

Stabilité du front d'un tunnel en milieu frottant : un nouveau mécanisme de rupture 3D

Didier Subrin, Henry Wong

École nationale des Travaux Publics de l'État, Département Génie Civil et Bâtiment (URA CNRS 1652),
rue Maurice Audin, 69518 Vaulx-en-Velin cedex, France

Reçu le 26 décembre 2001 ; accepté le 6 mai 2002

Note présentée par Jean Salençon.

Résumé

Dans le cadre de l'approche cinématique en calcul à la rupture, on propose un nouveau mécanisme tridimensionnel pour l'étude de la stabilité du front de taille d'un tunnel en milieu cohérent et frottant. La famille de mécanismes envisagée est construite à partir de spirales logarithmiques et dépend de deux paramètres géométriques. L'optimisation de cette géométrie conduit à un mécanisme critique très semblable aux observations expérimentales et numériques. L'estimation par l'extérieur de la pression critique de confinement est meilleure que celle donnée par les approches existantes. Elle est très proche du résultat numérique 3D. *Pour citer cet article : D. Subrin, H. Wong, C. R. Mecanique 330 (2002) 513–519.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

instabilité / tunnel / front de taille / calcul à la rupture / approche cinématique / mécanisme tridimensionnel

Tunnel face stability in frictional material: a new 3D failure mechanism

Abstract

Within the framework of the kinematic approach of yield design theory, a new three-dimensional mechanism is proposed for the stability analysis of the tunnel face in cohesive-frictional material. The geometry of the mechanisms considered are based on logarithmic spirals and depends on two parameters. The optimization leads to a critical mechanism which compares remarkably well with experimental and numerical observations. The kinematic bound of the critical face pressure is better than existing approaches, and is very close to value obtained by 3D numerical computations. *To cite this article: D. Subrin, H. Wong, C. R. Mecanique 330 (2002) 513–519.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

instability / tunnel / tunnel face / yield design theory / kinematical approach / three-dimensional mechanism

Abridged English version

Substantial work has been devoted to the tunnel face stability in isotropic and homogeneous medium. Based on yield design theory [1], these studies lead to static (lower) and kinematic (upper) bound estimates of the failure load. In the case of cohesive-frictional material, the best upper bound solution to date is the one proposed by Leca and Dormieux [6] based on two rigid conical blocks with an internal failure surface. Extending the 2D model of Chambon and Corté [5], we propose a new 3D collapse mechanism involving a

Adresses e-mail : Didier.Subrin@entpe.fr (D. Subrin); Henry.Wong@entpe.fr (H. Wong).

rotational movement of a single block, enveloped by a curved surface, defined by logarithmic-spirals. This geometry is more consistent with the experimental [4] and numerical [8] observations (absence of internal failure surface), and improves quantitatively the upper bound value of the critical face pressure.

The kinematic approach of yield design theory gives an exterior bound of the domain K of potentially supportable loads, based on the virtual work principle (1). If a kinematically admissible velocity field exists such that the power of the external load is superior to the maximum resistance power of the material, then the external load is outside the domain K . This formulation leads to a necessary condition on stability, expressed by Eq. (3).

A perfectly circular tunnel of diameter D under an overburden C is considered (Fig. 1). The tunnel is supposed to be supported by a rigid lining over its entire length behind the face. The soil is of unit weight γ and a uniform surcharge σ_s is applied at ground level. Furthermore, a uniform pressure σ_T is applied at the tunnel face to ensure its stability. All the collapse mechanisms used consider a rigid body motion of a failure block beyond the tunnel face. The power of the external load is given by (4). In the case of a cohesive-frictional medium, characterized by a cohesion c and a friction angle ϕ (Coulomb criterion), the maximum internal power of the material on account of its resistance takes the form (7), provided that the velocity field satisfies condition (6).

The necessary stability condition (3) leads to a lower bound estimate (8) of the critical face pressure, for each particular velocity field considered, since the face pressure acts against collapse. Expression (8) can be further simplified, on account of equation (11) derived from mass conservation (10), to another expression involving only 2 dimensionless load factors M_γ and M_s , through which intervene the geometric parameters. The best lower bound is found by maximization of the function $F(\underline{v})$, among the kinematically admissible geometric parameters, as described in (12).

In this paper, the tunnel is assumed to be sufficiently deep that the collapse mechanism remains entirely below the ground surface (for example when overburden is larger than half the tunnel radius and $\phi > 20^\circ$, which is quite common). In such cases, Eq. (8) simplifies to (21). We consider a rigid body rotation of a 3D block bounded by the tunnel face and a curved surface (Figs. 1 and 2), which is parametrized by Eqs. (13)–(16), the velocity-jump condition (6) being satisfied everywhere (cf. Eqs. (17)–(20)).

For the particular geometry considered, the load factor M_γ admits an explicit form (22). Its optimization is done with respect to the rotation center Ω , defined by two parameters α and β . Fig. 3 presents the results for friction angles in the range $\phi = 10^\circ$ – 40° . It appears that the proposed solution improves the lower bound critical face pressure obtained by Leca and Dormieux [6] and Pantet and Soubra [7]. Besides, the analytical model gives results very close to numerical values given by Vermeer and Ruse [8] based on 3D numerical finite element simulations in the range $\phi = 20^\circ$ – 40° .

1. Introduction

On s'intéresse à la stabilité du front de taille d'un tunnel dans un milieu homogène et isotrope. Des travaux précédents, mettant en œuvre la théorie du calcul à la rupture [1], conduisent à des estimations par défaut ou par excès de la charge critique. Ces approches ont montré que l'écart entre les bornes inférieures et supérieures reste important. Par ailleurs, l'approche par l'intérieur conduit aux meilleures estimations des pressions de soutènement mesurées sur des essais en centrifugeuse dans des massifs d'argile [2,3]. En revanche, la borne supérieure s'accorde mieux avec les résultats d'essais en milieu frottant [4].

En matériau cohérent et frottant, Chambon et Corté [5] ont proposé un mécanisme de rupture 2D basé sur le mouvement en rotation d'un bloc limité par deux arcs de spirales logarithmiques. Par ailleurs, Leca et Dormieux [6] ont proposé des mécanismes 3D à un paramètre géométrique, basés sur le mouvement en translation de blocs tronconiques. Bien que Pantet et Soubra [7] aient légèrement amélioré la solution en étendant à deux paramètres cette famille de mécanismes, leur approche reste mal connue par la profession et la solution précédente est souvent considérée comme optimale. Par ailleurs, les observations expérimentales

[4] et les calculs numériques 3D [8] indiquent clairement un mécanisme curviligne sans surface de cisaillement interne [6,7].

On propose dans ce cadre un mécanisme 3D basé sur un bloc rigide défini à partir de spirales logarithmiques (Figs. 1 et 2). Dans le cas d'un mécanisme non débouchant en surface, le modèle proposé améliore la solution [6]. Par ailleurs, les prédictions analytiques se révèlent très proches de résultats de calculs numériques obtenus par Vermeer et Ruse [8].

2. Approche cinématique en calcul à la rupture

Pour un système caractérisé par un nombre fini de paramètres de chargement, la théorie du calcul à la rupture [1] consiste à encadrer le domaine K des sollicitations supportables, en approchant sa frontière par l'intérieur et par l'extérieur. L'approche statique donne une estimation par l'intérieur du domaine K . Pour un chargement \underline{Q} et un champ de contraintes $\underline{\sigma}$ statiquement admissible (SA) donnés, la compatibilité entre l'équilibre statique du système et les capacités de résistance des matériaux constitutifs permet d'affirmer que ce chargement est bien à l'intérieur du domaine recherché.

L'approche cinématique donne une estimation par l'extérieur de ce domaine basée sur de mécanismes virtuels de rupture \underline{v} cinématiquement admissible (CA). Elle est construite par dualisation de l'approche statique au moyen du principe des puissances virtuelles qui s'écrit :

$$\dot{W}_{\text{int}}(\underline{\sigma}, \underline{v}) = \int_{\mathfrak{S}} \underline{\sigma} : \underline{d} \, d\mathfrak{S} + \int_{\Sigma} [\underline{v}] \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n} \, d\Sigma = \dot{W}_{\text{ext}}(\underline{v}, \underline{Q}), \quad \forall \sigma \text{ SA avec } Q, \quad \forall v \text{ CA} \quad (1)$$

où \dot{W}_{int} (resp. \dot{W}_{ext}) est la puissance des efforts intérieurs (resp. extérieurs), \mathfrak{S} le volume du système, \underline{d} le champ de taux de déformation associé à \underline{v} , $[\underline{v}]$ le saut de vitesse au franchissement d'une surface de discontinuité Σ dans le sens de la normale unitaire \underline{n} .

La puissance résistante maximale, fonctionnelle du mécanisme virtuel envisagé, est la borne supérieure de la puissance intérieure admise par le critère de résistance, qui dépend de la fonction d'appui π du domaine convexe G des contraintes admissibles :

$$\dot{W}_{\text{int}}^{\text{sup}}(\underline{v}) = \text{Sup}_{\underline{\sigma} \in G} \left\{ \dot{W}_{\text{int}}(\underline{\sigma}, \underline{v}) = \int_{\Omega} \pi(\underline{d}) \, d\Omega + \int_{\Sigma} \pi(\underline{n}, [\underline{v}]) \, d\Sigma \right\} \quad \text{où :} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \pi(\underline{d}) = \text{Sup}\{\underline{\sigma} : \underline{d} \mid \underline{\sigma} \in G\} \\ \pi(\underline{n}, [\underline{v}]) = \text{Sup}\{[\underline{v}] \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n} \mid \underline{\sigma} \in G\} \end{cases}$$

S'il existe un champ de vitesse CA tel que la puissance des efforts extérieurs est supérieure à la puissance résistante maximale, alors le chargement est extérieur au domaine K et conduit à l'instabilité certaine du système. Par conséquent, une condition nécessaire de stabilité s'écrit :

$$\underline{Q} \in K \Rightarrow \dot{W}_{\text{ext}}(\underline{v}, \underline{Q}) \leq \dot{W}_{\text{int}}^{\text{sup}}(\underline{v}), \quad \forall \underline{v} \text{ CA} \quad (3)$$

En exhibant des familles particulières de mécanismes de rupture, inspirés de l'observation sur ouvrages ou modèles réduits, il est possible d'obtenir par optimisation de leur géométrie, des bornes extérieures pour le domaine des chargements potentiellement supportables.

3. Configuration géométrique, paramètres de chargement et capacités de résistance

Dans un massif homogène et isotrope, de poids volumique γ , on considère un tunnel circulaire de diamètre D et de couverture C , entièrement revêtu d'un ouvrage de soutènement infiniment rigide (Fig. 1). En surface, une pression σ_s uniforme simule une surcharge éventuelle, et une pression uniforme de confinement σ_T est appliquée au front pour assurer sa stabilité.

On envisage des mécanismes de rupture par bloc rigide. Soient Σ_f et Σ_s les portions du bloc interceptées par le front et la surface du massif, et Σ_l la surface latérale en contact avec le reste du massif immobile. Pour ce système, dépendant de trois paramètres de chargement $\underline{Q} = (\gamma, \sigma_s, \sigma_T)$, la puissance des efforts

extérieurs dans un champ de vitesse \underline{v} s'écrit :

$$\dot{W}_{\text{ext}}(\underline{v}, \underline{Q}) = \int_{\mathfrak{S}} \underline{\gamma} \cdot \underline{v} \, d\mathfrak{S} - \sigma_s \int_{\Sigma_s} \underline{v} \cdot \underline{e}_y \, d\Sigma - \sigma_T \int_{\Sigma_f} \underline{v} \cdot \underline{e}_x \, d\Sigma \quad (4)$$

Compte tenu du mouvement rigide, $\underline{d} = 0$ d'où $\text{tr}(\underline{d}) = \text{div}(\underline{v}) = 0$. Par ailleurs, $\underline{\gamma} = -\gamma \underline{e}_y = -\gamma \nabla(y)$, donc :

$$\int_{\mathfrak{S}} \underline{\gamma} \cdot \underline{v} \, d\mathfrak{S} = -\gamma \int_{\mathfrak{S}} [\text{div}(y\underline{v}) - y \text{div}(\underline{v})] \, d\mathfrak{S} = -\gamma \int_{\partial\mathfrak{S}} y\underline{v} \cdot \underline{n} \, d\Sigma \quad (5)$$

La résistance du terrain est caractérisée par le critère de Coulomb (cohésion c et angle de frottement ϕ). La fonction d'appui relative aux discontinuités de vitesse s'écrit alors :

$$\pi(\underline{n}, [\underline{v}]) = \frac{c}{\tan \phi} [\underline{v}] \cdot \underline{n} \quad \text{si } [\underline{v}] \cdot \underline{n} \geq |[v]| \sin \phi \quad (6)$$

Sinon, la fonction π n'est pas bornée et la majoration (3) est triviale. Tant que la condition (6) est respectée, étant donné que $\pi(\underline{d}) = 0$ et $[\underline{v}] = -\underline{v}$, la puissance résistante maximale s'écrit :

$$\dot{W}_{\text{int}}^{\text{sup}}(\underline{v}) = - \int_{\Sigma_l} \frac{c}{\tan \phi} \underline{v} \cdot \underline{n} \, d\Sigma \quad (7)$$

4. Condition nécessaire de stabilité

La substitution des relations (4) et (7) dans (3) compte tenu de (5) conduit à une condition nécessaire de stabilité, portant directement sur la pression de confinement :

$$\left(\frac{\sigma_T}{\gamma D} \right) \geq F(\underline{v}) = M_\gamma(\underline{v}) + M_s(\underline{v}) \left(\frac{\sigma_s}{\gamma D} \right) + M_c(\underline{v}) \left(\frac{c}{\gamma D} \right), \quad \forall \underline{v} \text{ CA} \quad (8)$$

avec :

$$M_\gamma(\underline{v}) = - \frac{1}{D} \frac{\int_{\partial\Omega} y\underline{v} \cdot \underline{n} \, dS}{\int_{\Sigma_f} \underline{v} \cdot \underline{e}_x \, dS}, \quad M_s(\underline{v}) = - \frac{\int_{\Sigma_s} \underline{v} \cdot \underline{e}_y \, dS}{\int_{\Sigma_f} \underline{v} \cdot \underline{e}_x \, dS}, \quad M_c(\underline{v}) = \frac{1}{\text{tg } \phi} \frac{\int_{\Sigma_l} \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS}{\int_{\Sigma_f} \underline{v} \cdot \underline{e}_x \, dS} \quad (9)$$

En remarquant que la conservation de la matière s'écrit :

$$\int_{\partial\Omega} \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS = \int_{\Sigma_s} \underline{v} \cdot \underline{e}_y \, dS + \int_{\Sigma_l} \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS + \int_{\Sigma_f} \underline{v} \cdot \underline{e}_x \, dS = 0 \quad (10)$$

on en déduit que :

$$M_c(\underline{v}) = \frac{M_s(\underline{v}) - 1}{\tan \phi} \quad (11)$$

L'effondrement étant provoqué par un défaut de pression de confinement (celle-ci opposant une résistance), l'estimation de la pression critique $(\sigma_T/\gamma D)_{\text{lim}}$ donnée par $F(\underline{v})$ pour chaque mécanisme, est inférieure à la pression de rupture. On cherche le maximum de $F(\underline{v})$, qui est une borne *inférieure* de la charge critique (la meilleur borne extérieure dans la famille de mécanismes envisagée), que l'on désigne par l'expression :

$$\left(\frac{\sigma_T}{\gamma D} \right)_{\text{lim}} > \left(\frac{\sigma_T}{\gamma D} \right)_{\text{lim}}^{\text{cin}} = \text{Sup}_{\underline{v}} \{ F(\underline{v}) \} \quad (12)$$

5. Mécanisme tridimensionnel de rupture locale

Dans le référentiel cylindrique $(\Omega, \underline{e}_r(\theta), \underline{e}_\theta(\theta), \underline{e}_z)$, l'origine angulaire étant la verticale ascendante, le champ de vitesse $\underline{v} = r\omega \underline{e}_\theta$ traduit la rotation autour du centre Ω d'un bloc rigide, limité par le front de taille et une surface paramétrée tridimensionnelle Γ :

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow \underline{R}(t, \theta) = \underline{\Omega M}(t, \theta) = r(t, \theta) \underline{e}_r(\theta) + z(t, \theta) \underline{e}_z \quad (13)$$

Localement, dans un plan tournant $(\underline{e}_r(\theta), \underline{e}_z)$, la trace de la surface Γ est un cercle de centre O' , tel que $\underline{\Omega}O' = r_m(\theta)\underline{e}_r(\theta)$, et de rayon $r_c(\theta)$. Dans une section longitudinale ($z = 0$), sa trace est constituée de deux arcs de spirales logarithmiques de centre Ω :

$$\begin{cases} r_A(\theta) = r_m(\theta) - r_c(\theta) = r_0 \exp[-(\theta - \theta_0) \tan \phi] \\ r_B(\theta) = r_m(\theta) + r_c(\theta) = r_0 \exp[(\theta - \theta_0) \tan \phi] \end{cases} \quad (14)$$

passant par deux points du front diamétralement opposés de coordonnées $A(-\alpha D, -\beta D, 0)$ et $B(-\alpha D, -(\beta + 1)D, 0)$ dans le repère $(\Omega, \underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z)$, tels que :

$$\begin{cases} r_A(\theta_A)/D = a = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ r_B(\theta_B)/D = b = \sqrt{\alpha^2 + (1 + \beta)^2} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \theta_A = \pi - \text{Arc Tan}(\alpha/\beta) \\ \theta_B = \pi - \text{Arc Tan}(\alpha/(1 + \beta)) \end{cases} \quad (15)$$

et se coupant en O pour $\theta = \theta_0$, les deux spirales étant symétriques par rapport à la droite (ΩO) , avec :

$$\begin{cases} r_0 = D\sqrt{ab} \exp[\frac{1}{2}(\theta_A - \theta_B) \tan \phi] \\ \theta_0 = (\theta_A + \theta_B)/2 + \ln(a/b)/2 \tan \phi \end{cases} \quad (16)$$

En remarquant que :

$$\frac{\partial r_m(\theta)}{\partial \theta} = r_c(\theta) \tan \phi ; \quad \frac{\partial r_c(\theta)}{\partial \theta} = r_m(\theta) \tan \phi \quad \text{et} \quad \frac{\partial \underline{e}_r(\theta)}{\partial \theta} = \underline{e}_\theta(\theta) \quad (17)$$

un vecteur $d\underline{S}$ normal à Γ a pour expression dans le repère $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_z)$:

$$\underline{dS} = \frac{\partial \underline{R}(t, \theta)}{\partial t} dt \wedge \frac{\partial \underline{R}(t, \theta)}{\partial \theta} d\theta = \begin{bmatrix} -r_c(\theta) \sin t dt \\ 0 \\ r_c(\theta) \cos t dt \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} (r_c(\theta) + r_m(\theta) \cos t) \tan \phi d\theta \\ (r_m(\theta) + r_c(\theta) \cos t) d\theta \\ r_m(\theta) \sin t \tan \phi d\theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

et par suite :

$$\underline{dS} = r(t, \theta)r_c(\theta) d\theta dt \begin{bmatrix} \cos t \\ -\tan \phi \\ \sin t \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad |d\underline{S}| = \frac{r(t, \theta)r_c(\theta) d\theta dt}{\cos \phi} \quad (19)$$

Le vecteur unitaire \underline{n} correspondant devient :

$$\underline{n} = \frac{d\underline{S}}{|d\underline{S}|} = \begin{bmatrix} \cos t \\ -\tan \phi \\ \sin t \end{bmatrix} \cos \phi \quad \text{d'où} \quad \underline{n} \cdot \underline{e}_\theta = -\sin \phi \quad (20)$$

le champ de vitesse \underline{v} envisagé satisfait donc la condition (6) sur les discontinuités de vitesse.

Dans les cas où le mécanisme de rupture ne débouche pas en surface, on a : $M_s(\underline{v}) = 0$ et $M_c(\underline{v}) = -1/\tan \phi$, et le critère de stabilité (3) s'écrit simplement :

$$\left(\frac{\sigma_T}{\gamma D} \right) \geq M_\gamma(\underline{v}) - \frac{1}{\tan \phi} \left(\frac{c}{\gamma D} \right) \quad (21)$$

Compte tenu de l'équation (9) et du paramétrage (13) à (16) de Γ , on a l'expression générale :

$$\begin{aligned} M_\gamma(\underline{v}) = & \left\{ \int_{\theta_A}^{\theta_B} \alpha^3 \frac{\cos^2 \theta}{\sin^4 \theta} z(t_0, \theta) d\theta + \tan \phi \left[\int_{\theta_0}^{\theta_A} \left[\int_0^\pi r^3(t_0, \theta) dt \right] r_c(\theta) \cos \theta d\theta \right. \right. \\ & \left. \left. + \int_{\theta_A}^{\theta_B} \left[\int_0^{t_0} r^3(t_0, \theta) dt \right] r_c(\theta) \cos \theta d\theta \right] \right\} / \left\{ - \int_{\theta_A}^{\theta_B} \alpha^2 \frac{\cos \theta}{\sin^3 \theta} z(t_0, \theta) d\theta \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

avec $t_0(\theta) = \text{Arc cos} \left[\frac{1}{r_c(\theta)} (\alpha/\sin \theta - r_m(\theta)) \right]$ où $M(t_0(\theta), \theta)$ appartient à la fois à Γ et au front de taille. Une approximation de l'expression (22) peut être obtenue par intégration numérique. La valeur maximale $(M_\gamma)_{\text{lim}}^{\text{cin}}$ est recherchée en faisant varier (α, β) , i.e. le centre Ω du mécanisme. Avec l'angle de frottement ϕ , les deux paramètres α et β correspondants définissent complètement la géométrie du mécanisme critique.

La Fig. 3 représente la solution optimale $(M_\gamma)_{\text{lim}}^{\text{cin}}$ pour des angles de frottement compris entre 10 et 40°. l'approche proposée conduit à un minorant de ce paramètre plus élevé de 10 à 20 % que celui donné par

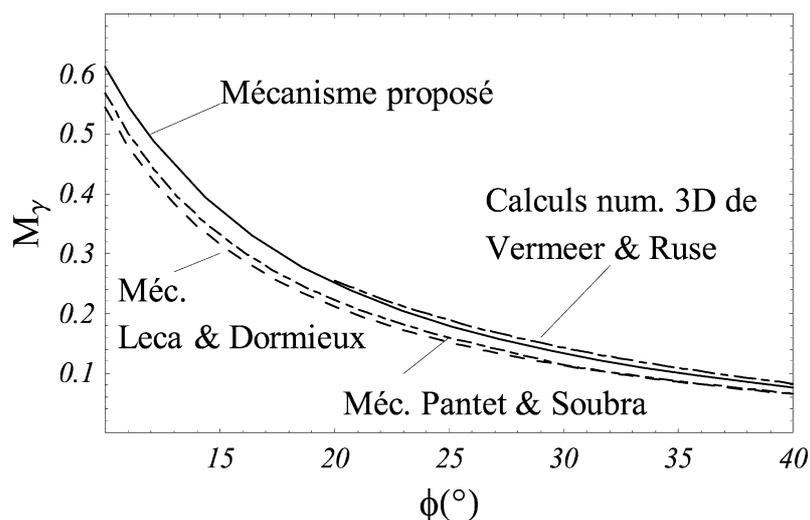


Figure 3. Borne inférieure du paramètre M_γ .

Figure 3. Lower bound of M_γ parameter.

les approches de Leca et Dormieux [6] ou Pantet et Soubra [7]. Par ailleurs, la solution proposée se révèle très proche d'une formule empirique proposée par Vermeer et Ruse [8] sur la base de résultats de calculs numériques 3D pour des angles de frottement compris entre 20 et 40°.

Lorsque le mécanisme débouche en surface, pour une profondeur et un frottement suffisamment faibles, le paramètre $M_s(\underline{v})$ intervient également. L'optimisation de l'expression $F(\underline{v})$ dépend alors de α , β , et ϕ mais aussi de C/D , $\sigma_s/\gamma D$ et $c/\gamma D$.

6. Conclusions

Un nouveau mécanisme de rupture tridimensionnelle a été proposé pour l'étude de la stabilité du front de taille d'un tunnel creusé en milieu frottant, dans le cadre de l'approche cinématique en calcul à la rupture. Défini à partir de spirales logarithmiques, le paramétrage de la surface considérée se révèle suffisamment simple pour conduire à une solution, moyennant une intégration numérique puis une optimisation sur deux paramètres géométriques. La méthode proposée améliore les approximations par l'extérieur existantes de la pression critique de confinement, et se révèle très proche de résultats de calculs numériques 3D.

Références bibliographiques

- [1] J. Salençon, Calcul à la rupture et analyse limite, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1983, p. 366.
- [2] E.H. Davis, M.J. Gunn, R.J. Mair, H.N. Seneviratne, The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material, *Géotechnique* 30 (1980) 397–416.
- [3] A.N. Schofield, Cambridge geotechnical centrifuge operations, *Géotechnique* 30 (1980) 227–268.
- [4] P. Chambon, Étude sur modèles réduits centrifugés – Application aux tunnels à faible profondeur en terrain meuble pulvérulent, Thèse de doctorat, Université de Nantes, 1990.
- [5] P. Chambon, J.F. Corté, Stabilité du front de taille d'un tunnel dans un milieu frottant – Approche cinématique en calcul à la rupture, *Rev. Française Géotechn.* 51 (1990) 51–59.
- [6] E. Leca, L. Dormieux, Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material, *Géotechnique* 40 (1990) 581–606.
- [7] A. Pantet, A.H. Soubra, Etude de la stabilité d'un front de taille d'un tunnel par la méthode cinématique en analyse limite, in: *Symposium Géomatériaux–Environnement–Ouvrages*, Aussois, 1995.
- [8] P.A. Vermeer, N. Ruse, On the stability of the tunnel excavation front, in: K.J. Bathe (Ed.), *Proceedings 1st MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics*, Elsevier, New York, 2001.