C. R. Mecanique 330 (2002) 9–12

Notion de longueur efficace pour la détermination de la réflexion de la houle par un obstacle

Smail Naasse, Chakib Chahine, Mohamed Chagdali

LCSM, Faculté des sciences, Ben Msik sidi Othmane, BP 7955 Sidi Othmane, Casablanca, Maroc

Reçu le 15 janvier 2001 ; accepté après révision le 7 novembre 2001

Note présentée par Évariste Sanchez-Palencia.

Résumé On envisage l'étude de la réflexion de la houle par une série de marches identiques. Dans le cadre de la théorie potentielle, l'introduction des modes évanescents nous amène à résoudre un système algébrique de $(2M+2)(2N+1)$ équations où M est le nombre de modes évanescents et N le nombre de marches. On montre qu'en remplaçant la longueur de chaque marche par la longueur efficace, le calcul du coefficient de réflexion peut être fait par une simple relation de récurrence sans l'introduction des modes évanescents. Pour citer cet article : S. Naasse et al., C. R. Mecanique 330 (2002) 9–12. © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

mécanique des fluides / coefficient de réflexion / houle / modes évanescents

Notion of effective length for the determination of the swell reflection by an obstacle

Abstract This study concerns the reflection of the swell by a set of identical steps. In the frame work of potential theory, the introduction of the evanescent modes brings us to the resolution of an algebraic system of $(2M+2)(2N+1)$ equations where M is the number of evanescent modes and N designates the number of steps. We show that when the length of each step is replaced by the effective length, the calculation of the reflection coefficient can be made through a simple recursive relation without the introduction of the evanescent modes. To cite this article: S. Naasse et al., C. R. Mecanique 330 (2002) 9–12. © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

fluid mechanics / reflection coefficient / swell / evanescent modes

1. Introduction

L'interaction de la houle avec un fond périodique a été étudiée par beaucoup d'auteurs (voir O'Hare et Davies [1] et plus récemment Yu et Mei [2]). Dans le présent travail nous nous intéressons au cas de la réflexion de la houle par une série de marches identiques placées au fond. L'analyse est effectuée dans le cadre de la théorie potentielle de la houle. Ce type de problème a été étudié par Guazzelli [3] en eau peu profonde par un modèle d'onde plane et repris dernièrement par Rey et al. [4] avec un modèle des modes évanescents. Dans la procédure de détermination analytique du coefficient de réflexion, on subdivise le domaine d'étude en plusieurs sous domaines de profondeurs constantes. On superpose une onde plane et une infinité de modes – dits évanescents – qui s'atténuent exponentiellement loin de l'obstacle [4]. Dans

Adresse e-mail : s.naasse@caramail.com (S. Naasse).

S1631-0721(02)01419-5/FLA

cette façon de faire, on se ramène à la résolution d'un système algébrique de $(2N+2)(2M+1)$ équations où M est le nombre des modes évanescents et N le nombre de marches.

L'idée développée dans ce travail consiste à remplacer la longueur réelle de chaque marche, notée $2l$, par une longueur plus grande notée $2L$ – dite efficace – et de calculer le coefficient de réflexion par un modèle plus simple qui ne tient compte que des modes propagatifs (modèle d'onde plane). La détermination de la longueur efficace consiste à : (1) calculer le coefficient de réflexion, pour une seule marche, avec le modèle des modes évanescents, (2) chercher la première valeur du nombre d'onde σ, au-dessus de la marche, pour laquelle le coefficient de réflexion est nul, (3) injecter cette valeur du nombre d'onde dans l'expression du coefficient de réflexion déduite par le modèle d'onde plane. L'expression de la longueur efficace est alors :

$$2L = \frac{\pi}{\sigma} \tag{1}$$

Dans l'application à une série de M marches le calcul du coefficient de réflexion peut être effectué à l'aide d'une relation de récurrence au lieu de la résolution d'un système d'ordre $(2N+2)(2M+1)$.

2. Formulation du problème

Nous nous proposons de déterminer le coefficient de réflexion de la houle lors de son passage sur une série de marches placées au fond d'un canal à fond horizontal. Nous traitons le problème bidimensionnel de la propagation d'une houle potentielle générée en amont et qui ne subit aucune réflexion à l'aval (Fig. 1). Le potentiel des vitesses pour ce problème est la somme d'une onde plane et d'une infinité de modes évanescents dans chacun des sous domaines.

Si M est le nombre des modes évanescents dans chacun des sous domaines nous avons $2M+2$ inconnues, et si N est le nombre de marches nous avons $2N+1$ sous domaines ; le nombre total des inconnues est donc $(2M+2)(2N+1)$. Le calcule du coefficient de réflexion nécessite alors la résolution d'un système algébrique de $(2M+2)(2N+1)$ équations. Si on ne tient pas compte des modes évanescents (modèle d'onde plane) le coefficient de réflexion est donné par l'expression matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} T_n \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\prod_{p=1}^{n} \begin{bmatrix} \alpha_{\mathrm{p}} & \beta_{\mathrm{p}} \\ \beta_p^* & \alpha_p^* \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} 1 \\ R_n \end{bmatrix} \tag{2}$$

Les constantes complexes α_n et β_n dépendent des profondeurs, des longueurs des marches, des intermarches et de la fréquence. R_n et T_n sont, respectivement les coefficients de réflexion et de transmission par n marches.

Si les marches sont identiques (système périodique) les constantes α_n et β_n ne dépendent pas de n et de (2) nous déduisons que :

$$R_{n+1} = \frac{\alpha R_n - \beta^*}{\beta R_n - \alpha^*}, \quad 1 \leqslant n \leqslant N \tag{3}$$

Dans le cas particulier d'une seule marche le coefficient de réflexion calculé par (2), s'annule pour toutes les fréquences dont les nombres d'ondes σ au-dessus de la marche vérifient la relation $\sigma l = p\pi/2$ où p est un entier et l est la demi-longueur de la marche. Le coefficient de réflexion passe donc par des maximums et des minimums. Dans cette étude nous appelons bande de réflexion l'intervalle entre deux minimums successifs, et nous nous limitons à la première.

Le calcul du coefficient de réflexion par le modèle des modes évanescents, dans le cas d'une marche montre un rétrécissement de la bande de réflexion et une augmentation du maximum (Fig. 2). Tout se passe comme si l'obstacle était plus long qu'il ne l'est réellement, d'où l'idée de remplacer la marche réelle par une autre plus longue (longueur efficace).

Pour le calcul de cette longueur efficace, dans la première bande de réflexion, on cherche d'abord la première valeur du nombre d'onde au-dessus de la marche pour laquelle le coefficient de réflexion, calculé

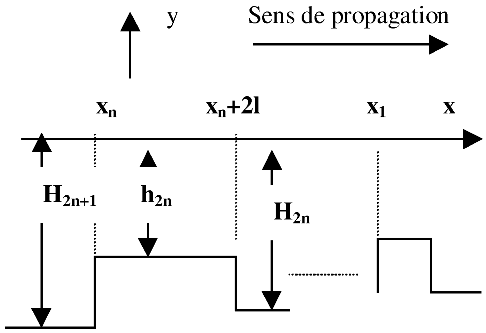

Figure 1. Géométrie du problème.

Figure 1. *Geometry of the problem.*

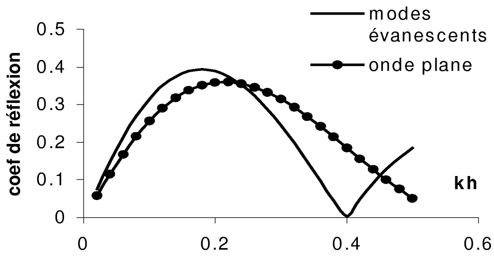

Figure 2. Coefficient de réflexion pour une marche. $h/H = 0,4$; $l/h = 2,05$.

Figure 2. *Reflection coefficient for one step.* $h/H = 0.4$, $l/h = 2.05$.

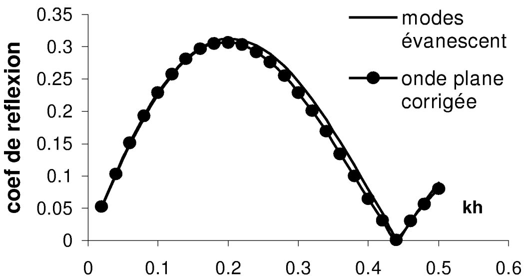

Figure 3. Coefficient de réflexion. $h/H = 0,5$; $l/h = 2,128$; $L/h = 2,67$.

Figure 3. *Reflection coefficient.* $h/H = 0.5$, $l/h = 2.128$, $L/h = 2.67$.

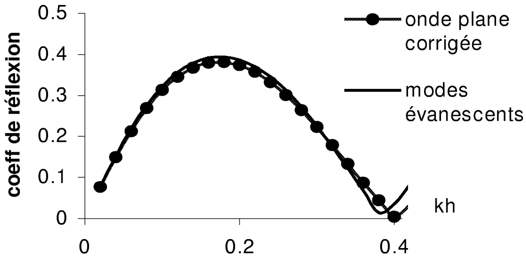

Figure 4. Coefficient de réflexion. $h/H = 0,4$; $l/h = 2,128$; $L/h = 2,67$.

Figure 4. *Reflection coefficient.* $h/H = 0.4$, $l/h = 2.128$, $L/h = 2.67$.

par le modèle incluant les modes évanescents, s'annule puis on injecte ce nombre dans l'expression (1) pour déduire la longueur efficace $2L$.

3. Résultats

Pour valider notre approche quatre cas sont envisagés :

Premier cas. – On compare les valeurs du coefficient de réflexion calculées par le modèle des modes évanescents avec celles calculées par le modèle d'onde plane corrigé dans le cas d'une seule marche (Fig. 3). Sur cette figure on a tracé le coefficient de réflexion en fonction de kh pour une immersion (rapport de la hauteur d'eau au-dessus de l'obstacle par la hauteur d'eau totale) de 50 % et pour une marche de longueur relative (rapport de la longueur de la marche par la hauteur d'eau au-dessus de la marche) égale à 2,128.

Deuxième cas. – On compare, dans le cas d'une seule marche immergée à 40 %, les valeurs du coefficient de réflexion calculées par le modèle des modes évanescents, avec celles calculées par le modèle d'onde plane corrigé en conservant la longueur efficace calculée à partir d'une immersion de 50 % (Fig. 4).

Troisième cas. – On compare ici, dans le cas de deux marches identiques de longueurs $2l$ et séparées par une distance $d = 2l$, les valeurs du coefficient de réflexion calculées par le modèle d'onde plane corrigé avec les valeurs que nous avons mesurées dans un canal à houle (Fig. 5).

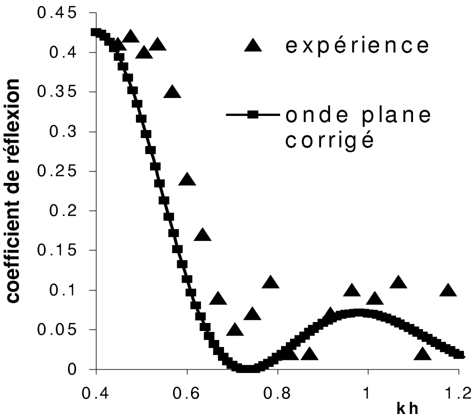

Figure 5. Coefficient de réflexion pour 2 marches. $d = 2l = 25$ cm, $h = 11$ cm, $H = 22$ cm.

Figure 5. *Reflection coeeficient for* 2 *steps.* $d = 2l = 25$ cm*,* $h = 11$ cm*,* $H = 22$ cm.

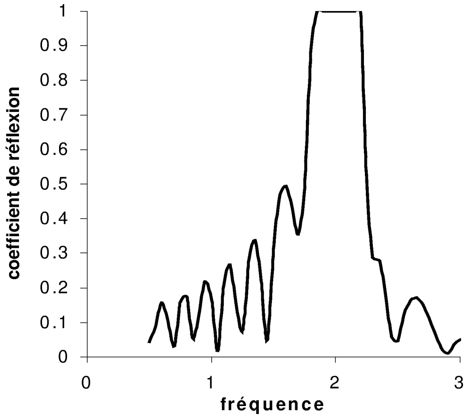

Figure 6. Coefficient de réflexion pour 29 marches. $h/H = 0{,}4$; $l/h = 0$ (modèle d'onde plane corrigé).

Figure 6. *Reflection coefficient for* 29 *steps.* $h/H = 0.4$*,* $l/h = 0.5$ (*corrected plane wave model*)*.*

Quatrième cas. – On calcule, par le modèle, le coefficient de réflexion d'une série de 29 marches identiques de longueurs égales à $4{,}1$ cm et séparées par des distances égales à $4{,}1$. Les résultats obtenus (Fig. 6) sont en bon accord avec ceux donnés par V. Rey [4] à partir du modèle des modes évanescents.

4. Conclusion

Le modèle d'onde plane corrigée par la longueur efficace est bien applicable dans la première bande de réflexion lors de l'interaction de la houle avec une série de marches identiques. Ce modèle simplifie les calculs analytiques ce qui permet de prévoir le comportement de la houle lors de son interaction avec des obstacles. Il permet aussi de réduire la dimension des systèmes algébriques à traiter

Références bibliographiques

[1] O'Hare T.J., Davies A.G., A new model for surface wave propagating over ondulating topography, Coastal Engrg. 18 (1992) 251–266.
[2] Yu J., Mei C.C., Do longshore bars shelter the shore, J. Fluid Mech. 404 (2000) 71–92.
[3] Guazzelli E., Deux études expérimentales du désordre en hydrodynamique physique : désordre spatial de structures convectives ; effet du désordre sur la propagation d'ondes de gravité, Thèse d'état, Université de Provence, 1986.
[4] Rey V., Propagation and local behaviour of normally incident gravity waves over varying topography, European J. Mech. B Fluids 11 (2) (1992) 213–232.