangle.$$

Considérons le dernier terme à droite de cette égalité et substituons le grâce à l'identité suivante :

$$\begin{aligned}\big\langle g(\zeta)b(\zeta,z) \wedge \bar\partial X, P^{N,n-1}(\zeta,z)\big\rangle &\backsimeq \big\langle g(\zeta)b(\zeta,z)X, \bar\partial P^{N,n-1}(\zeta,z)\big\rangle \\ &\backsimeq \big\langle g(\zeta)\big(f(\zeta)-f(z)\big)X, P^{N,n}(\zeta,z)\big\rangle, \qquad (1)\end{aligned}$$

que l'on obtient à l'aide du Lemme 3.5. Il en résulte directement le résultat souhaité. □

4. Cas de la codimension supérieure à 1

Au cours de cette partie, nous voulons développer ce qui est fait précédemment pour $Y := \{z \in D\colon\ f_1 = \cdots = f_p\}$ une intersection complète sur D. A ces fins, nous allons extraire les propriétés fonctionnelles des courants pour qu'ils vérifient l'équivalent du Théorème 3.2 dans ce cas.

Supposons que nous ayons sur D une famille de courants $(X_1, \ldots, X_p)$ vérifiant les propriétés (1) et (2) suivantes :

$$f_1X_1 = 1, \quad f_jX_j = \bar\partial X_{j-1}, \quad \forall j \in \{2, \ldots, p\}, \qquad (2)$$
$$\forall i \in \{2, \ldots, p\}, \quad f_jX_i = 0, \quad \forall j \in \{1, \ldots, i-1\}. \qquad (3)$$

Remarque 2. Il existe toujours des courants vérifiant (1) d'après Schwartz (voir [17]).

De même, il existe toujours des courants vérifiant (1) et (2) : il suffit de considérer les courants de Passare (voir [16] pour les énoncés précis), à savoir :

$$\langle X_k, \varphi\rangle = \lim_{\theta\to 0} \int_{\{|f_k|\geqslant\varepsilon_k(\theta),|f_j|=\varepsilon_j(\theta)\}} \frac{\varphi}{f_1\times\cdots\times f_k},$$

où $\theta\to\varepsilon(\theta)$ est un pavé admissible ; Il est montré dans [16] que X_k ainsi défini est un courant.

Dans le théorème qui suit, on suppose que f_i sont des fonctions holomorphes sur un voisinage de $\overline{D}$, un domaine strictement pseudoconvexe.

Théorème 4.1. *Soient D un domaine strictement pseudoconvexe et $(X_1,\dots,X_p)$ une famille de courants vérifiant* (1) *et* (2). *Alors, nous avons $\forall g\in A^\infty(D)$:*

$$g(z) = \sum_{i\geqslant j} C_{ij} f_j(z)\bigl\langle g(\zeta)B_i^j(\zeta,z)\wedge X_i,\, P^{N,n-i+1}(\zeta,z)\bigr\rangle + \bigl\langle g(\zeta)B_p(\zeta,z)\wedge\bar\partial X_p,\, P^{N,n-p}(\zeta,z)\bigr\rangle,$$

avec les notations suivantes :

$$-B_j(\zeta,z) = b_1(\zeta,z)\wedge\cdots\wedge b_j(\zeta,z),$$
$$-B_j^l = b_1(\zeta,z)\wedge\cdots\wedge\widehat{b_l(\zeta,z)}\wedge\cdots\wedge b_j(\zeta,z),\quad l\leqslant j,\quad \textit{et}\quad B_1^1(\zeta,z)=1,$$
$$-b_l(\zeta,z) = \sum_{i=1}^n b_l^i(\zeta,z)\,\mathrm{d}\zeta_i \quad \textit{où}\ f_l(z)-f_l(\zeta) = \sum_{i=1}^n b_l^i(\zeta,z)(z_i-\zeta_i).$$

A notre avis le Théorème 4.1 est utile, car il est facile de construire une telle famille de courants dans certains cas intéressants. Si Z est un ensemble analytique de codimension pure p au voisinage de zéro, il est bien connu (voir [4]) que $Z\subset A$ (peut être avec des composantes irréductibles en moins) avec A du type (à un changement de coordonnées linéaire près) :

$$A := \bigl\{P_j(Z',z_j)=0,\ \forall j\in\{1,\dots,p\}\bigr\},$$

où $Z'=(z_{p+1},\dots,z_n)$ et $P_j(Z',z_j)$ sont des polynômes de Weierstrass en z_j de degrés N_j. Il est donc naturel d'étudier ces intersections ; on dira qu'une intersection complète est de type régulier si $f_i(z)=g_i(z)P_i(Z',z_i)$ avec g_i une unité sur D ; alors, pour ces intersections complètes, nous pouvons construire les courants de la manière qui suit :

Proposition 4.2. *Si $(f_1,\dots,f_p)$ est de type régulier sur D, voisinage de zéro, alors les courants X_j définis par* :

$$\langle X_j,\varphi\rangle = C_j\int_{\mathbb{C}^n} \frac{\overline{P_j}}{f_j}\times\frac{\overline{\partial P_{j-1}}}{f_{j-1}}\times\cdots\times\frac{\overline{\partial P_1}}{f_1}\frac{\partial^{\Sigma_{i=1}^j N_i}\varphi}{\partial\bar z_1^{N_1}\cdots\partial\bar z_j^{N_j}},\quad \forall j>1,$$
$$\langle X_1,\varphi\rangle = C_1\int_{\mathbb{C}^n}\frac{\overline{P_1}}{f_1}\frac{\partial^{N_1}\varphi}{\partial\bar z_1^{N_1}},$$

où

$$\frac{\partial^{\Sigma_{i=1}^j N_i}\varphi}{\partial\bar z_1^{N_1}\cdots\partial\bar z_j^{N_j}} = \sum_{\substack{|I|=p\\|J|=q}} \frac{\partial^{\Sigma_{i=1}^j N_i}\varphi_{IJ}}{\partial\bar z_1^{N_1}\cdots\partial\bar z_j^{N_j}}\,\mathrm{d}Z_I\wedge\mathrm{d}\overline{Z_J}\quad \textit{si}\ \varphi=\sum_{\substack{|I|=p\\|J|=q}}\varphi_{IJ}\,\mathrm{d}Z_I\wedge\mathrm{d}\overline{Z_J},$$

vérifient (1) *et* (2) *pour $C_j\in\mathbb{C}$ des constantes bien choisies.*

Démonstration. Il suffit d'utiliser des intégrations par parties successives.

A notre connaissance, même dans ce cas simple, la structure des courants résiduels classiques n'est pas connue. On peut également noter que les intersections complètes de type régulier ont été utilisé dans [10] pour donner des critéres d'extensibilité des fonctions « faiblement holomorphe » (au sens de Oka). Enfin, bien que nous ne soyons pas capables de produire des courants aussi explicites dans le cas d'une intersection complète en général, nous donnons à la fin de cette note, des exemples d'intersections complètes non régulières pour lesquelles nous pouvons construire ces courants de façon élémentaire (notamment sur une famille d'exemple due a Bjork [3]). □

Corollaire 4.3. *Si D est un domaine pseudoconvexe, alors* : $g \in I_{f_1,\dots,f_p}(D)$ *si et seulement si* $g\bar{\partial}X_p = 0$.

Démonstration. Le sens direct est trivial. De l'autre côté, nous avons $g \in I_{f_1,\dots,f_p}(D)$ si et seulement si g est localement dans cet idéal, d'après le Théorème A de Cartan ; prenons $z_0 \in Y$ et $B(z_0,r) \subset D$: sur $B(z_0,r)$, $g \in I_{f_1,\dots,f_p}(B(z_0,r))$, d'après le Théorème 3.2, ce qui achève la démonstration.

Nous allons construire, dans ce qui suit, les familles de courants ad hoc pour une intersection complète non régulière.

Dans $(\mathbb{C}^2,0)$, considérons la famille d'intersection complète due à Bjork (voir [3] et [18]) : $(z_1+z_1^2+z_2^3, z_1^m)$ $\forall m \in \mathbb{N}^*$. Effectuons un changement de coordonnées locales en zéro $(Z_1 = z_1+z_1^2+z_2^3, Z_2 = z_2)$, soit $(z_1 = g(Z_1,Z_2), z_2 = Z_2)$ avec g une fonction holomorphe au voisinage de zéro vérifiant $g(0)=0$; dans ces nouvelles variables, l'intersection complète devient $(Z_1, g^m(Z_1,Z_2))$. Prenons X_1 et X_2 de la manière suivante :

$$\langle X_1,\varphi\rangle = C_1\int_{\mathbb{C}^2}\frac{\overline{Z_1}}{Z_1}\frac{\partial\varphi}{\partial\overline{Z_1}}(Z) \quad \text{d'où } \langle\bar{\partial}X_1,\varphi\rangle = C_2\int_{\{Z_1=0\}}\frac{\varphi_1}{\mathrm{d}Z_1}(0,Z_2),$$

$$\langle X_2,\varphi\rangle = C_3\int_{\{Z_1=0\}}\frac{\overline{Z_2}^{3m}}{g^m(0,Z_2)}\frac{\partial^{3m}(\varphi_1/(\mathrm{d}Z_1))}{\partial\overline{Z_2}^{3m}}(0,Z_2). \quad \square$$

Références

[1] E. Amar, Extension de fonctions holomorphes et courants, Bull. Sci. Math. 107 (1983) 25–48.
[2] B. Berndtsson, Henkin–Ramirez kernels with weight factors, Ann. Inst. Fourier 32 (1982) 91–110.
[3] J.E. Björk, Residues currents and D-modules on complex manifolds, Preprint, Stockholm University, 1996.
[4] E. Chirka, Complex Analytic Sets, Kluwer Academic, 1989.
[5] N.R. Coleff, M.E. Herrera, Les courants associés à une forme semi-méromorphes, Lecture Notes, vol. 633.
[6] R.Z. Dautov, G.M. Henkin, Zero of holomorphic functions of finite order and weighted estimates of the solution of $\bar{\partial}$-equation, Math. S. B 317 (1978) 163–174.
[7] P. Dolbeault, Sur la structure des courants résiduels, Rev. Roumaine Math. Pures Appl. 33 (1988) 31–37.
[8] V. Duquenoy, E. Mazzilli, Extension des fonctions holomorphes et variétés singulières, Preprint de l'université de Lille 1, 2002.
[9] J.E. Fornaess, Embedding strictly pseudoconvex domains in convex domains, Amer. J. Math. 98 (1976) 529–569.
[10] G. Henkin, M. Passare, Abelian differentials on singular varieties and variations on a theorem of Lie–Griffiths, Invent. Math. 135 (1999) 297–328.
[11] G. Henkin, P. Polyakov, The Grothendieck–Dolbeault lemma for complete intersection, C. R. Acad. Sci. Paris 308 (1989) 405–409.
[12] M.E. Herrera, D. Lieberman, Residues and principal values on complex spaces, Math. Ann. 194 (1971) 259–294.
[13] L. Hormander, On the division of distribution by polynomials, Ark. Mat. 3 (1958) 555–568.
[14] S. Lojasiewicz, Division d'une distribution par une fonction analytique réelle, C. R. Acad. Sci. Paris 246 (1958) 683–686.
[15] A. Maati, E. Mazzilli, Extension et division dans les variétés à croisements normaux, Publ. Math. 45 (2001) 343–369.
[16] M. Passare, Residues, currents, and their relation to ideals of holomorphic functions, Math. Scand. 62 (1988) 75–152.
[17] L. Schwartz, Division par une fonction holomorphe sur une variété analytique complexe, Summa Brasil. Math. 3 (1955) 181–209.
[18] A. Vidras, A. Yger, On asymptotic approximations of the residual currents, Trans. Amer. Math. Soc. 350 (1998) 4105–4125.