

Calcul de l'écoulement autour d'un cylindre semi-circulaire par une méthode de collocation

Tonino Sophy ^a, Hamou Sadat ^a, Roger Bouard ^b

^a Laboratoire d'études thermiques, UMR 6608, École supérieure d'ingénieurs de Poitiers, 40, avenue du Recteur Pineau, Poitiers cedex, France

^b Laboratoire d'études aérodynamiques, UMR 6609, Université de Poitiers, SP2MI, boulevard 3, Téléport 2, BP 179, 86960 Futuroscope cedex, France

Reçu le 26 novembre 2001 ; accepté le 17 décembre 2001

Note présentée par René Moreau.

Résumé

Une méthode de collocation utilisant l'approximation diffuse est utilisée pour étudier l'écoulement autour d'obstacles. Après une validation pour le cas d'un cylindre de section circulaire, nous montrons que la méthode permet d'obtenir le nombre de Strouhal pour un objet cylindrique de section semi-circulaire au nombre de Reynolds de 65. *Pour citer cet article* : T. Sophy et al., C. R. Mécanique 330 (2002) 193–198. © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

mécanique des fluides numérique / approximation diffuse / écoulement / cylindre semi-circulaire

Numerical study of the flow over a half-circular cylinder by a diffuse approximation-based collocation method

Abstract

A diffuse approximation based collocation method is used for the study of the flow over a half-circular cylinder. We give some results on the instationary wake at a Reynolds number $Re = 65$. *To cite this article*: T. Sophy et al., C. R. Mécanique 330 (2002) 193–198. © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

computational fluid mechanics / diffuse approximation / fluid flow / half-circular cylinder

Abridged English version

In spite of the great success of the finite element method as effective numerical tool for the solution of boundary value problems on complex domains, there has been a growing interest in the so-called 'meshless' methods over the past decade. A number of methods have been proposed so far, including the smooth particle hydrodynamics (SPH), the Reproducing Kernel Particle Method (RKPM) and the diffuse element method [1].

For our part, we have developed a diffuse approximation based collocation method and we have shown that it is as accurate as the control volume based finite element method [2]. This method has then been extended to stationary incompressible fluid flow problems by means of a projection algorithm [3].

Adresses e-mail : sadat@let.ensma.fr (H. Sadat); roger.bouard@lea.univ-poitiers.fr (R. Bouard).

In the present Note, it is intended to show that it can be used to solve unsteady flow problems past bluff bodies of any shape. The details of the method can be found in reference [3]. We just mention here that the diffuse approximation provides estimates of a scalar field and its derivatives at a given node from the nodal values of the field by means of a weighted least squares method.

In order to validate the present formation the flow past a stationary cylinder is first considered. A nonuniform grid of 33 281 points was used in the calculation domain ($20D \times 10D$ where D is the diameter of the cylinder). The horizontal and vertical velocities have been respectively set to one and zero except for the outlet where the axial derivatives are set to zero.

Fig. 1 shows the two symmetrical bubbles obtained experimentally [5] and numerically for a Reynolds number of 40. The ratio L/D (where L is the bubble length and D the diameter) is in good agreement with the value on Fig. 2 of [5] for $\lambda = 0$. Beyond a critical value of the Reynolds number (around 35), the wake oscillates and a periodic regime is observed.

For a Reynolds number of 65, we found a Strouhal number $St = f \cdot D/U_\infty$ of 0.155 which is to be compared to the value of $St = 0.152$ obtained in [7] with a finer grid.

We now turn to the semi-circular cylinder. We show on Fig. 3, the evolution of the bubble length versus time for $Re = 60$. We observe a 6% maximum error between experimental values [4] and our numerical results.

Concerning the periodic regime which was observed to start around an adimensional time $t = 38$, Fig. 4 shows the streamlines over a period for $Re = 65$. The corresponding Strouhal number is found to be $St = 0.166$ which is 7% larger than the Strouhal number obtained in the case of the circular cylinder.

We have shown in this paper that a diffuse approximation based collocation method can be used successfully to study unsteady flow problems around bluff bodies of any shapes.

1. Introduction

Le développement des méthodes particulières fait l'objet de nombreux travaux depuis quelques années, particulièrement en mécanique des structures. On citera à titre d'exemple les méthodes SPH, RKPM et la méthode des éléments diffus qui sont généralement mises en œuvre dans une formulation du type Galerkin [1]. Nous avons entrepris de développer pour notre part, une méthode de collocation utilisant l'approximation diffuse qui ne nécessite qu'un nuage de points pour sa mise en œuvre. Nous avons montré que cette méthode est une alternative intéressante pour la résolution des problèmes de transferts et qu'elle produit des résultats de précision comparable à la méthode des volumes finis à maillages non structurés [2]. Son couplage à un algorithme de projection a permis de l'étendre à l'étude des problèmes d'écoulements stationnaires de fluides incompressibles dans la formulation en variables primitives [3]. On se propose de montrer dans cette Note, qui se situe dans le prolongement des travaux précédents, que la méthode peut être appliquée à la simulation d'écoulements instationnaires autour d'obstacles avec des géométries présentant des points anguleux. On présente des résultats originaux relatifs à l'écoulement périodique en l'aval d'un cylindre de section semi-circulaire, obstacle qui n'a fait l'objet que d'une étude expérimentale pour des temps adimensionnels inférieurs à 10 [4].

2. Méthode de résolution et conditions aux limites

On ne rappellera pas ici les principes de la méthode de collocation et de l'algorithme de projection utilisés que l'on trouvera dans la référence [3]. On mentionnera simplement que l'approximation diffuse est une méthode de moindres carrés pondérés, qui permet d'estimer les dérivées successives d'un champ scalaire en un point, à partir des valeurs du champ en certains nœuds voisins. Les résultats présentés ci-dessous ont

été obtenus avec un pas de temps adimensionnel de 0,02 pour une discrétisation maximale de 33 281 nœuds (raffinée au voisinage de l'obstacle).

Les vitesses horizontale et verticale initialement égales à un et à zéro dans tout le domaine d'étude (qui s'étend sur une longueur de 20 diamètres et une largeur de 10 diamètres) sont maintenues à ces valeurs à l'entrée et sur les frontières horizontales. A la sortie du domaine, leurs dérivées axiales sont annulées. En ce qui concerne l'équation de correction de pression de l'algorithme de projection, nous imposons une valeur nulle à l'entrée, une dérivée normale nulle sur les frontières horizontales et une dérivée seconde axiale nulle à la sortie du domaine.

3. Résultats

3.1. Obstacle cylindrique

L'écoulement à l'aval d'un obstacle cylindrique est caractérisé par la formation d'un sillage constitué de deux tourbillons contrarotatifs. On présente sur la Fig. 1, une visualisation de cet écoulement effectué par Bouard [5] pour un nombre de Reynolds de 40 ainsi que les lignes de courant que nous avons obtenues. On observe une légère différence sur le rapport L/D (où L et D représentent respectivement la longueur du sillage et le diamètre du cylindre), imputable aux effets de parois. En effet, dans le cas de l'expérience [5], ce rapport est de 1,9 pour un facteur de paroi $\lambda = 0,12$ (où $\lambda = D/H$ avec H diamètre de la frontière limitant l'écoulement). Nous obtenons, pour notre part, un rapport $L/D = 2,2$ pour une configuration d'écoulement libre ($\lambda = 0$) en accord avec la Fig. 2 établie en [5] avec une extrapolation vers $\lambda = 0$.

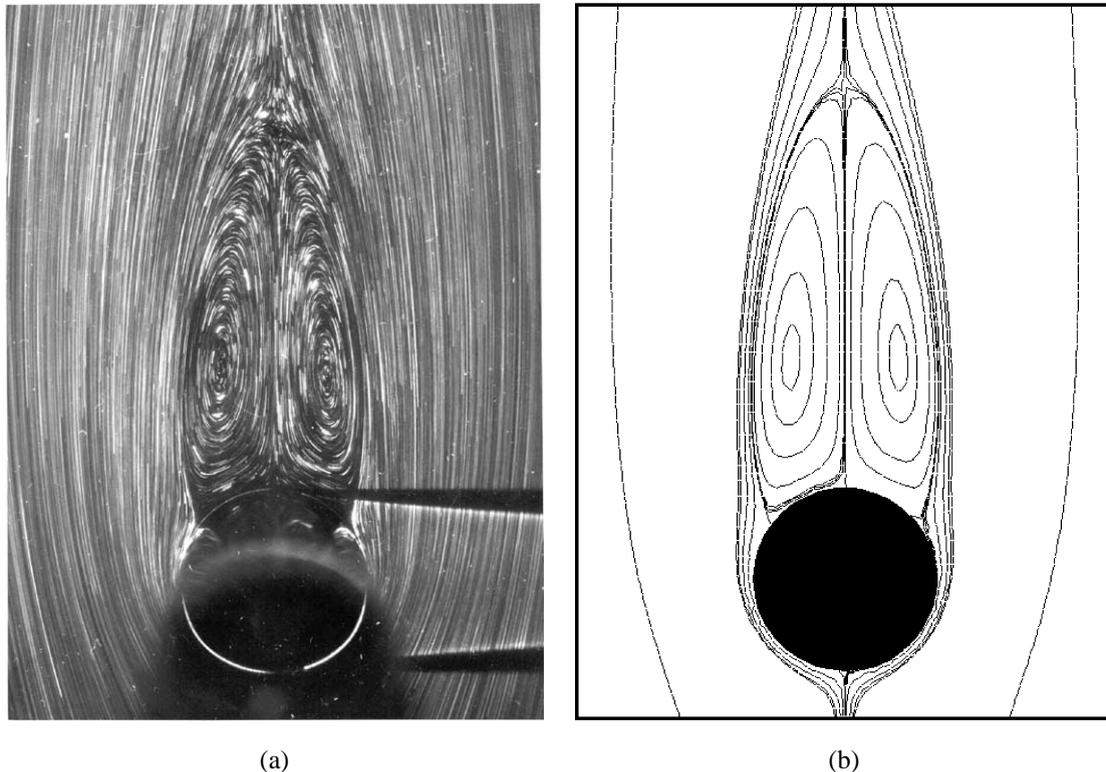


Figure 1. Visualisation du sillage en aval d'un cylindre circulaire à $Re = 40$. (a) expérimental, (b) numérique.

Figure 1. Flow visualization for a circular cylinder at $Re = 40$. (a) experimental, (b) numerical.

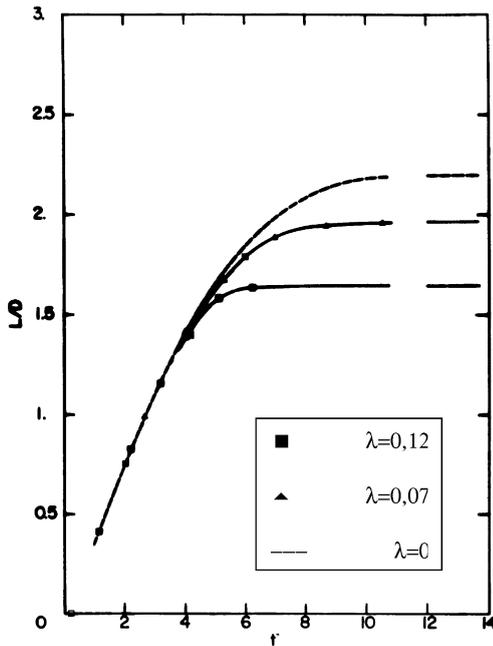


Figure 2. Évolution de la longueur du sillage en aval du cylindre (obtenue expérimentalement) en fonction de t et du facteur de paroi λ à $Re = 40$.

Figure 2. Variation of recirculation length with time and wall coefficient at $Re = 40$, for the circular cylinder case.

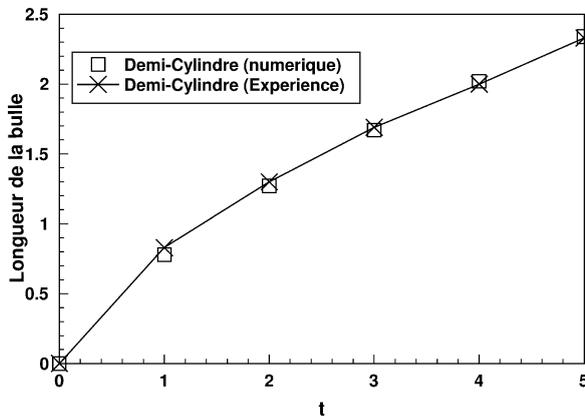


Figure 3. Longueur du sillage.

Figure 3. Length of recirculation zone.

Au-delà d’une certaine valeur critique du nombre de Reynolds (voisine de $Re = 35$), les tourbillons oscillent et s’allongent successivement jusqu’à ce que leurs extrémités se détachent provoquant ainsi un lâchage alterné de fluide formant une allée de tourbillons de vorticités opposées, avec une fréquence f reliée au nombre de Strouhal par la relation $St = f \cdot D/U_\infty$ où D et U_∞ représentent respectivement le diamètre du cylindre, et la vitesse de l’écoulement en amont. L’écoulement demeure par ailleurs bidimensionnel jusqu’au voisinage d’un nombre de Reynolds de 150 [6] où des distorsions tridimensionnelles peuvent apparaître pour le cas d’un obstacle cylindrique.

Nous avons simulé l’écoulement pour un nombre de Reynolds de 65 depuis l’instant initial jusqu’à l’établissement du régime périodique caractéristique de l’allée de Bénard–von Karman, qui apparaît au bout d’un temps adimensionnel voisin de $t = 40$. Signalons que nous n’avons pas eu besoin d’introduire une quelconque perturbation pour déclencher les instabilités. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux de [7] qui ont utilisé une méthode de frontière virtuelle et un maillage de 64 000 nœuds. Nous trouvons

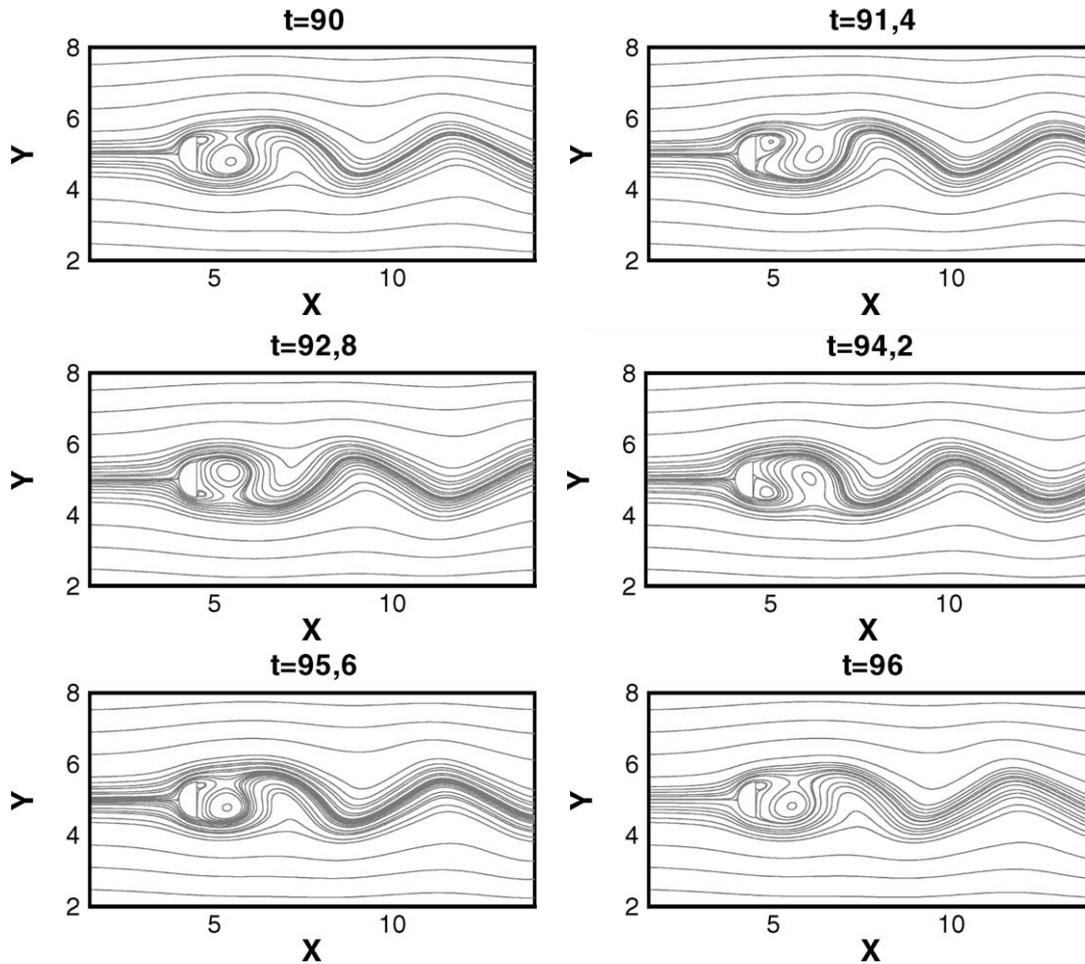


Figure 4. Lignes de courant sur une période $Re = 65$.

Figure 4. *Streamfunction over a period $Re = 65$.*

par exemple un nombre de Strouhal de 0,155 (pour un maillage de 30 000 nœuds) alors que leur résultat est de 0,152.

3.2. Obstacle de forme semi-circulaire

L'écoulement autour d'un obstacle de forme semi-circulaire avec la face arrondie en amont a fait l'objet d'une étude expérimentale aux premiers instants (établissement de la bulle de recirculation) [4]. Nous avons effectué une simulation depuis l'instant initial jusqu'à l'établissement du régime périodique pour un nombre de Reynolds de 60.

Nous montrons à titre d'exemple sur la Fig. 3, l'évolution de la taille du sillage que nous avons estimé au niveau de l'axe par l'abscisse à laquelle la composante horizontale de la vitesse change de signe. Nos résultats sont voisins des valeurs expérimentales [4], avec une erreur maximale (à $t = 1$), de 6 % par rapport à l'expérience.

La méthode de l'approximation diffuse utilisée nous a ensuite permis, de simuler le régime périodique, pour ce même « demi-cylindre », à $Re = 65$. Nous avons dû pour cela (à cause des points singuliers) raffiner

la discrétisation à la périphérie de l'obstacle. Nous avons aussi observé l'apparition du régime périodique à partir d'un temps adimensionnel proche de $t = 38$, et nous obtenons, ici, un nombre de Strouhal de 0,166, supérieur de 7 % à celui du cylindre pour le même nombre de Reynolds. La Fig. 4 montre enfin l'évolution de la fonction de courant sur une période.

4. Conclusion

L'étude de l'écoulement autour de cylindres de sections circulaire et semi-circulaire a été effectuée au moyen d'une méthode de collocation utilisant l'approximation diffuse. Après une validation de la méthode sur le cas académique du cylindre circulaire, nous avons montré qu'elle permet de traiter également les cas d'obstacles avec des singularités géométriques.

Références bibliographiques

- [1] T. Belytshko, M. Tabbara, Dynamic fracture using element-free Galerkin methods, *Internat. J. Numer. Methods Engrg.* 39 (1996) 923–938.
- [2] C. Prax, P. Salagnac, H. Sadat, Diffuse approximation and control volume based finite element method: A comparative study, *Numer. Heat Transfer B* 34 (1998) 303–321.
- [3] S. Couturier, H. Sadat, A meshless method for solving incompressible fluid flow problems, *Rev. Européenne d'Éléments Finis* 7 (7) (1998).
- [4] P. Ehrmann, Étude comparative de la formation des sillages en fonction de la forme des obstacles : Application à la coque semi-circulaire, Thèse de l'Université de Poitiers, 1996.
- [5] R. Bouard, Étude de l'écoulement autour d'un cylindre soumis à une translation uniforme après un départ impulsif, pour des nombres de Reynolds allant de 0 à 10^4 , Thèse de l'Université de Poitiers, 1983.
- [6] M. Coutanceau, J.-R. Defaye, Circular cylinder wake configurations: A flow visualization survey, *Appl. Mech. Rev.* 44 (1991) 255–305.
- [7] E.M. Saiki, S. Biringen, Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: Application of a virtual boundary method, *J. Comput. Phys.* 123 (1996) 450–465.