

# Étude numérique du champ de vitesse dans un échangeur à vortex

Stéphane Petitot<sup>a</sup>, Abdel Lyazid<sup>a</sup>, René Devienne<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Fluides réels en situation industrielle, UMR 7507, Institut de mécanique des fluides, 2, rue Boussingault, 67000 Strasbourg, France

<sup>b</sup> Laboratoire d'énergétique et de mécanique théorique et appliquée, UMR 7563, ENSEM, 2, avenue de la Forêt de Haye, BP 160, 54504 Vandoeuvre lès Nancy, France

Reçu le 23 juillet 2002 ; accepté le 25 juillet 2002

Note présentée par Pierre Perrier.

---

## Résumé

L'étude numérique du champ de vitesse dans une cellule d'échangeur à vortex en conditions isothermes est menée à l'aide du code CFD-ACE. La turbulence est modélisée par un modèle classique  $k-\varepsilon$ . On obtient ainsi une meilleure compréhension de la dynamique de l'écoulement secondaire : le modèle  $k-\varepsilon$  rend compte de sa forte dépendance vis-à-vis du nombre de Reynolds comme cela avait déjà été mis en évidence par les mesures expérimentales. Les variations du nombre de structures de recirculation composant l'écoulement secondaire, donnant un aspect symétrique ou non à celui-ci, vont influencer sur les trajectoires et les temps de séjour des particules fluides au sein de l'échangeur. *Pour citer cet article : S. Petitot et al., C. R. Mecanique 330 (2002) 749–756.*

© 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**mécanique des fluides numérique / échangeur / vortex / CFD / modèle  $k-\varepsilon$  / écoulement secondaire**

## Numerical study of the velocity field in a vortex heat exchanger

## Abstract

Flow through a cylindrical flat chamber, a model of some particular heat exchanger, is investigated numerically using the CFD-ACE code. Turbulence is modelled using the classical  $k-\varepsilon$  model. A better understanding of the secondary flow is then obtained: the  $k-\varepsilon$  model shows a strong dependence of the secondary flow velocity field with Reynolds number as was pointed out with precedent experimental results. Variations of the number of vortices composing the secondary flow, giving a symmetrical or asymmetrical aspect, will influence the fluid particle trajectories and time residence. *To cite this article: S. Petitot et al., C. R. Mecanique 330 (2002) 749–756.*

© 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**computational fluid mechanics / exchanger / vortex / CFD /  $k-\varepsilon$  model / secondary flow**

---

## Abridged English version

This study deals with the flow through a flat cylindrical chamber that is part of a particular heat exchanger called vortex exchanger (Fig. 1). Transfer characteristics depend greatly on the velocity field structure. Therefore, we have investigated firstly the velocity field under isothermal conditions using experimental approaches. Results concerning inlet laminar and turbulent conditions were presented in two precedent papers [1] and [2]. The aim of the present paper is to study more precisely the secondary flow using a computational fluid dynamic approach with the CFD-ACE code from CFDRC.

---

Adresse e-mail : petitot@imfs.u-strasbg.fr (S. Petitot).

It is based on a control volume approach: the discretized equations are formulated by evaluating and integrating fluxes across the faces of control volumes in order to satisfy the relevant conservation equations. Each dependent variable is solved-for at the centre of each control volume and the value obtained prevails over the entire control volume.

The problem domain is then discretized with a structured arrangement of cells. Complete meshing of the domain needs approximately 255 000 hexahedral cells.

Discretized equations are obtained using an upwind scheme for all flow quantities. A pressure based solution algorithm is used and an iterative scheme leads to the solution, reducing errors to acceptably small values.

Turbulence model is based on the Favre averaging equations governing the flow. The correlation between the fluctuating component  $\frac{\partial}{\partial x_j}(-\overline{u_i' u_j'})$ , or Reynolds stresses, are modelled using the generalised Boussinesq eddy viscosity concept in which Reynolds stresses are treated as a linear function of the mean strain rate. The proportionality coefficient is then evaluated introducing two more flow characteristics that are the average turbulent kinetic energy  $\bar{k}$  and the average rate of dissipation  $\bar{\epsilon}$  associated. Two more transport equations, related to the two new variables, are introduced to close the problem leading to the classical  $k-\epsilon$  turbulence model [3]. Experimental inlet velocity profile and measured fluid physical properties are introduced in the simulation. Sidewalls are adiabatic and the inlet fluid temperature is fixed at 293 K. Initial values of  $\bar{k}$  and  $\bar{\epsilon}$  are given by (9) and (10), respectively.

Numerical results, which are close to the experimental ones, allow us to visualise the evolution of the secondary flow velocity field with the fluid turning into the geometry along various  $r-z$  planes. This is done along the first quarter of a turn with inlet laminar conditions on Fig. 2.

One must notice the early apparition of two vortices under streamline curvature effect (Fig. 2(1)). These structures are lying near the sidewalls and extend between  $r/R = 0.78$  and  $r/R = 1$ . Both vortices are carrying high momentum fluid particles coming from near the exchanger's half span plane, in a centrifugal movement, to the outlet of the exchanger along each side wall, in a centripetal movement. However, this centripetal movement slows down near  $r/R = 0.78$  (the inlet jet thickness) where some of the fluid particles is carried out to the half span  $r-\theta$  plane and is projected again to the periphery, initialising a new rotation cycle. The others are flowing through the outlet and represent the only contribution of the peripheral flow to the centripetal flow. This quantity of fluid and the one initialising another rotation movement are time dependent according to experimental observations. With  $\varphi$  increasing, (Fig. 2(2)), an energy transfer between the half span zone and both side wall zones, where fluid circulation is increasing leading to an increase in the centripetal flow rate, is established over  $\varphi = \pi/4$  (Fig. 2(3)), the secondary flow strength decreases strongly near mid plane's zone: thus this explains why a major part of the fluid is getting out of the geometry before reaching the  $\theta_3$  position.

For Reynolds number equal to 30 000 (Fig. 3(A)), streamline curvature induce rapidly the establishment of two counter rotating cells extending along all the both side wall on all exchanger's radius. Those two cells are symmetrical regarding the  $r-\theta$  mid plane ((A)-I). At the same time, an additional cell appears near the peripheral wall, centred on the mid  $r-\theta$  plane. Its size, reduced with the two others, is between  $0.95 < r/R < 1$  ((A)-II). This new recirculation structure is disrupting the symmetrical flow aspect in this zone: it is conducting a part of respect to the fluid particles flowing to the peripheral zone by the half depth comprised between  $0 < 2(z/h) - 1 < 1$  to the other. This movement is modified during the second quarter of a rotation.

Indeed, this third structure is shifted slightly to the centre of the exchanger (it is centred on  $r/R = 0.97$  for  $\varphi = 5\pi/4$  (A)-III) and allows the circulation of fluid particles on approximately all the exchanger's depth near the peripheral wall. This cell is 'opening' itself to the half depth  $-1 < 2(z/h) - 1 < 0$  (the one containing the outlet (A)-IV). It modifies then the centripetal side wall zone in this half depth, supplying one more time the fluid circulation along the opening side wall during the third quarter of the fluid revolution. This diffusion of the third cell appeared during the first quarter turn is done between  $\varphi = 5\pi/2$  and  $\varphi = 3\pi/2$  and over this angle, a symmetrical dynamical situation is established again ((A)-V).

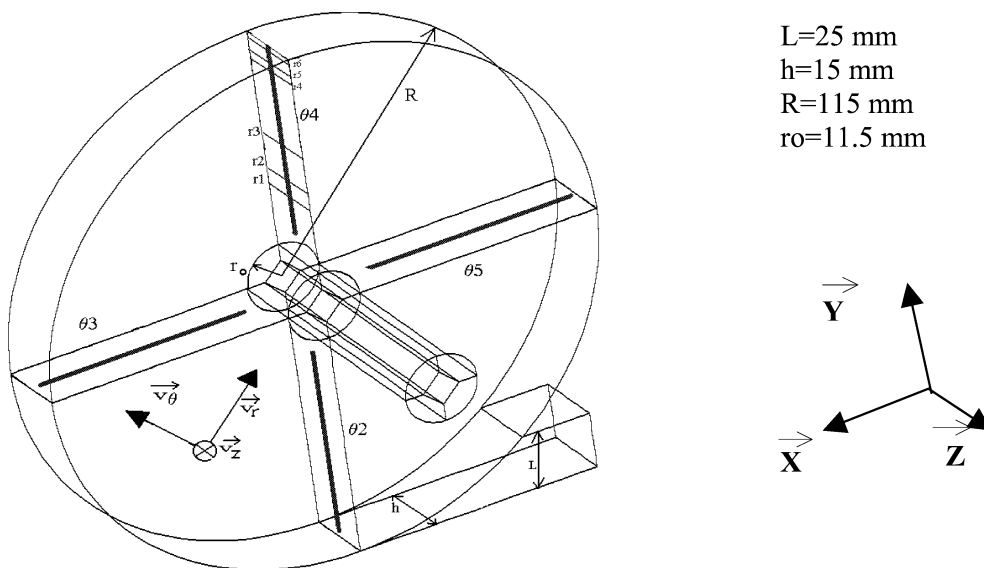
For a Reynolds number equal to 60 000 (Fig. 3(B)), the secondary flow maintains its symmetrical aspect with the apparition of another pair of counter rotating cells ((B)-II). Their diameter is equal to  $0.4r/R$  and they are side by side with the peripheral wall. They enlarge under effect of centrifugal force in the  $\vec{r}$  direction, their maximum diameter reaching a value close to  $0.9r/R$  ((B)-III). A more important part of the fluid flowing at the periphery is caught up by those structures, decreasing the centripetal flow rate during the second quarter of a fluid revolution. Between the positions  $\theta_4$  and  $\theta_5$ , both those counter rotating cells are supplying equally the exchanger's half depth they are in the ((B)-IV-V).

The  $k-\varepsilon$  turbulence model used here allows us to point out the dependency of the secondary flow dynamic with Reynolds number, as it was seen with experimental velocity profiles. One must notice then that some particular flow conditions allow the increase, the rate of mixing of the particle fluid flowing through the exchanger. Moreover, some specific dynamic condition will influence the trajectories and time residence of the fluid particles, which are an important factor considering heat transfer.

## 1. Introduction

Notre étude porte sur un type d'échangeur particulier dit échangeur à vortex dont une représentation schématique est donnée sur la Fig. 1. Ce type de géométrie utilisée en tant que dispositif séparateur, très peu étudié pour ce qui est de ses caractéristiques de transfert thermique, est connu dans l'industrie pour avoir des rendements élevés. La première partie de notre étude consiste à caractériser le champ de vitesse au sein de l'échangeur en condition isotherme, champ dont la structure conditionne les propriétés de transfert.

Dans un premier temps, nous avons étudié la structure des écoulements primaires (vitesse azimutale  $V$  dans le plan  $r-\theta$ ,  $z = h/2$ ) et secondaires (vitesse radiale  $U$  dans le plan  $r-z$ ,  $\theta$  fixé Fig. 1) lorsque le régime d'écoulement observé dans la conduite d'entrée est laminaire [1] et turbulent [2]. La présente étude expose quant à elle plus en détails les résultats obtenus par une simulation numérique des écoulements étudiés expérimentalement à l'aide d'un code du commerce : CFD-ACE de Computational Fluid Dynamics Research Corporation.



**Figure 1.** Représentation de l'échangeur à vortex.  
**Figure 1.** Vortex flow heat exchanger representation.

C'est un code utilisant l'approche par volumes finis : les équations discrétisées sont formulées en évaluant et en intégrant les flux au travers des faces du volume de contrôle ou maille en respectant les équations de conservations régissant le problème. Chaque variable dépendante est résolue au centre de la maille et la valeur obtenue prévaut sur l'ensemble du volume de contrôle. La géométrie est donc discrétisée suivant un ensemble structuré d'héxaèdres. Un maillage complet nécessite environs 250 000 mailles. La discrétisation des équations est obtenue grâce à un schéma amont pour toutes les variables dépendantes. Une méthode itératives permet de conduire à la solution en réduisant les erreurs à des valeurs acceptables.

## 2. Modélisation de la turbulence

Elle est réalisée grâce à un modèle  $k-\varepsilon$  classique [3].

Une variable de l'écoulement  $\Phi$  est décomposée en sa partie fluctuante  $\Phi'$  et sa partie moyenne  $\bar{\Phi}$  en utilisant soit une moyennation sur la densité

$$\bar{\Phi} = \frac{\rho \bar{\Phi}}{\bar{\rho}} \quad (1)$$

ou sur le temps

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{T} \int_t^{t+\Delta t} \Phi dt \quad (2)$$

Ces deux approches conduisent aux équations de Navier–Stokes moyennées suivant la méthode de Favre (Favre Averaged Navier–Stokes ou FANS equations) et pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{U}_i) + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = \rho \bar{F}_i - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i'' U_j''}) \quad (3)$$

Alors que l'équation de continuité donne :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

Les tensions de Reynolds sont modélisées par l'approximation de Boussinesq :

$$-\overline{U_i'' U_j''} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{k} \delta_{ij} \quad (5)$$

où  $\nu_t$  est la viscosité turbulente et est donnée par :

$$\nu_t = \frac{C_\mu \bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}} \quad (6)$$

On introduit donc l'énergie cinétique moyenne de turbulence  $\bar{k}$  et le taux moyen de dissipation de cette énergie  $\bar{\varepsilon}$ . Le système est alors fermé par l'adjonction de deux nouvelles équations de transport relatives à ces deux nouvelles variables :

$$\frac{\partial \bar{k}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} = C_\mu \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{C_\mu \bar{k}^2}{\sigma_k \bar{\varepsilon}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right) - \bar{\varepsilon} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} C_\mu \bar{k} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{C_\mu \bar{k}^2}{\sigma_\varepsilon \bar{\varepsilon}} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k}} \quad (8)$$

et avec :

$$C_\mu = 0,09 ; \quad C_{\varepsilon 1} = 1,44 ; \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92 ; \quad \sigma_k = 1,0 ; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3$$

Enfin le code fait appel à des fonctions de paroi afin de modéliser les profils de vitesses dans les zones où les effets des forces visqueuses ne peuvent plus être négligées.

### 3. Condition des calculs numériques

Les profils de vitesses à l'entrée et les propriétés des fluides utilisés, mesurés expérimentalement, sont réinjectés dans la simulation. On considère les parois latérales de l'échangeur comme étant adiabatiques et on fixe la température du fluide entrant dans la cellule à  $T = 293$  K.

Les valeurs initiales des composantes de la vitesse sont fixées par :  $U = V_0$  ;  $V = V_0$  ;  $W = 0,1 V_0$  où  $V_0$  est la vitesse débitante à l'entrée de l'échangeur.

Les valeurs initiales de l'énergie cinétique turbulente moyenne et de son taux de dissipation moyen sont données par :

$$\bar{k} = \frac{3}{2}(IV_0)^2 \quad (9)$$

où  $I$  est fixé à 3% et

$$\bar{\varepsilon} = \frac{C_\mu^{3/4} \bar{k}^{3/2}}{\kappa h} \quad (10)$$

avec  $\kappa = 0,4$ .

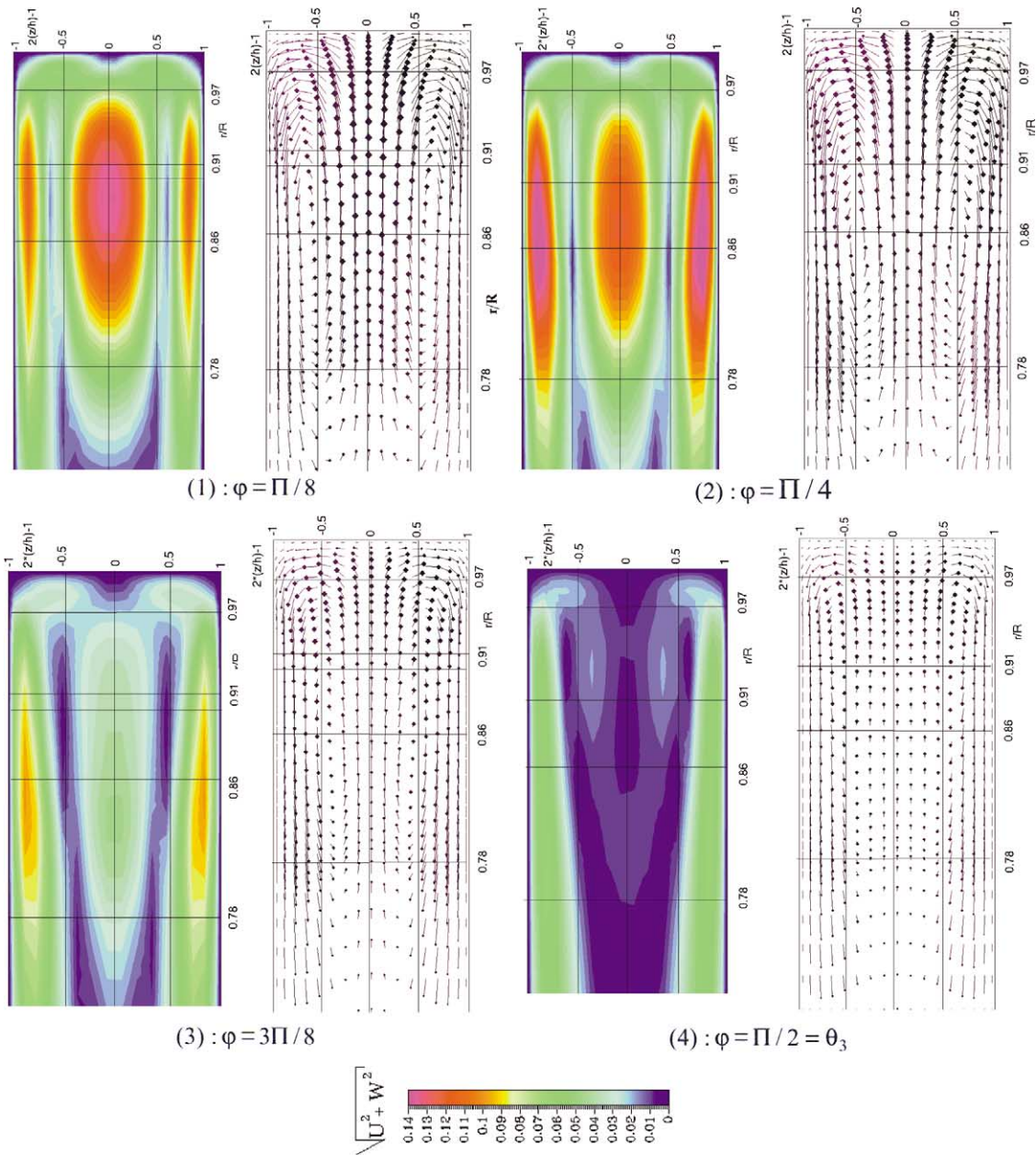
### 4. Résultats et discussion

Les premiers résultats de la simulation numérique ont permis de valider les modèles choisis ([1] et [2]), les profils de vitesses calculés montrant une évolution conforme à ceux mesurés. On s'attache ici à étudier principalement l'écoulement secondaire calculé qui se développe perpendiculairement à l'écoulement à vortex. Pour ce faire, on suit progressivement l'évolution de la norme de l'écoulement secondaire  $\sqrt{U^2 + W^2}$  avec la rotation du fluide en faisant varier un angle  $\varphi$  marquant la position angulaire du plan  $r-z$  de visualisation, la référence angulaire étant prise à la position  $\theta_2$  (cf. Fig. 1) et ce pour différents régimes d'écoulement.

En condition d'entrée laminaire (Fig. 2), on voit apparaître rapidement, sous l'effet de la courbure des lignes de courant une paire de cellules contrarotatives d'aspect très étiré suivant  $\vec{r}$  (Fig. 2(1)). Elles sont positionnées près des parois latérales, pour un rayon compris entre 0,78 et 1. Le mouvement du fluide projeté par la force centrifuge vers la périphérie, le long du plan médian de l'échangeur, est à l'origine de ces structures qui ramènent ces particules fluides vers le centre de la géométrie en longeant les parois latérales.

Le mouvement centripète s'établissant alors est freiné aux environs de  $r/R = 0,78$  (distance à la paroi périphérique équivalente à la hauteur du jet d'entrée) où une partie du fluide est entraînée vers le plan médian de l'échangeur et est de nouveau projeté vers l'extérieur, répétant un cycle de rotations. Le reste est entraîné vers le centre de la géométrie et contribue seul au débit radial centripète total. Lorsque l'angle de rotation  $\varphi$  augmente (Fig. 2(2)), on assiste à un transfert d'énergie au sein de l'écoulement secondaire où la circulation s'intensifie le long des parois latérales et diminue au centre augmentant la quantité de fluide entraîné vers le centre de la cellule. On note qu'au-delà de  $\varphi = 3\pi/8$  (Fig. 2(3)) l'intensité de l'écoulement secondaire diminue fortement autour du plan médian de l'échangeur et dans une moindre mesure le long des parois latérales. L'écart par rapport aux profils expérimentaux est explicable par l'absence de deux structures contrarotatives supplémentaires issues d'instabilités apparaissant dans la couche limite et se développant à la paroi périphérique [1]. D'une taille inférieure aux deux tourbillons précédents, elles augmentent la quantité de fluide piégé dans l'écoulement secondaire et diminuent ainsi le débit radial centripète. La superposition de ces deux axes privilégiés de transfert (un radial et un suivant  $\vec{z}$ ) rend complexe une simulation d'un tel écoulement, notamment par le fait que certains mécanismes physiques semblent dépendants du temps.

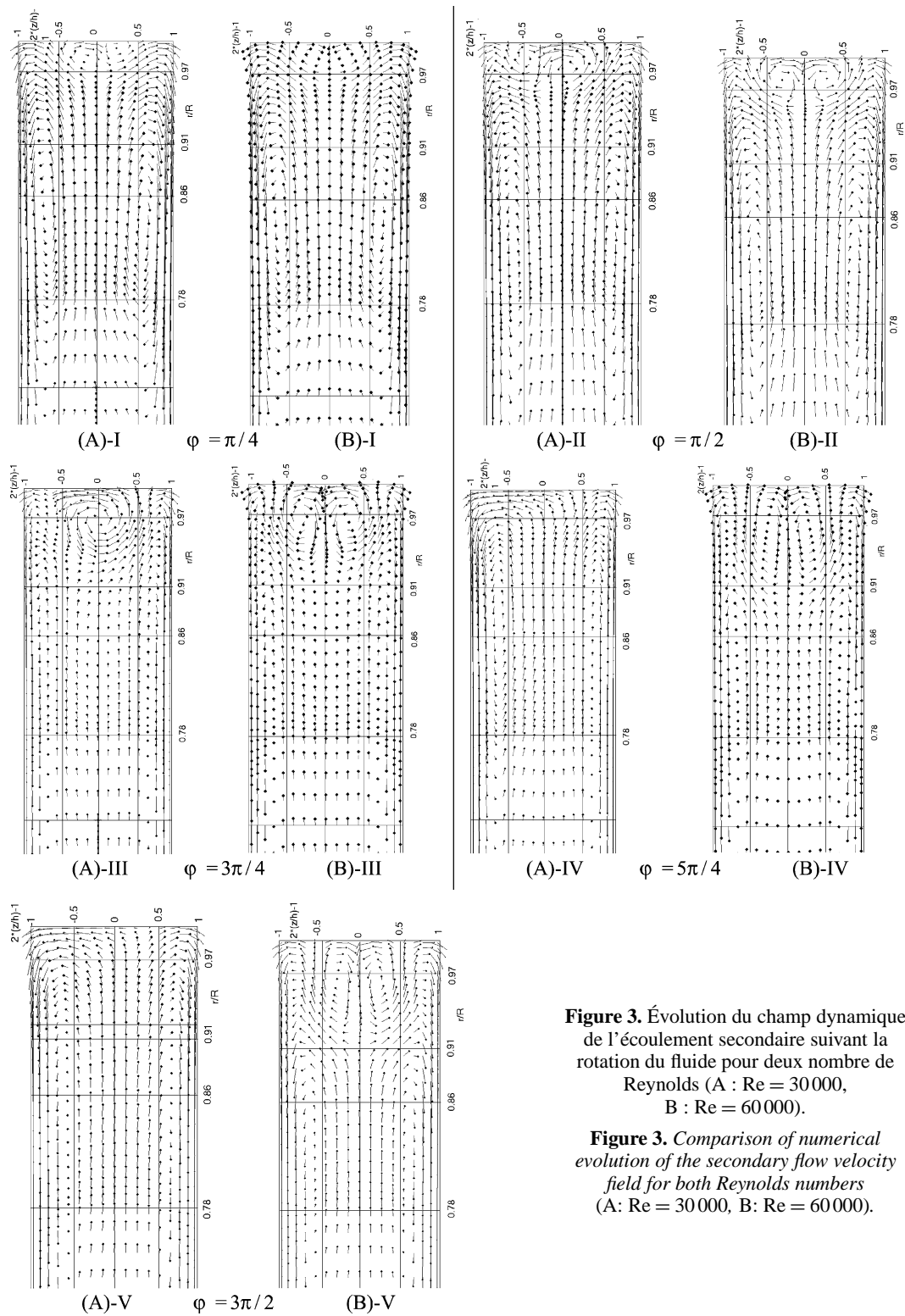
Dans le cas de régimes turbulents, on peut voir que l'écoulement secondaire reste dépendant du nombre de Reynolds. En effet, pour  $Re = 30000$ , la courbure des lignes de courant induit rapidement l'apparition



**Figure 2.** Évolution de la structure de l'écoulement secondaire calculée ( $Re = 1000$ , la référence angulaire est prise en  $\theta_2$ ).

**Figure 2.** Numerical evolution of the secondary flow velocity field ( $Re = 1000$ , angular origin taken on  $\theta_2$ ).

de deux cellules de recirculation contra-rotatives s'étendant le long des parois latérales sur la majeure partie du rayon de l'échangeur. Ces deux cellules sont symétriques par rapport au plan médian  $r-\theta$  ((A)-I). Dans le même temps, une nouvelle structure apparaît proche de la paroi périphérique et centrée sur le plan de symétrie ((A)-II). Sa taille, réduite en regard de celles des deux précédentes, est comprise entre



**Figure 3.** Évolution du champ dynamique de l'écoulement secondaire suivant la rotation du fluide pour deux nombre de Reynolds (A :  $Re = 30000$ , B :  $Re = 60000$ ).

**Figure 3.** Comparison of numerical evolution of the secondary flow velocity field for both Reynolds numbers (A :  $Re = 30000$ , B :  $Re = 60000$ ).

$0,95 < r/R < 1$ . Cette nouvelle structure vient briser la symétrie de l'écoulement secondaire en induisant un écoulement privilégié d'une partie du fluide projetée vers la paroi périphérique qui se fait de la moitié de l'échangeur comprise entre  $0 < 2(z/h) - 1 < 1$  vers la seconde, contenant la sortie.

Ce mouvement est alors modifié durant le second quart de tour. En effet, cette troisième structure se déplace légèrement vers le centre du vortex (elle est centrée en  $r/R = 0,97$  pour  $\varphi = 5\pi/4$ ) et permet la circulation du fluide sur toute l'épaisseur de l'échangeur près de la paroi périphérique ((A)-III). Elle « s'ouvre » alors sur la demi épaisseur contenant la sortie. L'écoulement centripète pariétal est alors alimenté de nouveau par le fluide provenant de l'autre demi épaisseur durant le troisième quart de tour ((A)-IV). Au delà d'un angle  $\varphi = 3\pi/2$ , on retrouve un champ dynamique de l'écoulement secondaire symétrique ((A)-IV).

Pour  $Re = 60\,000$ , l'écoulement secondaire conserve son aspect symétrique durant toute la rotation du fluide. On note cependant l'apparition d'un second couple de structures contra-rotatives ((B)-II). Leur diamètre est égal à  $0,04r/R$  et sont cote à cote avec la paroi périphérique. Sous l'effet de la force centrifuge, elle s'élargissent suivant l'axe  $\vec{r}$ , atteignant un diamètre maximum proche de  $0,1r/R$  ((B)-III). Une part plus importante du fluide s'écoulant vers la périphérie est piégé par ces structures faisant décroître le débit centripète durant le second quart de tour. Entre les positions  $\theta_4$  et  $\theta_5$ , ces deux structures alimentent de façon égale chacun des écoulement secondaire contenu au sein de leur demi épaisseur respective ((B)-IV-V).

## 5. Conclusions

On note donc que le modèle  $k-\varepsilon$  rend compte de différences de structure de l'écoulement secondaire en fonction du nombre de Reynolds pour les hauts débits d'entrée. C'est ce que nous avons déjà mis en exergue par l'étude expérimentale, même si les profils de vitesses radiales ne permettent pas de conclure à l'existence des structures observées numériquement. On peut cependant noter que certaines conditions d'écoulement favorisent le brassage des particules fluides sur toute l'épaisseur de la géométrie dans la zone périphérique de l'écoulement principal (pour  $Re = 30\,000$  par exemple) et que ces variations de structures de l'écoulement secondaire vont influencer sur les trajectoires et donc les temps de séjours des particules fluide au sein de l'échangeur.

## Références bibliographiques

- [1] S. Petitot, A. Lyazid, R. Devienne, Champ de vitesse dans une cellule d'échangeur à vortex : 1. Régime d'entrée laminaire, C. R. Acad. Sci. Paris, Série IIb 29 (7) (2001) 503–508.
- [2] S. Petitot, et al., Champ de vitesse dans une cellule d'échangeur à vortex en régime turbulent, C. R. Acad. Sci. Paris, Série IIb 330 (2002).
- [3] B.E. Lander, B.I. Sharma, Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of the flow near a spinning disc, Lett. Heat Mass Transfert (1974) 131–138.