



ELSEVIER

Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I

www.sciencedirect.com



Problèmes mathématiques de la mécanique

Une formulation hybride du modèle de coque de Naghdi

A hybrid formulation for Naghdi's shell model

Adel Blouza

Laboratoire de mathématiques Raphaël-Salem (UMR 6085), CNRS–université de Rouen, avenue de l'Université, BP 12, 76801 Saint-Étienne-du-Rouvray, France

INFO ARTICLE

Historique de l'article :

Reçu le 21 mars 2013

Accepté le 18 avril 2013

Disponible sur Internet le 22 mai 2013

Présenté par Philippe G. Ciarlet

RÉSUMÉ

Nous présentons une nouvelle version du modèle de Naghdi pour des coques admettant des courbures discontinues. Les inconnues, qui sont le déplacement et la rotation de la normale à la surface moyenne de la coque, sont respectivement décrites dans des bases cartésienne et locale covariante ou contravariante. L'objectif de ce travail est de s'affranchir de la contrainte algébrique sur la rotation introduite par Blouza et al. (Two finite element approximation of Naghdi's shell model in Cartesian coordinates, *SIAM J. Numer. Anal.* 44 (2) (2006) 636–654) pour forcer le caractère tangentiel de cette inconnue, soit par pénalisation, soit à l'aide d'un multiplicateur de Lagrange. Cette nouvelle méthode permet, en particulier, d'approcher les inconnues par une méthode d'éléments finis conformes avec moins de degrés de liberté comparativement à la méthode de Blouza et al.

© 2013 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

ABSTRACT

We present a new version of the Naghdi model for shells with curvature discontinuities. The unknowns – the displacement and the rotation of the normal to the shell midsurface – are described respectively in Cartesian and local covariant or contravariant basis. Our purpose here is to consider a constraint-free formulation instead of the one introduced by Blouza et al. (Two finite element approximation of Naghdi's shell model in Cartesian coordinates, *SIAM J. Numer. Anal.* 44 (2) (2006) 636–654), where the tangency character of the rotation is enforced by penalization or by duality. This new version enables us, in particular, to approximate by conforming finite elements the solution with less degrees of freedom compared to the method of Blouza et al.

© 2013 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abridged English version

Greek indices take their values in the set $\{1, 2\}$ and Latin indices take their values in the set $\{1, 2, 3\}$. Unless otherwise specified, the Einstein summation is used.

Let ω be a domain of \mathbb{R}^2 . We consider a shell whose midsurface is given by $S = \varphi(\bar{\omega})$, where $\varphi \in W^{2,\infty}(\omega; \mathbb{R}^3)$ is an injective mapping. Let a_i be the covariant basis. We note $a = |a_1 \wedge a_2|^2$. The functions

$$\gamma_{\alpha\beta}(u) = \frac{1}{2}(\partial_\alpha u \cdot a_\beta + \partial_\beta u \cdot a_\alpha), \quad (1)$$

Adresse e-mail : adel.blouza@univ-rouen.fr.

$$\chi_{\alpha\beta}(u, r) = \frac{1}{2}(r_{\alpha|\beta} + r_{\beta|\alpha}) + \frac{1}{2}(\partial_\alpha u \cdot \partial_\beta a_3 + \partial_\beta u \cdot \partial_\alpha a_3), \quad (2)$$

and

$$\gamma_{\alpha 3}(u, r) = \frac{1}{2}(\partial_\alpha u \cdot a_3 + r_\alpha) \quad (3)$$

are, respectively, the covariant components of the linearized strain, the linearized change of curvature and the linearized transverse shear strain tensors associated with an arbitrary displacement $u \in H^1(\omega; \mathbb{R}^3)$ and rotation $r = (r_\alpha) \in H^1(\omega)^2$ fields, of the midsurface S and of the normal vector a_3 . Expressions (1), (2) and (3) coincide with the classical expressions for these tensors in terms of the first and second fundamental forms and of the covariant derivatives of the covariant components of the displacement and the rotation when the chart φ is of class C^2 .

Let $a^{\alpha\beta\rho\sigma} \in L^\infty(\omega)$ be an elasticity tensor, which we assume to satisfy the usual symmetries and to be uniformly strictly positive, i.e., for all symmetric $\tau_{\alpha\beta}$ and almost all $x \in \omega$, $a^{\alpha\beta\rho\sigma}(x)\tau_{\alpha\beta}\tau_{\rho\sigma} \geq c \sum_{\alpha\beta} |\tau_{\alpha\beta}|^2$, with $c > 0$. Finally, let $e \in L^\infty(\omega)$ be the thickness of the shell, which we assume to be such that $e(x) \geq c > 0$ almost everywhere in ω .

The goal of the present Note is to prove an existence and uniqueness result for the Nagdhi model in the hard clamping case, for a shell whose midsurface may have curvature discontinuities. The functional framework considered here which is constraint-free provides a significant improvement of the already known formulations of [6]. It is especially interesting insofar as it allows conforming finite elements approximation for natural situations such as a C^1 -shell with less degrees of freedom compared to the approach of [6].

Let us introduce the space $V = \{(v, s = (s_\alpha)) \in H^1(\omega; \mathbb{R}^3) \times H^1(\omega)^2; v = 0, s_\alpha = 0 \text{ on } \gamma_0\}$, equipped with the norm:

$$\|(v, s)\|_V = \left(\|v\|_{H^1(\omega; \mathbb{R}^3)}^2 + \sum_{\alpha} \|s_\alpha\|_{H^1(\omega)}^2 \right)^{1/2}.$$

The space V is a Hilbert space.

Theorem 0.1. *Let $p \in L^2(\omega; \mathbb{R}^3)$ be a given force resultant on S . Then there exists a unique solution to the variational problem: Find $(u, r) \in V$ such that for all $(v, s) \in V$,*

$$\begin{aligned} & \int_{\omega} \left\{ e a^{\alpha\beta\rho\sigma} \left[\gamma_{\alpha\beta}(u) \gamma_{\rho\sigma}(v) + \frac{e^2}{12} \chi_{\alpha\beta}(u, r) \chi_{\rho\sigma}(v, s) \right] + 4\mu e a^{\alpha\beta} \gamma_{\alpha 3}(u, r) \gamma_{\beta 3}(v, s) \right\} \sqrt{a} \, dx \\ & = \int_{\omega} p \cdot v \sqrt{a} \, dx. \end{aligned} \quad (4)$$

Comments. i) To handle general shells whose midsurface may have curvature discontinuities, the authors of [5] have introduced the functional space $X = \{(v, s) \in H^1(\omega; \mathbb{R}^3)^2, s \cdot a_3 = 0, v = s = 0 \text{ on } \omega\}$. As the solution is in H^1 , C^0 -Lagrange P_1 elements should be sufficient. However, the tangency constraint $s \cdot a_3 = 0$ in ω clearly cannot be implemented in a conforming way. For overcoming this problem, the method considered in [6] consists in introducing a mixed formulation on a relaxed functional space in which unknowns still are the displacement u and the rotation r , elements of $H^1(\omega; \mathbb{R}^3)$, without any orthogonality constraint on r . Nevertheless, in that functional framework, the finite-element discretization makes use of 7 degrees of freedom per triangular element. By our constraint-free formulation, we only need 5 degrees of freedom per element.

ii) The proof of the theorem is based on a version of the infinitesimal rigid displacement lemma valid for a $W^{2,\infty}$ -shell proved in [4], which makes essential use of expressions (1), (2) and (3). Existence and uniqueness follow from the Lax–Milgram lemma applied to problem (4). We show that the bilinear form of (4) is V -elliptic by using the standard contradiction argument, together with Rellich’s theorem and the two-dimensional Korn inequality.

iii) Note that the space V is isomorphic to the space of displacements $u = u^i a_i$ and rotations $s = s^\alpha a_\alpha$ whose contravariant components belong to $H_0^1(\omega)$ of the classical approach of [1], when the surface is regular, for instance $\varphi \in C^2(\bar{\omega}; \mathbb{R}^3)$. We thus recover the existence and uniqueness theorem of these authors in this case.

1. Introduction

Les indices et exposants grecs varient dans l’ensemble $\{1, 2\}$ et les indices et exposants latins dans l’ensemble $\{1, 2, 3\}$. Sauf mention du contraire, on utilise la convention de sommation d’Einstein.

Soit (e_1, e_2, e_3) la base orthonormale canonique de l’espace euclidien \mathbb{R}^3 muni du produit scalaire usuel. On note $u \cdot v$ le produit scalaire de deux vecteurs de \mathbb{R}^3 , $|u| = \sqrt{u \cdot u}$ la norme euclidienne associée et $u \wedge v$ leur produit vectoriel.

Soit ω un domaine lipschitzien de \mathbb{R}^2 . On considère une coque de surface moyenne $S = \varphi(\bar{\omega})$ où $\varphi \in W^{2,\infty}(\omega; \mathbb{R}^3)$ est une application injective telle que les vecteurs $a_\alpha = \partial_\alpha \varphi$ sont linéairement indépendants en tout point de $\bar{\omega}$. On définit le vecteur normal unitaire :

$$a_3 = \frac{a_1 \wedge a_2}{|a_1 \wedge a_2|},$$

à la surface au point $\varphi(x)$. On note $a(x) = |a_1(x) \wedge a_2(x)|^2$. Les vecteurs $a_i(x)$ définissent la base covariante au point $\varphi(x)$. La base contravariante a^j est définie par les relations $a_i \cdot a^j = \delta_i^j$ (en particulier, $a^3 = a_3$) et l'on a $a_i \in W^{1,\infty}(\omega; \mathbb{R}^3)$ et $a^i \in W^{1,\infty}(\omega; \mathbb{R}^3)$. Les symboles de Christoffel de la surface sont donnés par $\Gamma_{\alpha\beta}^\rho = \Gamma_{\beta\alpha}^\rho = a^\rho \cdot \partial_\beta a_\alpha$, et l'on a $\Gamma_{\alpha\beta}^\rho \in L^\infty(\omega)$.

Soit $u = u_i a^i$ un déplacement régulier de la surface moyenne et $r = r_\alpha a^\alpha$ une rotation régulière de la normale a_3 . Les dérivées covariantes des composantes de r et des composantes tangentielles de u sont définies par $u_{\alpha|\beta} = \partial_\beta u_\alpha - \Gamma_{\alpha\beta}^\rho u_\rho$ et $r_{\alpha|\beta} = \partial_\beta r_\alpha - \Gamma_{\alpha\beta}^\rho r_\rho$. On définit classiquement les composantes covariantes des tenseurs linéarisés de déformation, de changement de courbure et de cisaillement transverse, respectivement, par :

$$\gamma_{\alpha\beta}(u) = \frac{1}{2}(u_{\alpha|\beta} + u_{\beta|\alpha}) - b_{\alpha\beta}u_3, \tag{5}$$

$$\chi_{\alpha\beta}(u, r) = \frac{1}{2}(r_{\alpha|\beta} + r_{\beta|\alpha}) - \frac{1}{2}b_\alpha^\rho(u_{\rho|\beta} - b_{\rho\beta}u_3) - \frac{1}{2}b_\beta^\sigma(u_{\sigma|\alpha} - b_{\sigma\alpha}u_3), \tag{6}$$

et

$$\gamma_{\alpha 3}(u, r) = \frac{1}{2}(\partial_\alpha u_3 + b_\alpha^\rho u_\rho + r_\rho), \tag{7}$$

où $b_{\alpha\beta} = a_3 \cdot \partial_\alpha a_\beta$ et $b_\alpha^\rho = a^{\rho\sigma} b_{\sigma\alpha}$, ($a^{\rho\sigma} = a^\rho \cdot a^\sigma$).

Au lieu de considérer u et r comme le quintuplet de leurs composantes covariantes, on considère ici u comme un champ de vecteurs de ω à valeurs dans \mathbb{R}^3 . La rotation r , quant à elle, est identifiée à ses composantes covariantes, comme il est d'usage en théorie des coques. On définit alors les tenseurs (5), (6) et (7) dans un nouveau cadre fonctionnel. C'est l'objet du lemme qui suit.

Lemme 1.1. Soient $u \in H^1(\omega; \mathbb{R}^3)$, $r = r_\alpha a^\alpha$, $r_\alpha \in H^1(\omega)$ et $\varphi \in W^{2,\infty}(\omega; \mathbb{R}^3)$. Alors les expressions :

$$\gamma_{\alpha\beta}(u) = \frac{1}{2}(\partial_\alpha u_\beta + \partial_\beta u_\alpha),$$

$$\chi_{\alpha\beta}(u, r) = \frac{1}{2}(r_{\alpha|\beta} + r_{\beta|\alpha}) + \frac{1}{2}(\partial_\alpha u \cdot \partial_\beta a_3 + \partial_\beta u \cdot \partial_\alpha a_3),$$

et

$$\gamma_{\alpha 3}(u, r) = \frac{1}{2}(\partial_\alpha u \cdot a_3 + r_\alpha),$$

définissent des fonctions de $L^2(\omega)$ qui coïncident avec les composantes des tenseurs de déformation, de changement de courbure et de déformation de cisaillement transverse (5), (6) et (7).

2. Le résultat principal

On se propose de donner une démonstration de l'existence et de l'unicité d'une solution du modèle de Naghdi pour une coque autorisant des discontinuités de courbure dans un nouveau cadre fonctionnel. Il s'agit d'une révision du résultat d'existence et d'unicité déjà connu de [3] et [5]. Le cadre fonctionnel introduit ici, autorisant des coques courantes peu régulières, est d'une certaine façon le cadre naturel pour le modèle de Naghdi. En effet, la rotation de la normale, étant dans le plan tangent en chaque point de la surface, est identifiée à ses composantes covariantes. Notre approche constitue aussi une nette amélioration des travaux [2] et [6], où la relaxation de la contrainte algébrique $r \cdot a_3 = 0$ conduit à des formulations mixtes ou pénalisées imposant le caractère tangentiel de cette inconnue. La discrétisation par éléments finis qui en découle requiert un grand nombre de degrés de liberté. La nouvelle formulation hybride présentée ici permet en particulier de réduire ce nombre de degrés de liberté.

On considère un matériau homogène et isotrope de constantes de Lamé $\mu > 0$ et $\lambda \geq 0$. Soit $a^{\alpha\beta\rho\sigma} \in L^\infty(\omega)$ un tenseur d'élasticité satisfaisant les symétries usuelles et uniformément strictement positif, i.e pour tout tenseur $\tau_{\alpha\beta}$ symétrique et presque tout $x \in \omega$, $a^{\alpha\beta\rho\sigma}(x)\tau_{\alpha\beta}\tau_{\rho\sigma} \geq c \sum_{\alpha\beta} |\tau_{\alpha\beta}|^2$, avec $c > 0$. Soit enfin $e \in L^\infty(\omega)$ l'épaisseur de la coque, vérifiant $e(x) \geq c > 0$ presque partout dans ω . On suppose que le bord $\partial\omega$ est divisé en deux parties, γ_0 de longueur strictement positive sur laquelle la coque est encastrée, et une partie complémentaire γ_1 sur laquelle la coque est soumise à des tractions et moments donnés.

Introduisons l'espace $V = \{(v, (s_\alpha)) \in H^1(\omega; \mathbb{R}^3) \times H^1(\omega)^2, v = s_\alpha = 0 \text{ sur } \gamma_0\}$, muni de la norme :

$$\|(v, s)\|_V = \left(\|v\|_{H^1(\omega; \mathbb{R}^3)}^2 + \sum_\alpha \|s_\alpha\|_{H^1(\omega)}^2 \right)^{1/2}. \tag{8}$$

L'espace V est un espace de Hilbert.

Théorème 2.1. Soient $p \in L^2(\omega; \mathbb{R}^3)$ la résultante de forces appliquées sur la surface S , $N \in L^2(\gamma_1, \mathbb{R}^3)$ et $(M^\alpha) \in (L^2(\gamma_1))^2$ des tractions et moments donnés. Alors il existe une unique solution au problème variationnel : Trouver $(u, (r_\alpha)) \in V$ tel que pour tout $(v, (s_\alpha)) \in V$,

$$\int_{\omega} \left\{ e\alpha^{\alpha\beta\rho\sigma} \left[\gamma_{\alpha\beta}(u)\gamma_{\rho\sigma}(v) + \frac{e^2}{12} \chi_{\alpha\beta}(u, r)\chi_{\rho\sigma}(v, s) \right] + 4\mu e\alpha^{\alpha\beta} \gamma_{\alpha 3}(u, r)\gamma_{\beta 3}(v, s) \right\} \sqrt{a} \, dx \\ = \int_{\omega} p \cdot v \sqrt{a} \, dx + \int_{\gamma_1} N \cdot v + M^\alpha s_\alpha \, d\gamma. \quad (9)$$

3. Éléments de la démonstration

On démontre d'abord le lemme du mouvement rigide dans le nouveau cadre fonctionnel. Il s'agit d'une version du lemme du mouvement rigide infinitésimal [1], mais pour une surface de régularité $W^{2,\infty}$.

Lemme 3.1. Soient $u \in H^1(\omega; \mathbb{R}^3)$, $r_\alpha \in H^1(\omega)$ et $\varphi \in W^{2,\infty}(\omega; \mathbb{R}^3)$.

(i) Si $\gamma_{\alpha\beta}(u) = 0$, alors il existe un unique $\psi \in L^2(\omega; \mathbb{R}^3)$ tel que :

$$\partial_\alpha u = \psi \wedge \partial_\alpha \varphi.$$

(ii) Si $\gamma_{\alpha 3}(u, r) = 0$, alors $\partial_\alpha u \cdot a_3 = -r_\alpha$ appartient à $H^1(\omega)$. De plus $r_\alpha = -\varepsilon_{\alpha\beta} \psi \cdot a^\beta$, avec $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 0$ et $\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21} = \sqrt{a}$.

(iii) Si de plus $\chi_{\alpha\beta}(u, r) = 0$, alors ψ s'identifie à un vecteur constant de \mathbb{R}^3 et l'on a

$$u(x) = c + \psi \wedge \varphi(x).$$

Démonstration. On remarque que si $\gamma_{\alpha 3}(u, r) = 0$, alors $\partial_\alpha u \cdot a_3 \in L^2(\omega)$. En effet, $\partial_\alpha u \cdot a_3 = \partial_\beta (\partial_\alpha u \cdot a_3 - \partial_\alpha u \cdot \partial_\beta a_3) \in L^2(\omega)$ puisque $a_3 \in L^\infty(\omega, \mathbb{R}^3)$ et $\partial_\alpha u \cdot a_3 = -r_\alpha \in H^1(\omega)$. Par conséquent, $\chi_{\alpha\beta}(u, r) = -(\partial_\alpha u \cdot a_3 - \partial_\alpha u \cdot \partial_\beta a_3) \cdot a_3 = 0$. Pour conclure, il suffit d'utiliser le lemme du mouvement rigide pour une coque de Koiter établi dans [4]. \square

Pour démontrer le théorème 2.1, il suffit de montrer que les hypothèses de Lax–Milgram sont satisfaites. Montrons ci-dessous que la forme bilinéaire de (9) est elliptique sur V .

Lemme 3.2. La forme bilinéaire de (9) est V -elliptique.

Démonstration. D'après les hypothèses que nous avons faites sur la carte φ , le tenseur d'élasticité et l'épaisseur de la coque, il suffit de montrer que :

$$\| (v, s) \|_V = \left(\sum_{\alpha\beta} \|\gamma_{\alpha\beta}(v)\|_{L^2(\omega)}^2 + \sum_{\alpha\beta} \|\chi_{\alpha\beta}(v, s)\|_{L^2(\omega)}^2 + \sum_{\alpha} \|\gamma_{\alpha 3}(v, s)\|_{L^2(\omega)}^2 \right)^{1/2},$$

est une norme sur V équivalente à la norme de V (il s'agit bien d'une norme grâce au lemme 3.1 et aux conditions aux limites contenues dans la définition de V). On raisonne par l'absurde. Supposons donc qu'il existe une suite $v_n \in V$ telle que :

$$\| (v_n, s_n) \|_V = 1 \quad \text{mais} \quad \| v_n \| \longrightarrow 0 \quad \text{quand} \quad n \rightarrow +\infty. \quad (10)$$

Extrayant, si besoin est, une sous-suite, nous pouvons donc supposer qu'il existe $(v, (s_\alpha)) \in V$ telle que $v_n \rightharpoonup v$ faiblement dans $H^1(\omega; \mathbb{R}^3)$ et $(s_\alpha)_n \rightharpoonup s_\alpha$ faiblement dans $H^1(\omega)$. Il s'ensuit que $\gamma_{\alpha\beta}(v_n) \rightharpoonup \gamma_{\alpha\beta}(v)$, $\chi_{\alpha\beta}(v_n, s_n) \rightharpoonup \chi_{\alpha\beta}(v, s)$ et $\gamma_{\alpha 3}(v_n, s_n) \rightharpoonup \gamma_{\alpha 3}(v, s)$ dans $L^2(\omega)$. Comme, par hypothèse, ces tenseurs tendent fortement vers zéro dans $L^2(\omega)$, et grâce au lemme 3.1, il vient $v = 0$ et $s_\alpha = 0$. Le théorème de Rellich implique alors que $v_n \rightarrow 0$ et $(s_\alpha)_n \rightarrow 0$ dans L^2 fortement.

Introduisons le vecteur bi-dimensionnel $(w_n)_\alpha = v_n \cdot a_\alpha$. D'après ce qui précède, $w_n \rightarrow 0$ dans $L^2(\omega; \mathbb{R}^2)$ fort. Par ailleurs, posant $2e_{\alpha\beta}(w) = \partial_\alpha w_\beta + \partial_\beta w_\alpha$, on voit que :

$$e_{\alpha\beta}(w_n) = \gamma_{\alpha\beta}(v_n) + v_n \cdot \partial_\alpha a_\beta \longrightarrow 0 \quad \text{fortement dans} \quad L^2(\omega),$$

puisque $\partial_\alpha a_\beta \in L^\infty(\omega)$. Donc, par l'inégalité de Korn bidimensionnelle, on en déduit, dans un premier temps, que :

$$w_n \longrightarrow 0 \quad \text{fortement dans} \quad H^1(\omega; \mathbb{R}^2),$$

puis que :

$$\partial_\rho v_n \cdot a_\alpha = \partial_\rho ((w_n)_\alpha) - v_n \cdot \partial_\rho a_\alpha \longrightarrow 0 \quad \text{fortement dans} \quad L^2(\omega),$$

puisque $\partial_\rho a_\alpha \in L^\infty(\omega)$. De plus, comme $(s_\alpha)_n \rightarrow 0$ dans $L^2(\omega)$ fortement, et que $\partial_\rho v_n \cdot a_3 = \gamma_{\rho 3}(v_n, s_n) - (s_\alpha)_n$, alors $\partial_\rho v_n \cdot a_3 \rightarrow 0$ fortement dans $L^2(\omega)$. On en déduit alors que $\partial_\rho v_n \rightarrow 0$ dans $L^2(\omega; \mathbb{R}^3)$ fort. Par conséquent, $v_n \rightarrow 0$ dans $H^1(\omega; \mathbb{R}^3)$ fort. On utilise les mêmes arguments pour montrer que $(s_\alpha)_n \rightarrow 0$ dans $H^1(\omega)$ fort. Donc, on voit que $\|(v_n, s_n)\|_V \rightarrow 0$, ce qui contredit l'hypothèse (10) et démontre le lemme. \square

Commentaires. i) Afin de considérer des coques générales admettant des discontinuités de courbures, les auteurs de [5] avaient introduit l'espace fonctionnel $X = \{(v, s) \in H^1(\omega; \mathbb{R}^3)^2, s \cdot a_3 = 0, v = s = 0 \text{ sur } \omega\}$. Comme la solution est dans H^1 , des éléments finis P_1 -Lagrange devraient convenir. Cependant, la contrainte tangentielle $s \cdot a_3 = 0$ dans ω ne peut visiblement pas être implémentée de façon conforme. En vue d'une approximation conforme, la méthode présentée dans [6] consiste à introduire une formulation mixte sur un espace relaxé dans lequel les inconnues sont toujours le déplacement u et la rotation r , éléments de $H^1(\omega; \mathbb{R}^3)$, mais sans condition d'orthogonalité sur r . Néanmoins, l'approximation par éléments finis de la formulation qui en découle utilise 7 degrés de liberté par élément. Dans le présent travail et pour une formulation sans contrainte, une telle approximation requiert seulement 5 degrés de liberté par élément.

ii) Notons que l'espace V est isomorphe à l'espace des déplacements $u = u^i a_i$ et des rotations $s = s^\alpha a_\alpha$ dont les composantes contravariantes appartiennent à $H_0^1(\omega)$ de l'approche classique de [1], quand la surface est régulière dans $\varphi \in C^2(\bar{\omega}; \mathbb{R}^3)$. On retrouve ainsi le théorème d'existence et d'unicité de ces auteurs dans ce cas.

Références

- [1] M. Bernadou, P.G. Ciarlet, B. Miara, Existence theorem for two-dimensional linear shell theories, *J. Elast.* 34 (1994) 111–138.
- [2] C. Bernardi, A. Blouza, F. Hecht, H. Le Dret, A posteriori analysis of finite element discretizations of a Naghdi shell model, *IMA J. Numer. Anal.* (2012), <http://dx.doi.org/10.1093/imanum/drs009>.
- [3] A. Blouza, Existence et unicité pour le modèle de Naghdi pour une coque peu régulière, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I* 324 (1997) 839–844.
- [4] A. Blouza, H. Le Dret, Existence and uniqueness for the linear Koiter model for shells with little regularity, *Q. Appl. Math.* LVII (2) (1999) 317–337.
- [5] A. Blouza, H. Le Dret, Naghdi's shell model: Existence, uniqueness and continuous dependence on the midsurface, *J. Elast.* 64 (2001) 199–216.
- [6] A. Blouza, F. Hecht, H. Le Dret, Two finite element approximation of Naghdi's shell model in Cartesian coordinates, *SIAM J. Numer. Anal.* 44 (2) (2006) 636–654.