

Colmatage des réacteurs gaz–liquide à lit fixe

Ion Iliuta, Faïçal Larachi

Département de génie chimique, Université Laval, Québec, G1K 7P4, Canada

Reçu le 15 avril 2002 ; accepté après révision le 25 juin 2002

Note présentée par Évariste Sanchez-Palencia.

Résumé

Un modèle 1-D de filtration en profondeur est formulé pour la déposition de fines colloïdales en écoulement gaz–liquide inertiel au travers de milieux poreux en régimes ruisselant et à bulles dispersées. La prédiction du dépôt résulte de la résolution des équations d'advection–dispersion des fines, de Navier–Stokes et de conservation de masse et de volume des phases. Le couplage entre fluides et milieu poreux est réalisé par adjonction de relations de fermeture exprimant les forces de cisaillement aux interfaces, le coefficient de filtration via les mécanismes de capture en mono-multicouche, et la croissance de la surface spécifique du lit. *Pour citer cet article : I. Iliuta, F. Larachi, C. R. Mécanique 330 (2002) 563–568.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

milieux granulaires / réacteurs gaz–liquide / colmatage / ruisselant / bulles dispersées / filtration en profondeur

Plugging in two-phase flow packed beds

Abstract

A 1-D transient two-fluid deep-bed filtration model was formulated for the capture of colloidal fines in porous media experiencing gas–liquid trickling and dispersed bubble flow regimes. The deposit prediction resulted from solving the coupled volume-average fines' advection–dispersion, Navier–Stokes, volume and mass conservation equations for the three phases. To make the system solvable, it was augmented by auxiliary closures expressing the coupling between fluids and porous medium via the drag interfacial forces, the filter coefficient in the so-called mono- and multi-layer modes, and the growth of the specific surface area of the filter bed for liquid–solid drag. *To cite this article: I. Iliuta, F. Larachi, C. R. Mécanique 330 (2002) 563–568.* © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

granular media / gas–liquid reactors / plugging / trickling / dispersed bubbles / deep bed filtration

Abridged English version

Non-filterable fines, such as incipient coke particles or fines naturally occurring in oil sands bitumen, are known to be responsible for the severe plugging during the flow of (fine) solid–liquid suspensions in gas–liquid–solid fixed bed reactors. Accumulation of fines in the porous medium causes pressure build-up which is responsible for the drop off in hydrogen partial pressure in the bed, for the over-utilization of the recycling compressors, and for shortening the reactor operating cycles.

Although there has been relatively little effort in studying the deposition phenomena of fines in non-aqueous media in fixed beds and their hydrodynamics, similar problems have been extensively studied mainly in the context of single-phase aqueous flows in deep-bed filtration [1]. There is a lack of descriptive and quantitative reactor-scale models which can be used for predicting the fate of fixed bed hydrodynamics under filtration conditions and for planning strategies for minimizing the problem of plugging. It is therefore

Adresse e-mail : flarachi@gch.ulaval.ca (F. Larachi).

vital to gain new fundamental knowledge by tackling the complex hydrodynamics and surface phenomena involved in the plugging with fines of fixed beds especially under the conditions of interest to the oil refining industry. This contribution is offered as a step in that direction.

In this work, a one-dimensional two-fluid model based on volume-average mass and momentum balance equations [2] and volume-average species balance equation for the fines is developed for the description of two-phase flow and space–time evolution of the deposition of fines in fixed beds under trickle and dispersed bubble flow regimes. The impact of fines is evaluated in terms of pressure drop rise as a function of the specific deposit (or time), as well as in terms of plugging patterns, e.g., local porosity, and fine concentration versus bed depth. A co-current downward gas–liquid trickle flow and a co-current downward and upward gas–liquid dispersed bubble flow through a porous medium of uniform initial porosity and single-sized catalytic particles is considered. The two-phase flow is assumed unidirectional, isotherm without chemical reaction and both the flowing phases are assumed as viscous Newtonian. The liquid phase is considered as incompressible and the properties of the suspension, i.e., liquid + fines, are equal to those of the embracing liquid. The gas phase is ideal. The packing surface is totally covered by a liquid film and the gas flows in the remaining interstitial void (trickle flow) or is dispersed in the form of spherical bubbles (dispersed bubble flow). In the case of trickle flow, each fluid phase is viewed as a continuum for which the differential-macroscopic balance equations can be applied. In the case of dispersed bubble flow the motion equation for a single bubble is integrated over all bubbles in a unit control volume of the reactor [3]. Further assumptions inherent to the formulation developed in this work are: the coupling between the fluid and solid phases is monitored via the fines filter rate equation and the interfacial drag forces [4]; the fines seeded in the liquid are considered single-sized; reentrainment of the deposited fines due to hydrodynamic drag forces is not allowed [1]; bed plugging by the blocking and sieving modes does not take place [7]; the filtration mechanism to occur is of the deep-bed filtration type and not of the cake filtration type; the gas–liquid interface is impervious to the fines; the net sink in the fluid momentum balance due to the mass transfer of fines from the fluid to the collector is negligibly small.

The approach is tested in the trickle flow regime for conditions mimicking a hydrotreating trickle bed process with spherical catalysts. Finally, for the rationalization of deep-bed filtration phenomena in fixed beds, parametric studies of the effects of liquid velocity and viscosity, influent fines concentration, and fines feed concentration, on the plugging dynamics are conducted. The simulation results show that the pressure drop ratio (PDR) and specific deposit increase with the increase in liquid flow rate; PDR increases and the filtrate quality improves as the liquid viscosity decreases; the filtrate quality improves and PDR decreases as the inlet fines concentration decreases; PDR increases as the fines diameter increases; the deposit porosity has a significant impact on PDR.

1. Introduction

Quand des liquides chargés en fines particules sont traités dans des réacteurs gaz–liquide à lit fixe, un colmatage du lit se développe progressivement jusqu’à entraver sévèrement l’écoulement. Ce phénomène est omniprésent en hydrotraitement des pétroles de sables bitumineux d’Athabasca où de fines particules d’argiles *non-filtrables* se mêlent pendant la distillation, à la fraction gazole. L’accumulation des fines dans les hydrotraiteurs contribue ainsi à l’accroissement de la perte de charge à travers le lit poreux, à la baisse de la pression partielle en H₂ et donc de la performance catalytique du procédé, et finalement à l’arrêt prématuré des unités pour le remplacement du catalyseur souillé par une charge fraîche.

Si la physique de la filtration *monophasique* en profondeur d’aérosols ou d’hydrosols, notamment en régime de Darcy, est connue et bien documentée dans la littérature [1], il en va tout autrement du processus d’accumulation de fines lors d’écoulements *biphasiques* gaz–liquide *inertiels* dans un réacteur catalytique à lit fixe typique de l’industrie pétrolière. Bien que les aspects physiques de la déposition de fines soient d’une importance primordiale lors du fonctionnement de ces réacteurs, on constate le manque de modèles

prédictifs pouvant aider la planification de stratégies d'opération permettant de réduire le colmatage du lit filtrant. Ce travail est offert comme une première contribution conceptuelle dans cette direction.

Dans cette Note, nous formulons un modèle hydrodynamique 1-D transitoire pour décrire la cinétique de déposition de fines colloïdales lors d'écoulements biphasiques gaz–liquide au travers de milieux poreux sujets à des patrons d'écoulement de type ruisselant (descendant) et à bulles dispersées (descendant et ascendant). Afin d'aboutir aux grandeurs physiques mesurables, le modèle sera basé sur les équations macroscopiques de conservation moyennées sur un Volume Élémentaire Représentatif V [2] de longueur caractéristique $L_{VER} : d_p \ll L_{VER} \ll H$, où H et d_p sont caractéristiques des échelles du lit et du grain (ou collecteur). La quantité et la distribution spatiale du dépôt sont obtenues à partir de la solution simultanée des équations couplées d'advection–dispersion des fines dans le liquide, de Navier–Stokes dans le gaz et dans le liquide, et de conservation massique et volumique des phases fluides et du lit filtrant. Le couplage entre phases fluides et solide est réalisé par les relations de fermeture décrivant

- (i) les forces d'interaction de surface entre fines et collecteur ;
- (ii) les forces de cisaillement aux interfaces gaz–liquide et liquide–solide ;
- (iii) et le processus de filtration.

Des mécanismes de déposition en mono- et en multicouche sont utilisés pour l'estimation du coefficient de filtration en mode biphasique pour les phases initiale et ultérieurement en fonction de la rétention en fines.

Pour dériver le modèle de filtration en mode biphasique, nous partons de l'équation macroscopique générale de transport de la moyenne *intrinsèque* d'un tenseur arbitraire ψ_α (masse volumique, quantité de mouvement, concentration) de la phase $\alpha(g, \ell, s)$ dans un système polyphasique [2] :

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_\alpha \langle \psi_\alpha \rangle^\alpha + \nabla \cdot \varepsilon_\alpha \langle \underline{u}_\alpha \rangle^\alpha \langle \psi_\alpha \rangle^\alpha + \nabla \cdot \langle \xi_\alpha \rangle = \nabla \cdot \langle \Omega_\alpha \rangle + \varepsilon_\alpha \langle \sigma_\alpha \rangle^\alpha + \frac{1}{V} \oint_{A_{\alpha\beta}} \Omega_\alpha \underline{n}_\alpha dA \quad (1)$$

où ε_α est la fraction volumique occupée par la phase α , $\langle \psi_\alpha \rangle^\alpha$ est la moyenne intrinsèque de ψ_α , $\langle \underline{u}_\alpha \rangle^\alpha$ est la moyenne intrinsèque de la vitesse, le tenseur Ω_α est un flux de surface et $\langle \Omega_\alpha \rangle$ représente la valeur de flux Ω_α moyennée sur le volume V , les tenseurs $\langle \sigma_\alpha \rangle^\alpha$ et $\langle \xi_\alpha \rangle$ expriment respectivement les termes source et de dispersion, $A_{\alpha\beta}$ est la surface à l'interface $\alpha\beta$, et \underline{n}_α est un vecteur unitaire normal sortant au bord de la phase α . Bien qu'en général une moyenne de volume d'un champ de vitesse n'est pas un flux et donc pas une vitesse, nous admettrons dans les développements ultérieurs que $\langle \underline{u}_\alpha \rangle$ demeure assimilable à un flux.

2. Mise en équation du problème

Des patrons d'écoulement de type *ruisselant* à co-courant vers le bas ou à *bulles dispersées* à co-courant descendant ou ascendant ont lieu dans un milieu poreux *rigide* de porosité initiale uniforme ε_0 . Le système gaz/liquide/fine/milieu poreux est isotherme. Les fluides sont visqueux Newtoniens, le gaz parfait, et le liquide incompressible. En régime ruisselant le gaz est la phase continue, la suspension pseudo homogène liquide + fines s'écoule sous forme de films sur les collecteurs, tandis que la phase solide stationnaire pseudo continue est composée des collecteurs et des fines capturées. En régime à bulles, le gaz est dispersé sous forme de bulles *sphériques* et la surface des grains catalytiques est totalement recouverte par un film continu de liquide.

D'autres hypothèses inhérentes à la formulation du modèle sont énoncées comme suit : l'écoulement est unidirectionnel 1-D, les grains de catalyseur sont mouillés en tout temps par le liquide, le lit ne colmate ni par blocage ni par coinçage, la filtration par floculation est inopérante et seule la filtration en profondeur est le mode prépondérant, l'interface gaz–liquide est imperméable aux fines, le transfert de masse des fines du liquide aux collecteurs n'affecte pas le bilan de quantité de mouvement du liquide (suspension diluée : fraction volumique incidente en fines $< 0.1 \%$).

En substituant dans Éq. (1) le tenseur ψ_α , par la masse volumique ρ_α , la fraction volumique des fines c dans la suspension, ou la quantité de mouvement $\rho_\alpha u_\alpha$, ainsi que, *mutatis mutandis*, les autres tenseurs,

nous aboutissons aux équations de continuité, d’advection–dispersion et de conservation de quantité de mouvement pour le gaz g , le liquide ℓ , la phase solide stationnaire s et les fines f :

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_g \rho_g + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_g \rho_g u_g = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_\ell \rho_\ell + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_\ell \rho_\ell u_\ell = -\rho_f N \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \varepsilon_0) \rho_s + (1 - \varepsilon_d)(\varepsilon_0 - \varepsilon) \rho_f] = \rho_f N \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_\ell c + u_\ell \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_\ell c = -N + D_\ell \frac{\partial^2}{\partial z^2} \varepsilon_\ell c \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_g \varepsilon_g u_g + u_g \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_g \rho_g u_g = \varepsilon_g \mu_g^e \frac{\partial^2}{\partial z^2} u_g - \varepsilon_g \frac{\partial P}{\partial z} \pm \varepsilon_g \rho_g g + F_g \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_\ell \varepsilon_\ell u_\ell + u_\ell \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_\ell \rho_\ell u_\ell = \varepsilon_\ell \mu_\ell^e \frac{\partial^2}{\partial z^2} u_\ell - \varepsilon_\ell \frac{\partial P}{\partial z} \pm \varepsilon_\ell \rho_\ell g + F_\ell \quad (7)$$

De plus, nous avons en tout temps et en tout point le long de la direction z dans le lit :

$$\varepsilon_g + \varepsilon_\ell = \varepsilon \quad (8)$$

où N est la vitesse de filtration des fines (exprimée en volume de fines par unités de volume de réacteur et de temps), ε la porosité locale courante, ε_d la porosité du dépôt, D_ℓ le coefficient de dispersion axiale du liquide, μ_α^e la viscosité effective émanant des tenseurs des contraintes visqueuse et pseudo turbulente, P la pression, g l’accélération de la pesanteur, F_α les forces de cisaillement par unité de volume. $+\varepsilon_\alpha \rho_\alpha g =$ descendant & $-\varepsilon_\alpha \rho_\alpha g =$ ascendant (Éqs. (6), (7)), et ρ_f est la masse volumique d’une fine.

Le modèle Éqs. (2)–(8) contient 10 inconnues : ε_ℓ , ε_g , ε , u_ℓ , u_g , c , P , N , F_ℓ , F_g . Pour être résolu, il requiert 3 équations de fermeture supplémentaires pour F_ℓ , F_g et N .

3. Fermeture pour les forces interfaciales de cisaillement

La résultante des forces exercées sur la phase liquide ($F_\ell = -F_{\ell s} + F_{g\ell}$) implique une composante pour les interactions liquide–solide ($F_{\ell s}$) et une pour les interactions gaz–liquide ($F_{g\ell}$). En vertu de la condition de mouillage total du lit, la force de traînée en phase gazeuse est due seulement au contact avec le liquide, $F_g = -F_{g\ell}$. La phase liquide se comporte comme un médium continu pour lequel l’approche de Kozeny–Carman [3] ou le modèle de fente [4] peuvent être appliqués pour prévoir les forces d’interaction à l’interface liquide–solide :

$$F_{\ell s} = \left\{ \frac{E_1}{36} a_{cf}^2 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon_\ell^3} \mu_\ell + \frac{E_2}{6} (1 + \psi_{g\ell}) a_{cf} \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon_\ell^3} \rho_\ell |v_\ell| \right\} v_\ell \varepsilon_\ell \quad (9)$$

Pour le régime d’écoulement à bulles, les forces d’interaction à l’interface gaz–liquide $F_{g\ell}$ sont représentées au moyen du formalisme basé sur le concept du flux de glissement j_g [3] :

$$F_{g\ell} = \left\{ \frac{12}{\varepsilon_g (1 - \varepsilon_g/\varepsilon)^2 d_b^2} \mu_L + \frac{27}{80} \frac{1 - \varepsilon_g/\varepsilon}{\varepsilon_g^2 d_b} \left(\frac{\rho_g \varepsilon_g}{\varepsilon} + \frac{\rho_\ell \varepsilon_\ell}{\varepsilon} \right) |j_g| \right\} j_g \varepsilon_g \quad (10)$$

où j_g et le diamètre d_b de la bulle s’expriment selon :

$$j_g = \varepsilon_g \left(1 - \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon} \right) \left(\frac{v_g}{\varepsilon_g} - \frac{v_\ell}{\varepsilon_\ell} \right) \quad \text{et} \quad d_b \approx 1.15 \left(\frac{\sigma_\ell}{\rho_\ell} \right)^{3/5} \left[\frac{v_\ell (-\Delta P/H \pm \rho_\ell g)}{(\varepsilon \rho_\ell)} \right]^{-2/5} \quad (11)$$

Pour le régime ruisselant, la phase gazeuse est continue et les forces d’interaction à l’interface gaz–liquide sont basées sur l’approximation des écoulements en fente [4] :

$$F_{g\ell} = \left\{ \frac{E_1}{36} a_{cf}^2 \frac{(1 - \varepsilon)^2 \mu_g}{\varepsilon_g^3} + \frac{E_2}{6} (1 + \psi_{g\ell}) a_{cf} \frac{(1 - \varepsilon) \rho_g}{\varepsilon_g^3} |v_g - \varepsilon_g u^*| \right\} (v_g - \varepsilon_g u^*) \varepsilon_g \quad (12)$$

où E_1 et E_2 sont les constantes d'Ergun laminaire et inertielle, μ_α la viscosité dynamique, v_α la vitesse superficielle de la phase α , u^* la vitesse interstitielle à l'interface gaz–liquide et ψ_{gl} un paramètre d'interaction gaz–liquide tous deux calculés selon [4], et a_{cf} est l'aire spécifique de l'assemblage collecteurs + fines qui croît en cours de filtration.

L'inclusion de Éqs. (9), (10), (12) dans Éqs. (6), (7) donne lieu à des relation de type Brinkman connues pour être valables pour de très grandes porosités [5]. Pour des raisons pratiques, nous supposons qu'elles restent approximativement valables pour des porosités normales, $\varepsilon \approx 40\%$.

L'interface liquide–solide, exprimée par a_{cf} , est constamment modifiée par l'augmentation de dépôt. Cette interface est sujette à deux effets antagonistes [6] : l'augmentation de la surface par l'addition de l'aire *efficace* de fines et, *ipso facto*, la perte sur le collecteur d'une aire A_Δ causée par l'*effet d'ombre* induit par la fine qui s'arrime :

$$a_{cf} = \frac{\pi d_p^2(t) \gamma N_c + N_c \partial N_f (\gamma \pi d_f^2 - A_\Delta(t))}{N_c (\pi/6) d_p^3 + N_f (\pi/6) d_f^3} \quad (13)$$

La baisse d'aire de contact liquide–solide à cause de l'effet d'ombre (A_Δ) est estimée selon le modèle de Stephan et Chase [6]. Le diamètre courant du collecteur est calculé en fonction du dépôt spécifique de solide en supposant une configuration type cellule – sphère [7]. ∂N_f est le nombre de fines par collecteur culminant au temps t à la périphérie de l'assemblage [8] :

$$\partial N_f = 4\beta(1 - \varepsilon_d) \left(\frac{d_p(t)}{d_f} \right)^2 \quad \text{où } \beta = 1 - \frac{d_f}{d_p(t) + 2d_f} \left(\frac{d_{p0}}{d_p(t)} \right)^2 \quad (14)$$

N_c et N_f désignent le nombre de collecteurs et de fines par unité de volume de réacteur. γ est un paramètre de correction prenant en compte l'effet d'ombre ($\gamma = 0.55$).

4. Cinétique de filtration

Une loi de 1^{er} ordre de type Iwasaki [1] est utilisée pour exprimer la relation entre la vitesse de filtration, le coefficient de filtration λ (m^{-1}) et la rétention en fines σ qui mesure le volume de fines capturées par unité de volume de réacteur :

$$N = \lambda c u_\ell \quad (15)$$

Tant que la rétention σ reste en deçà de la valeur critique $\sigma_{cr} \approx 6d_f/d_p(1 - \varepsilon_d)(1 - \varepsilon_0)$ qui coïncide avec la formation d'une mono couche de fines [7], les interactions fine-collecteur mises en jeu font intervenir les forces de traînée, de gravitation, de London–van der Waals et de diffusion Brownienne (colloïdes) [9]. Une fois la mono couche complétée, la déposition par interaction fine – fine supplante le mécanisme fine – collecteur. La capture des fines suit un processus *auto-accélérateur* dans lequel les fines interceptées deviennent elles mêmes un site potentiel de capture. En multicouche (lorsque $\sigma > \sigma_{cr}$) le coefficient de filtration devient fonction de la rétention des fines [10].

5. Validation et analyse du modèle

Le modèle est validé en décrivant la capture des fines, le colmatage du lit et l'augmentation de la perte de charge basés sur les résultats expérimentaux de Gray et al. [11]. La Fig. 1 compare l'évolution instantanée du rapport expérimental et théorique des gradients de pression en présence et en absence de fines $\Delta P/\Delta P_0$ dans un lit fixe de catalyseurs sphériques en régime ruisselant. Le comportement prévu par le modèle s'avère conforme à la réalité physique. Le modèle manifeste des tendances similaires dans le régime à bulles dispersées.

Le modèle est utile à l'étude de la variation du gradient de pression normalisé en fonction des changements de fonctionnement des réacteurs à lit fixe. Des simulations ont été effectuées pour étudier l'influence de paramètres importants tels que la vitesse et la viscosité du liquide, la concentration incidente

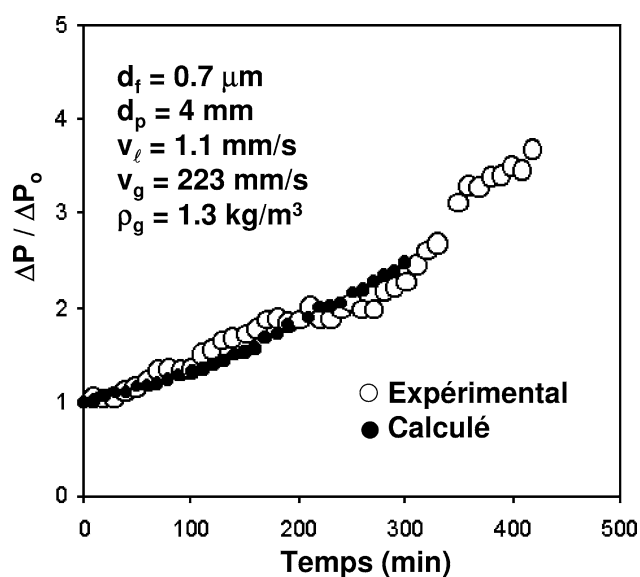


Figure 1. $\Delta P / \Delta P_0$ dans un lit en écoulement en régime ruisselant en fonction du temps : catalyseur sphérique ($\varepsilon_0 = 0,385$, $\varepsilon_d = 0,8$) (système air-kérosène-kaolinite, diamètre du réacteur = 0,038 m). Données de Gray et al. [10].

Figure 1. *Plugging transient illustrated via the two-phase pressure drop ratio versus time in trickle flow regime: spherical catalyst ($\varepsilon_0 = 0.385$, $\varepsilon_d = 0.8$) (air-kerosene-kaolinite system, reactor diameter = 0.038 m); Data from Gray et al. [10].*

en fines, leur diamètre et la porosité du dépôt. Les résultats de ces simulations numériques montrent que pour les deux régimes d'écoulement – *ruisselant* (co-courant descendant) ou à *bulles* (co-courant descendant où ascendant) :

- La rétention en fines et le gradient de pression normalisé augmentent avec le débit de liquide ;
- Le gradient de pression normalisé augmente et la concentration des fines dans le filtrat à la sortie décroît lorsque la viscosité du liquide diminue ;
- La qualité du filtrat se trouve améliorée – diminution de la concentration de fines en sortie – et le gradient de pression diminue quand la concentration incidente des fines diminue ;
- La rétention de fines et le gradient de pression normalisé augmentent avec l'augmentation du diamètre d_f .
- La porosité du dépôt exerce un effet important sur la valeur de la perte de charge.

Références bibliographiques

- [1] C. Tien, Granular Filtration of Aerosols and Hydrosols, Butterworths-Heinemann Ser. Chem. Engrg., Boston, 1989.
- [2] S. Whitaker, The transport equations for multi-phase systems, Chem. Engrg. Sci. 28 (1973) 139–147.
- [3] A. Attou, G. Ferschneider, A simple model for pressure drop and liquid hold-up in packed-bed bubble reactors, Chem. Engrg. Sci. 54 (1999) 5139–5144.
- [4] I. Iliuta, B.P.A. Grandjean, F. Larachi, New mechanistic film model for pressure drop and liquid holdup in trickle flow reactors, Chem. Engrg. Sci. (2002), sous presse.
- [5] T. Levy, Loi de Darcy ou loi de Brinkman ?, C. R. Acad. Sci. Paris, Série II 292 (1981) 871–874.
- [6] E.A. Stephan, G.G. Chase, Development of volume-average theory for deep-bed filtration, AIChE J. 46 (2000) 1918–1926.
- [7] C.-U. Choo, C. Tien, Analysis of the transient behavior of deep-bed filtration, J. Colloid Interface Sci. 169 (1995) 13–33.
- [8] S. Vigneswaran, R.V. Tulachan, Mathematical modeling of transient behaviour of deep bed filtration, Wat. Res. 22 (1988) 1093–1099.
- [9] R. Rajagopalan, C. Tien, Trajectory analysis of deep-bed filtration with the sphere-in-cell porous media model, AIChE J. 22 (1976) 523–533.
- [10] C. Tien, R.M. Turian, H. Pendse, Simulation of the dynamic behavior of deep bed filters, AIChE J. 25 (1979) 385–395.
- [11] M.R. Gray, N. Srinivasan, J.H. Masliyah, Pressure buildup in gas-liquid flow through packed beds due to deposition of fine particles, Canad. J. Chem. Engrg. (2002), sous presse.