

# Convection naturelle transitoire le long d'une surface verticale soumise à une densité de flux périodique

Thierry de Lorenzo

Laboratoire de thermomécanique, UTAP, EA 2061, Faculté des sciences, BP 1039, 51687 Reims, France

Reçu le 11 juin 2001 ; accepté après révision le 17 janvier 2002

Note présentée par René Moreau.

---

## Résumé

Cette étude traite du comportement temporel du transfert de chaleur au sein de la couche limite thermique se développant sur une surface verticale lorsqu'une densité de flux périodique est imposée. Une étude numérique permet de montrer que le transfert de chaleur est amélioré si la période de sur-chauffage est inférieure à celle de sous-refroidissement et si l'écoulement a atteint son nouveau régime établi. *Pour citer cet article: T. de Lorenzo, C. R. Mécanique 330 (2002) 181–184.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**transferts thermiques / convection naturelle transitoire / couche limite thermique / flux périodique / méthode des différences finies**

## Transient free convection along a vertical surface subjected to a periodical heat flux density

## Abstract

This paper presents an investigation on laminar transient free convection along a vertical surface subjected to a periodical heat flux density. Numerical analysis show that heat transfer is improved when the over-heating period is inferior to the under-heating one and if the flow has reached its new steady state. *To cite this article: T. de Lorenzo, C. R. Mécanique 330 (2002) 181–184.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**heat transfer / transient laminar free convection / thermal boundary layer / periodical heat flux / finite-differences method**

---

## 1. Introduction

L'objectif de cette étude est d'améliorer les connaissances des phénomènes de convection naturelle se développant le long de tous composants électroniques de façon à parvenir à un auto-refroidissement des dits composants. Pour ce faire une analyse des phénomènes de transferts de chaleur au sein de la couche limite thermique lorsqu'une surface verticale est soumise à une densité de flux périodique a été menée.

Au cours de ces dernières années plusieurs études par analyse d'échelles ont été effectuées pour déterminer le temps d'établissement de l'écoulement [1,2]. Plus récemment Vargas et Bejan [3] ont utilisé l'analyse d'échelle pour démontrer que lorsqu'une paroi est soumise à une densité de flux  $q_p$ , puis est considérée comme adiabatique ( $q_p = 0$ ), le transfert de chaleur est optimum aux premiers instants si les périodes de chauffage et adiabatique sont égales et faibles.

---

Adresse e-mail : thierry.delorenzo@caramail.com (T. de Lorenzo).

Dans notre cas nous nous intéressons aux phénomènes intervenant lorsque l'écoulement, initialement stationnaire (à  $t_d^+$ ) est perturbé par une densité de flux périodique, avant d'atteindre son second état d'équilibre (Fig. 1). Une étude paramétrique est alors effectuée pour déterminer l'influence des périodes, et du nombre de crêneaux appliqués. Pour ce faire les équations de couches limites ont été adimensionnées puis résolues par la méthode numérique de Keller-box. La capacité thermique de la paroi est supposée négligeable.

## 2. Équation

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie sont tout d'abord simplifiées grâce aux hypothèses de couches limites et de Boussinesq (voir par exemple [4]). La méthode explicitée par Cebeci [4] est alors utilisée pour résoudre le système simplifié. Cette méthode implique tout d'abord d'adimensionner le système d'équations puis de résoudre le système adimensionné par la méthode de Keller-box détaillée au paragraphe 3.

En ce qui concerne l'adimensionnement du système simplifié, Cebeci préconise pour alléger la résolution numérique d'utiliser la méthode différentielle. Or dans notre cas il n'existe pas de solution similaire. C'est pourquoi nous adimensionnons « directement » le système simplifié en supposant que les variables adimensionnées  $U^+$ ,  $V^+$  et  $\theta^+$  dépendent de  $X^+$ ,  $Y^+$  et  $t^+$  et ont pour définition :

$$U^+ = \frac{U}{U^0(x)} = \frac{U}{\sqrt{g\beta\Delta T^0(x)x}}, \quad Y^+ = \frac{y}{x^{1/5}} \left[ \frac{g\beta q_p}{\lambda v^2} \right] = \frac{y}{x} Gr_x^{*1/5}, \quad X^+ = \frac{x}{L} \quad (1a)$$

$$V^+ = \frac{Vx}{v} Gr_x^{*-1/5}, \quad t^+ = \frac{U^0(x)}{x} t = \frac{vt}{x^2} Gr_x^{*2/5} \quad \text{et} \quad (1b)$$

$$\theta^+ = \frac{T - T_\infty}{\Delta T^0(x)} = \frac{T - T_\infty}{T_p(x) - T_\infty} = \frac{T - T_\infty}{(q_p x / \lambda) Gr_x^{*-1/5}}$$

où  $U^0(x)$  représente la vitesse de référence, et  $Gr_x^* = g\beta q_p x^4 / (\lambda v^2)$  le nombre de Grashof modifié.

En effectuant le changement de variables (1a) et (1b), le système simplifié devient :

$$\begin{cases} \frac{3}{5}U^+ + X^+ \frac{\partial U^+}{\partial X^+} + \frac{\partial V^+}{\partial X^+} = 0 \\ \frac{\partial U^+}{\partial t^+} + \frac{3}{5}(U^+)^2 + X^+U^+ \frac{\partial U^+}{\partial X^+} + V^+ \frac{\partial U^+}{\partial Y^+} = \theta^+ + \frac{\partial^2 U^+}{\partial Y^{+2}} \\ \frac{\partial \theta^+}{\partial t^+} + \frac{\theta^+ U^+}{5} + X^+U^+ \frac{\partial \theta^+}{\partial Y^+} + V^+ \frac{\partial \theta^+}{\partial Y^+} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta^+}{\partial Y^{+2}} \end{cases} \quad (2)$$

Les conditions aux limites étant, quelque soit  $t^+ \geq 0$  :

$$\begin{aligned} X^+ = 0: \quad & U^+ = V^+ = q^+ = 0 \\ Y^+ = 0: \quad & U^+ = V^+ = 0 \quad \text{et} \quad q = q_p(x, t) \\ Y^+ \rightarrow \infty \quad & U^+ = 0 \quad \text{et} \quad \theta^+ = 1 \end{aligned}$$

## 3. Résolution numérique

Le système non linéaire (2) est résolu en utilisant la méthode numérique de Keller-box. Le système (2) est ainsi mis sous la forme d'un nouveau système de six équations du premier ordre dont les différents termes sont discrétisés par différences finies [5]. Le système obtenu est alors linéarisé grâce à la méthode de Newton, écrit sous forme matricielle et enfin résolu par la méthode d'élimination par blocs.

Le maillage est choisi irrégulier seulement dans la direction transversale  $Y^+$ , de façon à détecter les gradients élevés de température et de vitesse au voisinage de la paroi.

Lorsque le critère de convergence, basé sur l'écart relatif entre deux itérations consécutives, est inférieure à  $10^{-5}$ , le processus d'itérations est terminé.

#### 4. Résultats

Dans la présente étude les périodes adimensionnées de sur-chauffage  $P_s$  et de sous-refroidissement  $P_i$  sont définies telles que  $P_s = nP_i$ , le fluide est de l'air à  $20^\circ\text{C}$  ( $Pr = 0,7$ ) et le nombre de Grashof modifié (défini au paragraphe 2) est égal à  $1,01 \times 10^7$  de façon à être sûr que l'écoulement est laminaire. Néanmoins la présente étude reste valable tant que le régime de l'écoulement est laminaire ( $Gr^* < 10^9$ ) et que le fluide est un gaz ( $Pr \approx 1$ ).

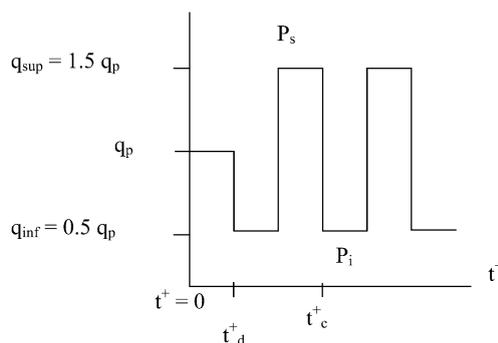
Lorsqu'un fluide initialement au repos est soudainement mis en mouvement grâce à une densité de flux imposée à la paroi, le transfert de chaleur est maximum aux premiers instants (lorsque  $t^+ \rightarrow 0$  sur la Fig. 2) et le mode de transfert est purement conductif. Le phénomène devient convectif et les couches limites apparaissent grâce à l'effet de bord ; le transfert de chaleur diminue alors. Et d'après Sammakia et al. [6] une fois l'écoulement établi une augmentation ou une diminution de la densité de flux surfacique n'engendre pas de variation de la couche limite thermique. Ce phénomène peut s'étendre au cas d'une densité de flux surfacique périodique comme le montre la Fig. 2, puisque l'épaisseur de la couche limite thermique adimensionnée  $\Delta_T$  [7] une fois établie (à  $t^+ = t_d^+ = 4,1$  sur la Fig. 2), reste constante alors que le nombre de Nusselt donc le coefficient d'échange croît.

Une étude paramétrique a ensuite été menée pour déterminer quel type de signal permet d'améliorer le transfert de chaleur.

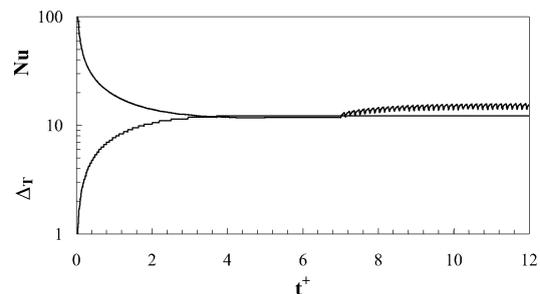
Pour cela la valeur du nombre de Nusselt a été évalué pour différents rapports de périodes  $n$ . La Fig. 3 montre que le transfert de chaleur est optimum si  $n < 0,9$  et si le nombre de cycles est grand. Ainsi dans le cas où  $n = 0,1$  le nombre de Nusselt croît de 25 % après 10 cycles c'est-à-dire une fois atteint son nouveau régime établi.

Mais pour un même  $n$ , plusieurs périodes  $P_s$  et  $P_i$  peuvent être choisies. Et comme il est montré sur la Fig. 4, pour un même  $n$ , plus la période  $P_i$  est grande, meilleur est le nombre de Nusselt moyen. Ce dernier

Densité de flux ( $\text{W} / \text{m}^2$ )

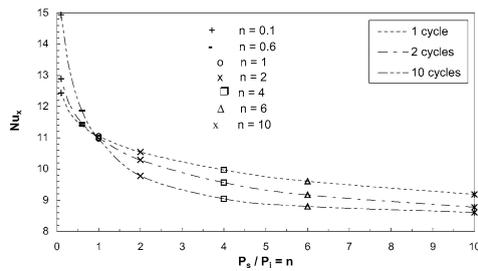


**Figure 1.** Densité de flux périodique.  
**Figure 1.** Periodical heat flux density.



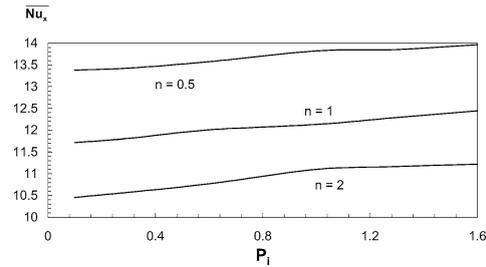
**Figure 2.** Evolution temporelle de l'épaisseur de la couche limite thermique adimensionnée et du nombre de Nusselt,  $P_i = 0,1$ ,  $n = 0,3$ .

**Figure 2.** Temporal evolution of the dimensionless thermal boundary layer thickness and of the Nusselt number,  $P_i = 0.1$ ,  $n = 0.3$ .



**Figure 3.** Variation du nombre de Nusselt après différents nombres de cycles et pour différents rapports de périodes  $n$ ,  $P_i = 0,1$ .

**Figure 3.** Nusselt number after different cycle numbers vs period rate  $n$ ,  $P_i = 0.1$ .



**Figure 4.** Transfert de chaleur moyen pour différentes périodes  $P_i$  et différents  $n$ ,  $X = 0,1$ .

**Figure 4.** Average heat transfer for different period rate vs inferior period  $P_i$ ,  $X = 0.1$ .

étant défini comme suit [7] :

$$\overline{Nu(x)} = \frac{1}{D_T} \int_0^{D_T} Nu(x, t) dt = \frac{1}{D_T} \int_0^{D_T} \frac{h(x, t)x}{\lambda} dt \quad (3)$$

où  $D_T$  est choisi égal à 10,25 secondes de façon à laisser le temps à l'écoulement d'atteindre son nouveau régime établi.

### 5. Conclusion

Un écoulement laminaire ( $Gr^* = 10^7$ ) de convection naturelle, le long d'une surface verticale, initialement établi avant d'imposer une densité de flux périodique à la paroi a été étudié. Grâce à une étude numérique il a été montré que l'épaisseur de la couche limite thermique une fois établie ne varie pas quel que soit le signal périodique appliqué à la paroi. De plus le transfert de chaleur est amélioré si le rapport des périodes est inférieur à 0,9, si la période inférieure  $P_i$  et si le nombre de cycles sont grands.

Par conséquent en imposant une densité de flux périodique à la paroi le transfert de chaleur de la paroi vers le fluide ambiant est amélioré seulement lorsque le fluide au contact de la paroi a suffisamment de temps pour se refroidir avant d'être chauffé de nouveau.

**Remerciements.** L'auteur remercie le réseau français AMETH (Améliorations des Echanges Thermiques) pour son support financier.

### Références bibliographiques

[1] J. Patterson, J. Imberger, J. Fluid Mech. 100 (1980) 65–86.  
 [2] A. Bejan, Convection Heat Transfer, Wiley, New York, 1995.  
 [3] J.V.C. Vargas, A. Bejan, J. Heat Transfer 117 (1995) 942–947.  
 [4] T. Cebeci, P. Bradshaw, Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer, Springer, New York, 1984, p. 487.  
 [5] T. Cebeci, Proc. Roy. Soc. London A 355 (1977) 225–238.  
 [6] B. Sammakia, B. Gebhart, Z.H Qureshi, J. Heat Transfer 104 (1982) 644–648.  
 [7] Th. de Lorenzo, Transfert de chaleur par convection naturelle en régime, Thèse de doctorat, Université de Reims Champagne-Ardenne, 2000.