

# Change of scale effect in the phenomena of thermal multi-constriction

Najib Laraqi

LEEE, EA 387, Université Paris X, IUT Ville d'Avray, Département GTE, 1, Chemin Desvallières, 92410 Ville d'Avray, France

Received 26 November 2001; accepted after revision 17 January 2002

Note presented by Henri Cabannes.

---

**Abstract** A simple model is proposed to examine the effects of scale on behavior of the thermal contact resistance  $R_c$ . The study is based on cluster of regular contacts per level that may vary in terms of number and/or dimension while passing from one level to another according to a process similar to a fractal description. *To cite this article: N. Laraqi, C. R. Mécanique 330 (2002) 141–145.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**heat transfer / thermal contact resistance / thermal constriction / cluster of contacts / interface / heat conduction / scale change / fractal representation**

## Effet du changement d'échelle dans les phénomènes de multi-constriction thermique

**Résumé** Un modèle simple est proposé pour examiner les effets de changements d'échelle sur le comportement de la résistance thermique de contact  $R_c$ . L'étude est basée sur des groupements de contacts réguliers par niveau et pouvant varier en nombre et en dimension en passant d'un niveau à l'autre selon un procédé similaire à une description fractale. *Pour citer cet article : N. Laraqi, C. R. Mécanique 330 (2002) 141–145.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**transferts thermiques / résistance thermique / constriction thermique / groupement de contacts / interface / conduction de chaleur / changement d'échelle / représentation fractale**

---

### Version française abrégée

Le problème d'échelle rencontré dans des configurations de groupements de contacts peut jouer un rôle important dans le comportement de la résistance thermique  $R_c$  [1] à l'interface de deux solides. Des études portant sur un groupement de contacts en réseau carré et régulier placé au centre d'un tube de flux également carré ont été effectuées [2,3] pour examiner le phénomène de double constriction. Le nombre de contacts examiné par les auteurs variait de 4 à 16 contacts. La description de différents niveaux de constriction a été modélisée par une approche fractale [4] en considérant le même nombre de découpage et de rapport de surface à chaque niveau.

---

*E-mail address:* najib.laraqi@cva.u-paris10.fr (N. Laraqi).

Cet article propose un modèle plus général permettant de considérer des nombres de contacts et de sites plus ou moins importants selon le niveau où l'on se situe et aussi des rapports surfaciques différents (Fig. 1). Chaque niveau est caractérisé par l'aire réelle d'un contact (ou d'un site) qui le constitue  $A_i$  et son nombre de contacts (ou de sites)  $N_i$ . On montre sans difficulté que la résistance thermique totale  $R_c$  s'écrit sous la forme de l'équation (1). On notant  $\varepsilon_i$  la racine carrée de l'aire réelle sur l'aire apparente de contact (équation (2)) et  $\psi_i$  la résistance thermique adimensionnelle (équation (3)), on exprime  $R_c$  sous la forme de l'équation (4). Les  $\psi_i$  sont fournis par la corrélation (5) établie pour les spots de contacts à température uniforme [5].

Le modèle est d'abord validé par comparaison avec les résultats des références [2,3] portant sur la double constriction, où ( $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 9$ ) ( $\varepsilon = 0,1$ ;  $0,2$  et  $0,5$ ). L'évolution de  $R_c/R_c(\min)$ , où  $R_c(\min) = R_c(\varepsilon_1 = 1)$ , en fonction de  $\varepsilon_1$  est reportée sur la Fig. 2. Les résultats sont en très bon accord. On obtient la même évolution pour  $N_2 = 9$ . La valeur maximale du rapport  $R_c/R_c(\min)$  tend, comme on pouvait le prévoir vers  $\sqrt{N_2}$ . Pour mettre en évidence l'effet d'échelle, nous avons tracé l'évolution de  $R_{c1}/R_c$  (qui est la part de la macro-constriction sur la résistance totale) pour la cas  $N_1 = 1$  et différentes valeurs de  $\varepsilon$  et  $N_2$ . La valeur  $R_{c1}/R_c = 0,5$  correspond à l'inversion de la prédominance entre macro- et micro-constriction. Ce phénomène a lieu systématiquement et se produit pour des valeurs de  $\varepsilon_1$  d'autant plus petites que  $\varepsilon$  est petit. On observe également un changement de courbure en fonction de la valeur de  $\varepsilon$ , qui justifie par l'interaction entre spots qui est d'autant plus sensible que  $\varepsilon$  est grand. Le nombre de contact  $N_2$  semble avoir une légère influence.

Nous poursuivons l'exploitation de ce modèle en examinant l'effet de la multiplication des niveaux et des variations des paramètres caractéristiques  $\varepsilon_i$  et  $N_i$ .

## 1. Introduction

The scale problem encountered in a cluster of contacts can play a significant role in the behavior of thermal resistance  $R_c$  [1] at the interface between two solids. Studies related to a group of contacts regularly distributed on a square region, placed at the center of a square flux tube were carried out [2,3] to examine the phenomenon of double constriction. The number of contacts examined by the authors varied from 4 to 16 contacts. The description of different levels of constriction was modelled by a fractal approach [4] by considering the same number of cutting and ratio of surface on each level.

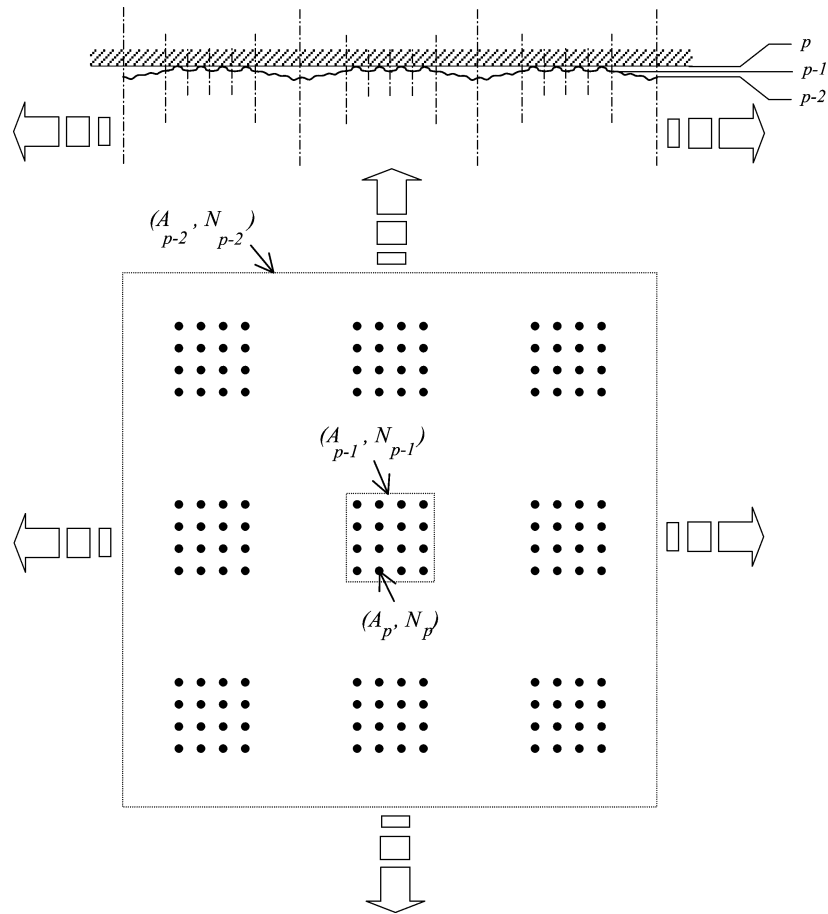
This article offers a more general model allowing to consider a more or less significant number of contacts and sites according to the level where one is located as well as different surface ratios. We describe the proposed model and provide some results to show the effect of scaling in a simple configuration of double constriction.

## 2. Proposed model

Let us consider the configuration of a rough contact on multiple levels ( $p$  levels) of constriction (Fig. 1). Each level is characterized by the real surface  $A_i$  of a contact (or of a site) it constitutes and its number of contacts (or of sites)  $N_i$ . In the example of Fig. 1,  $N_p = 16$  and  $N_{p-1} = 9$ . We can easily show that the total thermal resistance  $R_c$  is given by:

$$R_c = \frac{R_{c1}}{N_1} + \frac{R_{c2}}{N_1 N_2} + \frac{R_{c3}}{N_1 N_2 N_3} + \dots + \frac{R_{cp}}{\prod_{j=1}^p N_j} \quad (1)$$

where  $R_{ci}$  is the individual resistance of a contact (or a site) located at level  $i$ .



**Figure 1.** Schematization of a rough contact with multiple scales.

**Figure 1.** Schématisation d'un contact rugueux avec des échelles multiples.

Introducing the geometrical parameter  $\varepsilon_i$  which is the square root of the real surface on the apparent surface between two consecutive levels ( $0 \leq \varepsilon_i \leq 1$ ), such as:

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{N_i A_i}{A_{i-1}}} \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (2)$$

and using the dimensionless notation  $\psi_i$  of  $R_{ci}$ , such as:

$$\psi_i = R_{ci} k \sqrt{N_i A_i} \quad (3)$$

the relation (1) can be written in the following form:

$$R_{ck} \sqrt{A_0} = \sum_{i=1}^p \frac{\psi_i}{\prod_{j=1}^i (\varepsilon_j \sqrt{N_j})} \quad (4)$$

where  $k$  is thermal conductivity and  $A_0$  the surface of base (level 0), which is supposed to be laterally insulated. The geometrical parameter characteristic of the contact is  $\varepsilon = \prod_{i=1}^p \varepsilon_i$ .

To calculate  $\psi_i$  we adopts the correlation provided in the reference [5] for circular contacts in square flux tube and to uniform temperature:

$$\psi_i = c_0 - c_1\varepsilon_i + c_2\varepsilon_i^3 + c_3\varepsilon_i^5 - c_4\varepsilon_i^6 \tag{5}$$

where  $c_0 = 0.44311$ ,  $c_1 = 0.62074$ ,  $c_2 = 0.15255$ ,  $c_3 = 0.03283$  and  $c_4 = 0.0105$ . When  $\varepsilon_i$  is equal to unity then  $\psi_i(\varepsilon_i = 1) = 0$ . Eq. (5) requires the constriction to be fully developed for each level. We use the correlation (5) for the configuration of a square contact in a square flux tube (case of the sites of contacts). The solution (4) is simple to implement, and allows to treat many configurations of grouping of contacts in order to study the scaling which can take place.

### 3. Some results

As a first step we make a comparison between the model and the results of existing studies [2,3] for a configuration of double constriction, where ( $N_1 = 1$ ,  $N_2 = 9$ ) ( $\varepsilon = 0.1, 0.2$  and  $0.5$ ). The evolution of  $R_c/R_c(\min)$  vs.  $\varepsilon_1$ , where  $R_c(\min) = R_c(\varepsilon_1 = 1)$ , is plotted on Fig. 2, knowing that  $\varepsilon_2 = \varepsilon/\varepsilon_1$ . The results are in good agreement with those of references [2,3]. It is shown that the greater  $\varepsilon$ , the more sensitive  $R_c/R_c(\min)$ . This behavior is explained by the phenomena of interaction between the contacts and edges effects which are marked when the spots are larger [6]. We plot on the same figure the results of the model for  $N_2 = 81$ . We observe the same behavior with respect to  $\varepsilon$ . It will be noted, for the two cases of values of  $N_2$ , that the  $R_c/R_c(\min)$  ratio varies between 1 (micro-constriction alone  $\varepsilon_1 = 1$ ) and  $\sqrt{N_2}$  (macro-constriction alone  $\varepsilon_2 = 1$ ). This result is foreseeable, and can be directly deduced from the analytical solution (4).

While remaining in the same configuration of the double constriction (with  $N_1 = 1$ , we sought to show the scale effects between the macro and micro-constriction. Fig. 3 presents the evolution of the ratio  $R_{c1}/R_c$  (contribution of macro-constriction to total resistance) as a function of  $\varepsilon_1$ , for various values of  $\varepsilon$  (0.01, 0.1 and 0.4) and of  $N_2$  (36 and 81). The  $R_{c1}/R_c = 0.5$  value corresponds to a point where one of the constriction becomes prominent. The representative curves show that this phenomenon occurs systematically. The lesser  $\varepsilon_1$  the lesser the value of  $\varepsilon$  where this phenomenon takes place. The profile of curves changes as  $\varepsilon$  becomes smaller and smaller. This change of curvature takes place at the vicinity of  $\varepsilon = 0.1$ . We also observe a slight difference between the cases  $N_2 = 36$  and  $N_2 = 81$ .

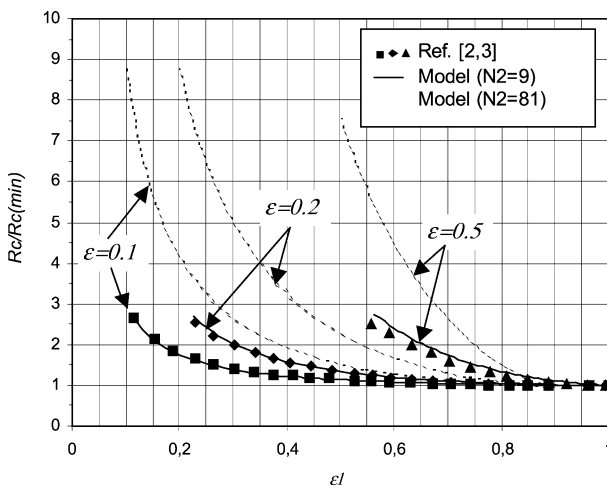
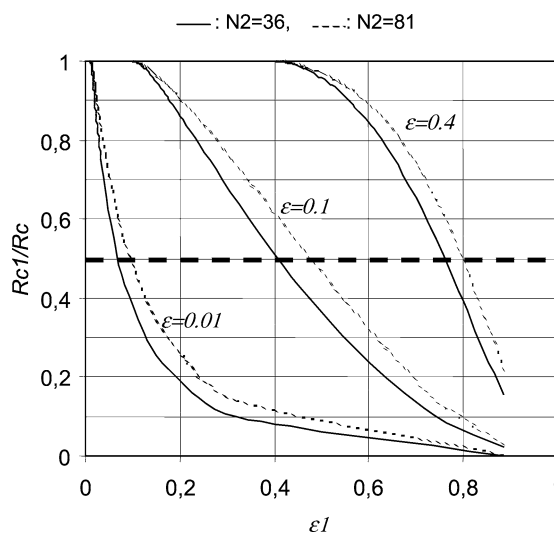


Figure 2. Influence of  $\varepsilon_i$  and  $N$  on  $R_c$ .  
 Figure 2. Influence d'  $\varepsilon_i$  et de  $N$  sur  $R_c$ .

**Figure 3.** Change effect between macro and micro-constriction on  $R_c$ .

**Figure 3.** Changement d'effet entre macro- et micro-constriction sur  $R_c$ .



#### 4. Conclusions

The proposed model enabled us to study the scaling effect of multi-constriction on the evolution of the thermal contact resistance. The case of the double constriction examined in this paper shows that there is a ratio of scale for which an inversion of the importance between micro- and macro-constriction takes place. This depends on the values of  $\varepsilon$  and  $N$ .

We pursue the exploitation of this model in order to examine the effect of the multiplication of levels and the variation of the characteristic parameters on the evolution of  $R_c$ .

#### References

- [1] J.P. Bardon, Transferts interfaciaux multi-échelle, Journée GETTI, Paris, Octobre 2000.
- [2] A.K. Das, S.S. Sadhal, The effect of clustering in thermal contact resistance, in: Proc. Ninth Int. Heat Transfer Conf., Vol. 5, Hemisphere, NY, 1990, pp. 517–522.
- [3] C. Larzabal, F. Danes, Étude de l'effet des groupements des spots de contact sur la résistance thermique des contacts statiques, in: Proc. du Congrès SFT, Arcachon, Elsevier, 1999, pp. 51–56.
- [4] T.L. Warren, A. Majumdar, D. Krajcinovic, A fractal model for the rigid-perfectly plastic contact of rough surfaces, J. Appl. Mech. 63 (1996) 47–54.
- [5] K.K. Tio, S.S. Sadhal, Thermal constriction resistance: effects of boundary conditions and contact geometries, Internat. J. Heat Mass Transfer 35 (6) (1992) 1533–1544.
- [6] J.P. Bardon, Contribution à l'étude des résistances thermiques de contact, Thèse de doctorat es-sciences, Université de Poitiers, 1965.