



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Mecanique 331 (2003) 141–147



Instabilité d'une nappe de vorticité étirée instationnaire

Instability of an unsteady stretched vortex layer

Thomas Gomez, Maurice Rossi

LMM, Université Pierre & Marie Curie, 8, rue du Capitaine Scott, 75015 Paris, France

Reçu le 2 juillet 2002 ; accepté après révision le 15 octobre 2002

Présenté par Gérard Iooss

Résumé

Nous étudions la déstabilisation des couches de mélange étirées en examinant l'influence sur l'instabilité de Kelvin–Helmholtz d'un champ de vitesse hyperbolique. Dans ce cas, l'écoulement de base est instationnaire. Nous étudions l'évolution temporelle des perturbations dans un cadre non-visqueux à l'aide d'une approche de type non normal. On calcule l'amplification maximale pour chaque instant. Cette étude met en évidence l'effet stabilisateur (resp. déstabilisateur) d'une compression (resp. d'un étirement) même pour un faible taux de compression (resp. d'étirement). *Pour citer cet article : T. Gomez, M. Rossi, C. R. Mecanique 331 (2003).*

   2003 Académie des sciences/  ditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits r  serv  s.

Abstract

We consider how the Kelvin–Helmholtz instability is affected by an external hyperbolic strain flow. The basic flow being unsteady, the inviscid evolution of perturbations is studied within the framework of a non-normal analysis in which the maximum amplification is computed for any given time. A positive or negative stretching is shown to enhance or reduce, respectively, the instability even for weak stretching rates. *To cite this article: T. Gomez, M. Rossi, C. R. Mecanique 331 (2003).*

   2003 Académie des sciences/  ditions scientifiques et m  dicales Elsevier SAS. All rights reserved.

Mots-clés : Mécanique des fluides ; Couche de mélange ; Instabilité de Kelvin–Helmholtz ; Instationnaire ;   tirement ; Non normalité

Keywords: Fluid Mechanics; Shear-layer; Kelvin–Helmholtz instability; Unsteady; Stretching; Non-normality

Abridged English version

The Kelvin–Helmholtz instability is a generic mechanism leading to the formation of coherent vortices [1]. This behaviour is modified when submitted to an external hyperbolic stretching field. Beronov et Kida [2] have previously studied the stability of the steady Burgers Vortex layer in which viscous diffusion is balanced by stretching. We investigate here the dynamics of a flow in which this equilibrium has not been reached. The

Adresses e-mail : gomez@lmm.jussieu.fr (T. Gomez), maur@ccr.jussieu.fr (M. Rossi).

basic solution is unsteady and the classical normal mode analysis is not pertinent in that case. The non-normality theory [3], recently developed for open flows, is here used to get the maximum amplification rate at each time.

An Euler basic solution (1), (2) is exhibited which represents a shear-layer submitted to a strain velocity field. The unsteady thickness (3) of the layer clearly depends on the stretching rate and function $F(\beta)$ is given by initial conditions. We simplify the model by assuming an explicit broken line profile (4) for this function. Two-dimensional perturbations superposed on this unsteady flow are then studied. Their stream function (5) is fully explicit when four time dependent functions are provided. The dynamical system governing these functions is then defined: two differential equations (6), (7) are deduced as well as two algebraic equations (8) by imposing the continuity of normal velocity and pressure at the two interfaces separating the three sub-domains. Note that these jump conditions are modified from the classical Kelvin–Helmholtz instability because of the motion of the basic interfaces $y = \pm\delta(t)$ and because of the superposition of the hyperbolic flow. The norm classically used in stability theory is also changed since the kinetic energy of perturbations $E(T)$ is not adequate because of the unsteadiness of the basic flow. For a self-similar solution such as (4), a good norm at a given time T may be defined using the amplitude of the perturbations renormalized by the characteristic scales of the basic flow at the very same instant, i.e., U_1 for velocity and $\delta(T)$ for length. As a consequence, the kinetic energy of the renormalized perturbations $E(T)/(U_1^2\delta(T))$ appears to be a more pertinent than the usual kinetic energy $E(T)/(U_1^2\delta(0))$ itself. Such a quantity reads as an Hermitian form (9) of the constants $B_2(T)$, $C_2(T)$ and their complex conjugates B_2^* , C_2^* . We determine four independent numerical solutions of system (6), (7) ($B_2^j(t)$, $C_2^j(t)$) ($j = 1, \dots, 4$) to get the general solution (10). These four solutions are computed using different initial conditions. From expression (10), it is easy to get the maximal value of the norm $E(T)/(U_1^2\delta(T))$ at time T over the set of perturbations satisfying Eqs. (6), (7) and normalized such that $E(0)/(U_1^2\delta(0)) = 1$. Quantity $E(T)/(U_1^2\delta(T))$ is explicit with respect to coefficients α_j and its optimization with the constraint $E(0)/(U_1^2\delta(0)) = 1$ can be written as an eigenvalue problem for vectors $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$. The largest eigenvalue then defines the maximum of $E(T)/(U_1^2\delta(T))$.

Once the norm and dynamics have been defined, the amplification of perturbations is considered for various stretching rates γ and times T . Results are presented in a non-dimensional form using U_1 and $\delta(0)$ as velocity and length scales. We introduce $\sigma^{(T)}(k) \equiv [\ln(E(T)\delta(0)/E(0)\delta(T))]/2T$ for the optimal perturbation at T with a wavenumber k . This quantity provides an effective amplification rate at time T . $\sigma_{\max}^{(T)}$ stands for the maximum of $\sigma^{(T)}(k)$ over all wavenumbers. In the zero stretching case, the non-normal character of the shear layer instability is shown to be weak (Fig. 1), e.g., the largest growth rate $\sigma_{\max}^{(T)}$ is the same for all times: it is identical to the growth rate of the most unstable normal mode. Negative stretching (Fig. 2(a)) stabilizes the shear layer. First the amplification rate $\sigma^{(T)}(k)$ of any k and the bandwidth of wavenumbers with a positive $\sigma^{(T)}(k)$ are constantly reduced when T is increasing. Moreover, for a fixed evolution time T , the value of $\sigma_{\max}^{(T)}$ is decreasing with increasing $|\gamma|$ (Fig. 3). Conversely a positive stretching enhances the instability when compared with the classical unstretched Kelvin–Helmholtz case. In particular the value $\sigma_{\max}^{(T)}$ increases for the two following cases: a fixed γ and increasing evolution times T (Fig. 2(b)) and a fixed time T and increasing γ (Fig. 3).

1. Introduction

L'instabilité de Kelvin–Helmholtz est un des mécanismes génériques de création de tourbillons [1]. Il opère une redistribution de la vortacité d'une couche de mélange, i.e. d'une nappe de vortacité, sous la forme d'une allée de vortex de même signe. Dans ce travail, nous considérons l'effet d'un étirement sur ce processus de création de tourbillons. Plus précisément, nous examinons comment l'instabilité de Kelvin–Helmholtz est modifiée par la présence d'un écoulement hyperbolique représentant l'effet des grandes structures cohérentes. Beronov et Kida [2] ont décrit la stabilité de la nappe de Burgers, i.e. d'une nappe visqueuse étirée, d'épaisseur constante pour laquelle l'amplification par étirement équilibre la diffusion visqueuse. Ils analysent ce problème en termes de modes normaux en dérivant une équation de Orr–Sommerfeld modifiée. Ce traitement met en évidence l'existence d'un nombre

de Reynolds critique et, pour le cas instable, d'un nombre d'onde de coupure pour les grands nombres d'onde. Dans ce travail, nous considérons une solution de base instationnaire pour laquelle l'équilibre entre l'amplification par étirement et diffusion visqueuse n'est pas encore établi. Cette dynamique nécessite d'examiner l'évolution des transitoires plutôt que l'évolution asymptotique. A cet effet on utilisera la théorie de la non normalité récemment développée dans les écoulements ouverts [3]. Une étude récente [4] a pris en compte un cas complémentaire pour lequel l'étirement est dirigé le long de la direction principale de l'écoulement. Il est situé orthogonalement à celui que l'on considérera dans notre travail.

2. Équations dynamiques

L'instabilité classique de Kelvin–Helmholtz est dominée par une dynamique non-visqueuse bidimensionnelle. Dans ce travail, on étudie donc l'évolution « inviscide » des perturbations bidimensionnelles. On définit tout d'abord une solution de base satisfaisant les équations d'Euler et représentant une couche de mélange étirée, i.e. de la forme

$$\mathbf{U} = U(y, t) \mathbf{e}_x - \gamma(t)y \mathbf{e}_y + \gamma(t)z \mathbf{e}_z \quad (1)$$

où x représente la coordonnée le long de l'écoulement et y, z les coordonnées normales. On vérifie aisément que la solution (1)

$$U(y, t) = F(\beta) \quad \text{avec } \beta = \frac{y}{2\delta(t)} \quad (2)$$

satisfait les équations d'Euler si l'épaisseur $\delta(t)$ de la couche de mélange est une fonction de l'étirement

$$\delta(t) = \delta(0) \exp\left(-\int_0^t \gamma(u) du\right) \quad (3)$$

la fonction $F(\beta)$ étant donnée par les conditions initiales. Une analyse de stabilité de l'écoulement de base (1) en modes normaux, i.e. de la forme $\exp(i\omega t)$, n'est pas envisageable puisque cet écoulement est instationnaire. Une première analyse consiste à approcher le profil continu F par un profil en lignes brisées

$$\begin{aligned} U(y, t) &= U_1 \quad \text{pour } y > \delta(t) \\ U(y, t) &= U_1 y / \delta(t) \quad \text{pour } -\delta(t) \leq y \leq \delta(t) \\ U(y, t) &= -U_1 \quad \text{pour } y < -\delta(t) \end{aligned} \quad (4)$$

où l'on se place dans le référentiel pour lequel $U_1 \equiv U(+\infty, t) = -U(-\infty, t)$. Perturbons cet état de base (4) par des modes bidimensionnels. On introduit donc une fonction de courant de la forme $\psi(x, y, t) = \phi(y, t) \exp(ikx)$. Dans chaque sous-domaine de y , on impose que les perturbations sont irrotationnelles à savoir que l'équation $\phi'' - k^2\phi = 0$ est vérifiée. De la décroissance de la fonction ϕ pour $y \rightarrow \pm\infty$, on déduit la dépendance spatiale suivante (la partie réelle k_r du nombre d'onde k est supposée positive, $k_r > 0$)

$$\begin{aligned} \phi(y, t) &= C_1(t) \exp(-ky) \quad \text{pour } y > \delta(t) \\ \phi(y, t) &= B_2(t) \exp(+ky) + C_2(t) \exp(-ky) \quad \text{pour } -\delta(t) \leq y \leq \delta(t) \\ \phi(y, t) &= B_3(t) \exp(+ky) \quad \text{pour } y < -\delta(t) \end{aligned} \quad (5)$$

où $C_1(t), C_2(t), B_2(t), B_3(t)$ sont des fonctions du temps. On doit également imposer des conditions de saut pour les perturbations à la traversée des interfaces : une condition cinématique sur l'impénétrabilité des domaines et une condition dynamique de conservation de la pression. Ces conditions sont modifiées par rapport au cas classique non étiré puisque les interfaces de base $y = \pm\delta(t)$ évoluent dans le temps et qu'il faut tenir compte de l'adjonction

de la partie hyperbolique dans l'état de base. Ces contraintes de saut imposent un système de deux équations complexes (ou quatre équations différentielles réelles)

$$\frac{dB_2}{dt} = \left(-ikU_1 + \gamma\delta k + \frac{iU_1}{2\delta} \right) B_2 + \frac{iU_1}{2\delta} \exp(-2k\delta) C_2 \quad (6)$$

$$\frac{dC_2}{dt} = -\frac{iU_1}{2\delta} \exp(-2k\delta) B_2 + \left(ikU_1 + \gamma\delta k - \frac{iU_1}{2\delta} \right) C_2 \quad (7)$$

et deux conditions algébriques

$$C_1 = C_2 + B_2 \exp(2k\delta), \quad B_3 = C_2 \exp(2k\delta) + B_2 \quad (8)$$

qui définissent complètement le système dynamique. La norme habituellement utilisée dans les théories de stabilité doit être modifiée puisque l'accroissement de l'énergie cinétique des perturbations $E(T)$ n'est plus une norme pertinente l'écoulement de base étant lui-même instationnaire. Pour la stabilité d'un écoulement autosimilaire (2), un bon critère consiste à comparer, à un instant T fixé, l'amplitude des perturbations renormalisées par les échelles caractéristiques de ce profil de base à cet instant précis à savoir U_1 pour la vitesse et $\delta(T)$ pour l'épaisseur. En effet, une fois cette transformation opérée, on est ramené à un profil de base (2) identique à tous les instants. Dans ce cadre, on choisit comme norme l'énergie cinétique des perturbations renormalisées, i.e. la quantité $E/(U_1^2\delta(T))$ à chaque instant T . On remarquera toutefois que ce choix est quelque peu arbitraire : cette indétermination est inhérente à l'étude de l'amplification des transitoires que ce soit pour un écoulement stationnaire ou instationnaire. Dans notre cas, cette grandeur la norme $E/(U_1^2\delta(T))$ s'exprime aisément comme une forme hermitienne :

$$\frac{E(T)}{U_1^2\delta(T)} \sim 2(C_2^*C_2 + B_2^*B_2) \frac{\text{sh}(2k\delta)}{\delta} + (B_3^*B_3 + C_1^*C_1) \frac{\exp(-2k\delta)}{\delta} \quad (9)$$

en fonction des constantes $B_2(T)$, $C_2(T)$ et de leurs complexes conjugués B_2^* , C_2^* (les autres constantes sont des combinaisons linéaires de ces dernières). Il suffit à présent de déterminer quatre solutions indépendantes ($B_2^j(t)$, $C_2^j(t)$) ($j = 1, \dots, 4$) du système (6), (7) puisque la solution générale

$$B_2(t) = \sum_{j=1}^4 \alpha_j B_2^j(t), \quad C_2(t) = \sum_{j=1}^4 \alpha_j C_2^j(t) \quad (10)$$

s'écrit comme une combinaison linéaire de ces quatre solutions. Les solutions ($B_2^j(t)$, $C_2^j(t)$) sont obtenues numériquement en partant de quatre conditions initiales différentes. Il est aisé de calculer la valeur maximale atteinte à un instant fixé T par la norme $E(T)/(U_1^2\delta(T))$ optimisée sur l'ensemble des perturbations possibles, c'est-à-dire sur l'ensemble des solutions des Éqs. (6), (7) normalisées en imposant que la norme $E(0)/(U_1^2\delta(0))$ soit égale à l'unité à l'instant $t = 0$. En effet la quantité $E(T)/(U_1^2\delta(T))$ est une fonction hermitienne des coefficients α_j . L'optimisation de cette grandeur avec la contrainte $E(0)/(U_1^2\delta(0)) = 1$ se ramène donc à la résolution d'un problème aux valeurs propres pour les vecteurs $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$: la plus grande valeur propre est précisément le maximum réalisé à T par $E(T)/(U_1^2\delta(T))$.

3. Résultats

Dans la suite, les grandeurs $E(T)$, T , $\delta(T)$ sont mises sous forme adimensionnée à l'aide des échelles caractéristiques de l'écoulement de base à $t = 0$ à savoir U_1 pour la vitesse et $\delta(0)$ pour l'épaisseur. On utilise pour quantifier nos résultats la quantité $\sigma^{(T)}(k)$ égale à $[\ln(E(T)\delta(0)/E(0)\delta(T))]/2T$ dans laquelle $E(T)$ représente l'énergie cinétique atteinte pour la perturbation optimale à T de nombre d'onde k (à cause de l'adimensionnement $\delta(0) = 1$, $E(0) = 1$). Cette grandeur représente donc un taux d'amplification effectif à l'instant T pour cette

longueur d’onde. On introduit également $\sigma_{\max}^{(T)}$ le maximum de $\sigma^{(T)}(k)$ sur la plage des nombres d’onde. Dans le cas d’un étirement nul, on montre que l’instabilité de Kelvin–Helmholtz n’a pas de caractère non normal très marqué (Fig. 1) : le taux d’amplification effectif $\sigma_{\max}^{(T)}$ est toujours atteint pour le nombre d’onde $k_{\max} = 0,4$ et la valeur $\sigma_{\max}^{(T)} = 0,2$ correspondant au nombre d’onde et à l’amplification du mode normal le plus instable. Ceci est différent du cas non étiré de l’article [4] (seul le cas $\gamma = 0$ est susceptible de comparaison puisque l’étirement dans [4] est dirigé le long de l’écoulement et non transversalement) pour lequel on observe un déplacement de k_{\max} vers les grands k pour des temps T petits. On observe toutefois que l’effet global sur l’ensemble des nombres d’ondes k s’accroît à mesure que T diminue. En particulier, la plage de nombres d’onde de taux de croissance positif est bien plus étendue dans le régime transitoire (e.g., $T = 1$) que dans le régime asymptotique. Enfin on retrouve pour des temps T longs les taux d’amplification $\sigma^{(T)}(k)$ des modes normaux de nombre d’onde k . Les calculs pour un étirement négatif et non nul $\gamma < 0$, i.e. une compression, montrent que la solution est rendue plus stable. En effet, la présence du champ de vitesse hyperbolique (Fig. 2(a)) réduit en permanence le taux d’amplification $\sigma^{(T)}(k)$ et la bande de nombres d’onde avec $\sigma^{(T)}(k) > 0$ à mesure que le temps T croît. Aux temps $T =$

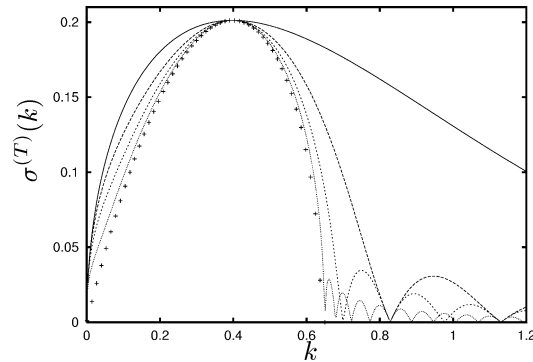


Fig. 1. Taux d’amplification $\sigma^{(T)}(k)$ en fonction du nombre d’onde k sans étirement $\gamma(t) = 0$ et pour quatre temps $T = 1$ (trait plein), $T = 10$ (trait interrompu), $T = 20$ (trait interrompu fin), $T = 50$ (pointillés), mode normaux (symboles +).

Fig. 1. Amplification rate $\sigma^{(T)}(k)$ as a function of wavenumber k for zero stretching $\gamma(t) = 0$ and four times $T = 1$ (bold line), $T = 10$ (dashed line), $T = 20$ (thin dashed line), $T = 50$ (dotted line), normal modes (symbols +).

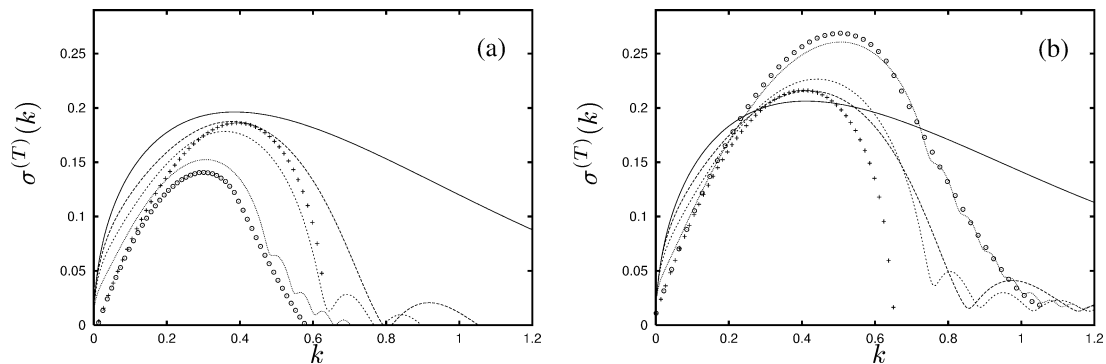


Fig. 2. Taux d’amplification $\sigma^{(T)}(k)$ en fonction du nombre d’onde k . Cas d’une compression $\gamma(t) = -0,01$ (Fig. 2(a)) et cas d’un étirement $\gamma(t) = +0,01$ (Fig. 2(b)) pour quatre temps $T = 1$ (trait plein), $T = 10$ (trait interrompu), $T = 20$ (trait interrompu fin), $T = 50$ (pointillés), approche quasi-statique à $T = 1$ (symboles +), approche quasi-statique à $T = 50$ (symboles o).

Fig. 2. Amplification rate $\sigma^{(T)}(k)$ as a function of wavenumber k . Case of a negative stretching $\gamma(t) = -0.01$ (Fig. 2(a)) and case of a positive stretching $\gamma(t) = +0.01$ (Fig. 2(b)) for four times $T = 1$ (bold line), $T = 10$ (dashed line), $T = 20$ (thin dashed line), $T = 50$ (dotted line), quasi-static approach for $T = 1$ (symbols +), quasi-static approach for $T = 50$ (symbols o).

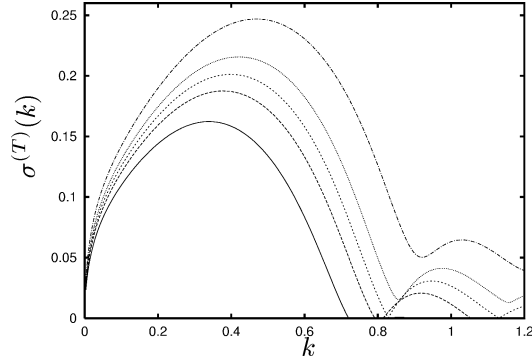


Fig. 3. Taux d'amplification $\sigma^{(T)}(k)$ au temps $T = 20$, avec différents étirements : $\gamma = -0,03$ (trait continue), $\gamma = -0,01$ (trait interrompu), $\gamma = 0$ (trait interrompu fin), $\gamma = 0,01$ (trait pointillé), $\gamma = 0,03$ (trait alterné).

Fig. 3. Amplification rate $\sigma^{(T)}(k)$ at time $T = 20$, for various stretchings $\gamma = -0.03$ (bold line), $\gamma = -0.01$ (dashed line), $\gamma = 0$ (thin dashed line), $\gamma = 0.01$ (dotted line), $\gamma = 0.03$ (dot dashed line).

1, 10, 20, 50 le maximum $\sigma_{\max}^{(T)}$ atteint les valeurs respectives 0,196, 0,187, 0,178, 0,152 pour des nombres d'onde $k_{\max} = 0,387, 0,378, 0,360, 0,306$ qui eux-mêmes diminuent avec l'accroissement de T . Par ailleurs, la Fig. 3 met en évidence la diminution pour une compression du taux d'amplification $\sigma^{(T)}(k)$ à T fixé à mesure que la valeur absolue $|\gamma|$ augmente. Plus précisément on observe donc une réduction du taux d'amplification maximum $\sigma_{\max}^{(T)}$, du nombre d'onde correspondant et de la plage de nombres d'onde $\sigma^{(T)}(k) > 0$ à mesure que la valeur de $|\gamma|$ croît.

En revanche, un étirement positif $\gamma > 0$ de la couche de mélange impose (Fig. 2(b)) que le taux d'amplification $\sigma^{(T)}(k)$ croît avec le temps T : aux temps $T = 1, 10, 20, 50$, il atteint un maximum $\sigma_{\max}^{(T)} = 0,206, 0,216, 0,226, 0,261$ pour des nombres d'onde respectifs $k_{\max} = 0,411, 0,420, 0,441, 0,507$. L'instabilité de la couche de mélange est donc intensifiée par la présence d'un étirement positif.

Par ailleurs, à un temps T fixé, le taux d'amplification maximum $\sigma_{\max}^{(T)}$ et le nombre d'onde correspondant k_{\max} croissent à mesure que γ augmente (Fig. 3). Par exemple à $T = 20$, on obtient $\sigma_{\max}^{(T)} = 0,139, 0,178, 0,2, 0,226, 0,284$ et $k_{\max} = 0,291, 0,360, 0,4, 0,441, 0,537$ pour $\gamma = -0,03, -0,01, 0, 0,01, 0,03$. On notera que les effets mis en évidence sont assez clairs même si la valeur absolue de l'étirement adimensionné $|\gamma|$ est assez faible. Ceci implique que la composante du champ des vitesses associée à l'étirement hyperbolique peut être faible par rapport à la composante liée à la couche de vorticité tout en ayant un effet non négligeable sur cette dernière. Pour des faibles $|\gamma|$, une interprétation de type WKB [5,6] rend compte en partie des résultats obtenus. Par exemple, une compression fait sortir le nombre d'onde effectif $k\delta(T)$ de la zone d'instabilité de l'écoulement de Kelvin–Helmholtz classique. Inversement un étirement diminue ce nombre d'onde $k\delta(T)$ et conduit donc à une destabilisation. De manière plus quantitative, une approximation quasi-stationnaire fournit la valeur

$$\frac{1}{T} \left[\int_0^T \sigma^{\text{KH}}(k, u) du + k \int_0^T \gamma(u) \delta(u) du + \frac{1}{2} \int_0^T \gamma(u) du \right] \quad (11)$$

pour $\sigma^{(T)}(k)$ dans laquelle la deuxième intégrale tire son origine des termes en $\gamma\delta k$ dans  qs. (6), (7), la troisième du facteur en $1/\delta(t)$ dans la norme et enfin la première de l'approximation quasi-statique de Kelvin–Helmholtz

$$\sigma^{\text{KH}}(k, t) = \frac{1}{2\delta(t)} \sqrt{\exp(-4k\delta(t)) - (2k\delta(t) - 1)^2} \quad (12)$$

Pour un étirement négatif et non nul $\gamma < 0$, i.e. une compression, les calculs de l'approche quasi-statique (Fig. 2(a)) donnent des résultats convenables pour des temps grands (e.g., $T = 50$) mais pas pour des temps courts (e.g., $T = 1$). Pour un étirement positif $\gamma > 0$ de la couche de mélange, l'approche quasi-statique (Fig. 2(b)) donne de

même des résultats convenables seulement pour des temps longs (e.g., $T = 50$). Notons que les calculs de notre méthode restent valables même avec des variations de $\gamma(t)$ quelconques ce qui n'est pas vrai de la méthode quasi-statique.

4. Conclusion

L'approche non normale nous a permis d'étudier le cas où la couche de mélange est étirée et de mettre ainsi en évidence l'aspect déstabilisateur d'un étirement positif. En revanche, une compression diminue le caractère instable de la couche de mélange. Dans un travail en cours, nous étendons la validité de ces résultats en tenant compte de la viscosité dans la stabilité de cet écoulement.

Références

- [1] P. Huerre, M. Rossi, Hydrodynamic instabilities in open flows, in: C. Godrèche, P. Manneville (Eds.), *Hydrodynamics and Nonlinear Instabilities*, Cambridge University Press, 1998, pp. 81–294.
- [2] K.N. Beronov, S. Kida, Linear two-dimensional stability of a Burgers vortex layer, *Phys. Fluids* 8 (1996) 1024–1035.
- [3] P.J. Schmid, D.S. Henningson, *Stability and Transition in Shear Flows*, in: *Appl. Math. Sci.*, Vol. 142, Springer-Verlag, 2001.
- [4] S. Ledizes, Optimal two-dimensional perturbations in a stretched shear layer, in: K. Bajer, H.K. Moffatt (Eds.), *Tubes, Sheets and Singularities in Fluid Dynamics*, Proc. Zakopane, Kluwer Academic, 2001, to appear.
- [5] C.M. Bender, S.A. Orszag, *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers*, McGraw-Hill, Singapore, 1978.
- [6] A. Pelcé, A. Clavin, The stability of curved fronts, *Europhys. Phys. Lett.* 3 (8) (1987) 907–913.