



ELSEVIER

Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Mecanique 331 (2003) 283–290



# Processus de réorientation des variantes de martensite dans un monocristal de Cu–Al–Ni

Pascal Blanc, Christian Lexcellent \*

Laboratoire de mécanique appliquée R. Chaléat, UMR CNRS 6604, Université de Franche-Comté, 24, rue de l'Épithape, 25000 Besançon, France

Reçu le 18 décembre 2002 ; accepté le 14 janvier 2003

Présenté par André Zaoui

## Résumé

D'une part, des essais de traction biaxiale ont été effectués par Chu (Thèse, Minnesota, 1993) et Abeyaratne et al. (Philos. Mag. A 73 (2) (1996) 457–497) sur une plaque d'un monocristal de Cu–Al–Ni martensitique afin d'analyser le processus de réorientation d'une variante de martensite en une autre.

D'autre part, un modèle constitutif à  $n + 1$  variables internes (les fractions volumiques d'austénite et des  $n$  variantes de martensite) spécifique au comportement thermomécanique du monocristal a été utilisé afin de simuler cette réorientation de plaquettes de martensite.

La confrontation entre les résultats expérimentaux et les prédictions du modèle s'avère satisfaisante. **Pour citer cet article : P. Blanc, C. Lexcellent, C. R. Mecanique 331 (2003).**

© 2003 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

## Abstract

**Reorientation process of martensite variants in a Cu–Al–Ni monocrystal.** On the one hand, Chu (Thesis, Minnesota, 1993), Abeyaratne et al. (Philos. Mag. A 73 (2) (1996) 457–497) performed biaxial tensile tests on a single crystal Cu–Al–Ni plate, in order to analyze the reorientation process of martensite variants.

On the other hand, use is made of a constitutive model with  $n + 1$  internal variables (the volume fractions of austenite and of the  $n$  martensite variants) specific to the thermomechanical behavior of SMA single crystals in order to simulate the martensite variant reorientation.

The comparison between experimental results and model prediction is fairly good. **To cite this article: P. Blanc, C. Lexcellent, C. R. Mecanique 331 (2003).**

© 2003 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved.

*Mots-clés :* Mécanique des solides numérique ; Alliages à mémoire de forme ; Réorientation ; Monocristal ; Traction biaxiale

*Keywords:* Computational solid mechanics; Shape memory alloys; Reorientation; Single crystal; Biaxial tension

\* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : [christian.lexcellent@univ-fcomte.fr](mailto:christian.lexcellent@univ-fcomte.fr) (C. Lexcellent).

### Abridged English version

On the one hand, biaxial dead loading ( $\sigma_1, \sigma_2$ ) tests have been performed on a Cu–Al–Ni single crystal martensite plate by Chu [5] and Abeyaratne et al. [6].

The reorientation process from one variant of martensite to another variant is analyzed. The volume fraction of one martensite variant as a function of ( $\sigma_1, \sigma_2$ ) exhibits an unusual hysteresis.

On the other hand, a constitutive model developed for the stress-induced martensitic transformation and reorientation in single crystalline shape memory alloys is recalled.

The volume fractions of the parent phase called austenite and of the  $n$  variants of martensite are chosen as internal variables.

The macroscopic Gibbs free energy expression is given and the yield conditions for forward and reverse phase transformations and reorientation too.

A particular attention is paid to the lattice cells of austenite ( $\beta_1$  cubic) and the so-called  $\gamma'_1$  martensite which has an orthorhombic crystal structure, and also to the Hadamard conditions at the interface of two martensite variants  $i$  and  $j$ .

With the help of the driving force expression  $F_{ij}$  for the reorientation of a variant  $i$  into a variant  $j$ , starting from known  $i$ , the choice of the specific variant  $j$  can be done and is in agreement with the experimental observation. At last, the comparison between experimental data and the prediction is fairly good. See for instance the evolution of the transformation stresses for various loading programs in the ( $\sigma_1, \sigma_2$ ) stress space and the modeling of the outer loops (one martensite volume fraction as a function of ( $\sigma_1, \sigma_2$ )) for two different single crystal orientations. Another paper will be devoted to stress-induced phase transformation modeling for the same alloy.

## 1. Introduction

D'une part, dans la littérature, des modèles constitutifs convergents [1–4] ont été développés afin d'intégrer la transformation de phase induite sous contrainte (austénite  $\leftrightarrow$  martensite) et la réorientation des plaquettes de martensite dans des monocristaux en alliage à mémoire de forme (AMF).

Les fractions volumiques des différentes variantes de martensite sont choisies comme variables internes, afin de décrire l'évolution de la microstructure.

Dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles et d'une méthode d'homogénéisation du comportement micromécanique, l'énergie libre de Gibbs à l'échelle du monocristal est établie. Comme en plasticité, des critères de transformation de phase ou de réorientation et des cinétiques de transformation *ad hoc* sont proposés.

D'autre part, des essais de traction biaxiale sur un monocristal de Cu–Al–Ni générant une transition d'une variante de martensite vers une autre ont été effectués par Chu dans son travail de thèse [5]. Une exploitation des principaux résultats expérimentaux obtenus, basée sur le concept de minimisation d'énergie à l'échelle locale, a permis à Abeyaratne et al. [6] d'analyser la cinétique de transition entre deux variantes de martensite pendant le chargement biaxial.

Dans cette Note, nous évaluerons les capacités de prédiction du modèle utilisé par rapport aux résultats expérimentaux.

Dans une première partie, les fondements du modèle seront rapidement établis. Une deuxième partie sera consacrée à la description des conditions d'essai et des résultats expérimentaux. Enfin, dans la troisième partie, une confrontation entre l'expérience et la modélisation sera effectuée.

## 2. Modèle à variables internes du comportement thermomécanique d'un monocristal d'AMF

Comme cela a déjà été souligné [1–3] l'écriture de l'énergie libre de Gibbs, à l'échelle macroscopique, est désormais de facture classique. C'est le choix de l'expression de l'énergie interne induite par le champ

des contraintes internes  $\phi_{it}$  qui différencie les modèles « micro–macro » entre eux. De plus, une analyse du « comportement global associé aux mouvements des interfaces entre les variantes de martensite » peut être trouvée dans Buisson et al. [4].

$$\rho G(\underline{\Sigma}, T, f_0, f_1, \dots, f_n) = u_0^a - T s_0^a - f F_0^f(T) + C_v \left[ (T - T_0) - T \text{Ln} \frac{T}{T_0} \right] - \underline{\Sigma} : \left( \sum_{k=0}^n f_k \underline{E}_k^{\text{tr}} \right) - \frac{1}{2} \underline{\Sigma} : \underline{M} : \underline{\Sigma} + \phi_{it}(f_0, f_1, \dots, f_n) \quad (1)$$

avec ici

$$\phi_{it} = A f_0 (1 - f_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n H_{kl} f_k f_l \quad (2)$$

et

$$f = \sum_{k=1}^n f_k = 1 - f_0 \quad (3)$$

Dans ces relations  $A$  traduit l’interaction entre l’austénite et les variantes de martensite et  $H_{kl}$  les interactions entre les variantes  $k$  et  $l$  de martensite ;  $f_0$  est la fraction volumique d’austénite,  $f_k$  la fraction volumique de la variante  $k$  de martensite ( $k = 1, \dots, n$ ) et  $f$  la fraction globale de martensite ;

$\rho$ ,  $C_v$ ,  $\underline{M}$  sont respectivement la masse volumique, la chaleur spécifique et le tenseur (d’ordre 4) des complaisances choisis identiques pour toutes les phases ;  $F_0^f(T) = \Delta u - T \Delta s$  avec  $\Delta u = u_0^a - u_0^m$ ,  $\Delta s = s_0^a - s_0^m$  où  $u_0^a$ ,  $u_0^m$ ,  $s_0^a$ , et  $s_0^m$  représentent respectivement l’énergie interne et l’entropie spécifique de l’austénite et de la martensite à la température de référence  $T_0$ .

A partir de l’Éq. (1), on obtient la déformation macroscopique totale  $\underline{E}$

$$\underline{E} = -\rho \frac{\partial G}{\partial \underline{\Sigma}} = \underline{M} : \underline{\Sigma} + \sum_{k=0}^n f_k \underline{E}_k^{\text{tr}} = \underline{E}^e + \underline{E}^{\text{tr}} \quad (4)$$

avec  $\underline{E}_0^{\text{tr}} = 0$ , l’austénite représentant l’état de référence non transformé.

Soit  $F_k$  la force thermodynamique associée à la création (annihilation) de la variante  $k$ .

Par définition

$$F_k = -\rho \frac{\partial G}{\partial f_k} = \underline{\Sigma} : \underline{E}_k^{\text{tr}} + F_0^f(T) - \frac{\partial \phi_{it}}{\partial f_k} \quad (5)$$

L’équation de Clausius–Duhem s’écrit sous la forme classique de l’incrément de dissipation intrinsèque  $dD$

$$dD = \sum_{k=0}^n F_k df_k \geq 0 \quad (6)$$

Examinons maintenant le processus de réorientation. Admettons que le matériau constitué initialement par seulement la variante  $i$  se transforme en la variante  $j$ . Pour ce faire, il faudra s’assurer que les variantes  $i$  et  $j$  sont compatibles c’est-à-dire qu’elles vérifient l’équation d’Hadamard (équation de compatibilité à l’interface entre  $i$  et  $j$ ). Dans ce cas, ( $i \rightarrow j$ ) l’inégalité de Clausius–Duhem se réduit à

$$dD = F_j df_j + F_i df_i = F_{ij} df_j \geq 0 \quad (7)$$

avec :  $df_i = -df_j$  et  $dD$  signifiant que l’expression n’est pas une différentielle totale exacte. On a :

$$F_{ij} = F_j - F_i = \underline{\Sigma} : (\underline{E}_j^{\text{tr}} - \underline{E}_i^{\text{tr}}) - \left( \frac{\partial \phi_{it}}{\partial f_j} - \frac{\partial \phi_{it}}{\partial f_i} \right) \quad (8)$$

où

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \underline{\Sigma} : (\underline{U}_j^2 - \underline{U}_i^2) - H_{ji}(1 - 2f_j) \quad (9)$$

avec

$$\underline{E}_k^{\text{tr}} = \frac{1}{2} (\underline{U}_k^2 - 1) \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

Dans ces relations  $\underline{U}_i$  désigne les tenseurs des déformations de Bain qui dépendent des paramètres de maille de l'austénite et de la martensite et ainsi du type de transformation de phase induite (cubique  $\Rightarrow$  trigonale, tétragonale, orthorhombique, monoclinique, ...).  $F_{ij}$  représente la force thermodynamique associée à la réorientation de la variante  $i$  en la variante  $j$ .

Nous admettons que la force critique pour la réorientation de la variante  $i$  en variante  $j$  est donnée par :

$$(i \rightarrow j) \quad F_{ij}(f_j = 0) = \frac{1}{2} \underline{\Sigma} : (\underline{U}_j^2 - \underline{U}_i^2) - H_{ji} = F_{cr}^+ \quad (11a)$$

et la transformation inverse  $j \rightarrow i$  par :

$$(j \rightarrow i) \quad F_{ji}(f_j = 1) = \frac{1}{2} \underline{\Sigma} : (\underline{U}_i^2 - \underline{U}_j^2) - H_{ij} = -F_{cr}^- \quad (11b)$$

avec évidemment  $H_{ij} = H_{ji}$ .

De plus, l'équation d'évolution pour la réorientation peut être écrite

$$\dot{F}_{ij} = \lambda_1 \dot{f}_j \quad \text{quand } \dot{f}_j \geq 0 \quad (i \rightarrow j) \quad (12a)$$

$$\dot{F}_{ji} = \lambda_2 \dot{f}_j \quad \text{quand } \dot{f}_j \leq 0 \quad (j \rightarrow i) \quad (12b)$$

### 3. Procédure expérimentale et résultats expérimentaux de Chu [5], Abeyaratne et al. [6]

La machine d'essai est une machine de traction biaxiale (à « charge morte ») sur laquelle des tensions uniformes sont appliquées à la frontière d'une plaque carrée d'un AMF monocristallin. L'alliage étudié est un alliage Cu-14,0–Al-3,9–Ni (% Pd) et les dimensions de la plaque sont de 22,4 mm de côté et de 0,54 mm d'épaisseur. Un grand soin est apporté à la réalisation de la machine afin que les tractions restent statiques, même si l'échantillon subit spontanément un grand cisaillement associé à la réorientation des plaquettes de martensite.

Les essais sont effectués à une température fixée inférieure à  $A_s^0$  (température de début d'apparition de l'austénite à contrainte nulle) afin que l'échantillon reste totalement martensitique au cours de tous les chargements mécaniques. La martensite  $\gamma'_1$  constitutive du monocristal est orthorhombique et peut ainsi être composée de six variantes  $\underline{U}_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ).

Dans tous les essais effectués par Chu [5], l'orientation propre du réseau martensitique en référence au repère géométrique de la plaque a été choisie telle que deux des variantes  $i$  et  $j$  de martensite au plus soient présentes. En général, la normale à la plaque est [001] et les normales aux côtés de l'échantillon sont  $[\bar{1}10]$  et [110] dans le repère associé à l'austénite ( $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3$ ). Si  $\vec{x}_1$  est la direction d'application de  $\sigma_1$ , on a  $\theta_1 = (\vec{i}_1, \vec{x}_1) = \pi/4$ .

Pendant le chargement, la fraction volumique de la variante  $j$  qui croît aux dépens de l'autre variante  $i$  est mesurée.

Avec à tout instant  $t$ , les contraintes de Piola–Kirchhoff  $\sigma_1(t)$  et  $\sigma_2(t)$  positives, le programme de chargement est le suivant :  $\sigma_1(t) + \sigma_2(t)$  est maintenue constante et  $\sigma_1(t) - \sigma_2(t)$  évolue comme une vague « en dents de scie » de période  $T$ .

Puisque la transformation d'une variante en une autre s'effectue rapidement, il est raisonnable de définir des « contraintes spécifiques de réorientation » pour les réorientations directe et inverse par deux couples de  $(\sigma_1, \sigma_2)$  pour  $f_i = f_j = 0,5$  : directe ( $\sigma_1 = 4,3$  MPa,  $\sigma_2 = 6,4$  MPa) et inverse ( $\sigma_1 = 6,05$  MPa,  $\sigma_2 = 4,65$  MPa).

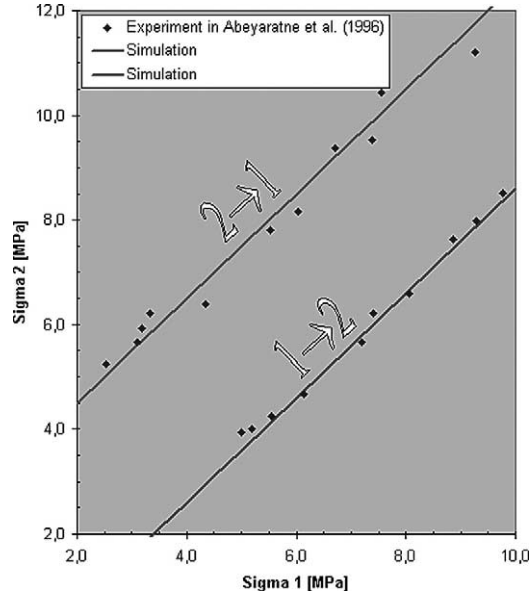


Fig. 1. Contraintes spécifiques pour la réorientation ( $f = 0,5$ ). 2 → 1 : transformation directe, 1 → 2 transformation inverse.

Fig. 1. Critical condition for reorientation  $f = 0.5$ .

Des essais avec des programmes différents de chargement (par exemple,  $\sigma_1 = \text{constante}$  et  $\sigma_2$  périodique) ont été menés et les contraintes spécifiques déterminées. Notons sur la Fig. 1 que la position des points dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_2)$  correspondant à ces contraintes spécifiques peut être représentée par deux droites parallèles de pente égale à 1.

L'effet de l'orientation a lui aussi été analysé. Un autre échantillon a été testé avec pour normale à la plaque  $[001]$  et  $\theta_2 = (\vec{i}_1, \vec{x}_1) = \pi/8$ . La Fig. 4 montre que l'amplitude de l'hystérésis est très sensible à l'orientation cristallographique de l'échantillon en regard des axes de chargement.

#### 4. Modélisation des expériences de Chu [5]

En général, toute transformation de phase solide/solide est décrite par un gradient  $\underline{F} = \underline{R}\underline{U}$  où  $\underline{R}$  est une matrice de rotation et où  $\underline{U} = (\underline{F}^T \underline{F})^{1/2}$  caractérise la déformation de Bain du réseau lors de la transformation de phase. Du fait des symétries des phases en présence, il existe 6 variantes  $\underline{U}_1, \dots, \underline{U}_6$  distinctes pour la transformation  $CC \rightarrow$  orthorhombique. Ces variantes peuvent être reliées par les rotations  $\underline{Q}$  rendant invariant le réseau d'austénite  $\underline{U}_J = \underline{Q}^T \underline{U}_I \underline{Q}$ . Dans la base austénitique cubique, avec les paramètres  $\alpha, \gamma, \beta$  fonctions des paramètres de maille  $a_0$  de l'austénite et  $a, b, c$  de la maille martensitique orthorhombique, ces variantes s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 \underline{U}_1 &= \begin{pmatrix} \frac{\alpha + \gamma}{2} & \frac{\alpha - \gamma}{2} & 0 \\ \frac{\alpha - \gamma}{2} & \frac{\alpha + \gamma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}, & \underline{U}_2 &= \begin{pmatrix} \frac{\alpha + \gamma}{2} & \frac{\gamma - \alpha}{2} & 0 \\ \frac{\gamma - \alpha}{2} & \frac{\alpha + \gamma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}, & \underline{U}_3 &= \begin{pmatrix} \frac{\alpha + \gamma}{2} & 0 & \frac{\alpha - \gamma}{2} \\ 0 & \beta & 0 \\ \frac{\alpha - \gamma}{2} & 0 & \frac{\alpha + \gamma}{2} \end{pmatrix} \\
 \underline{U}_4 &= \begin{pmatrix} \frac{\alpha + \gamma}{2} & 0 & \frac{\gamma - \alpha}{2} \\ 0 & \beta & 0 \\ \frac{\gamma - \alpha}{2} & 0 & \frac{\alpha + \gamma}{2} \end{pmatrix}, & \underline{U}_5 &= \begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha + \gamma}{2} & \frac{\alpha - \gamma}{2} \\ 0 & \frac{\alpha - \gamma}{2} & \frac{\alpha + \gamma}{2} \end{pmatrix}, & \underline{U}_6 &= \begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha + \gamma}{2} & \frac{\gamma - \alpha}{2} \\ 0 & \frac{\gamma - \alpha}{2} & \frac{\alpha + \gamma}{2} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{13}$$

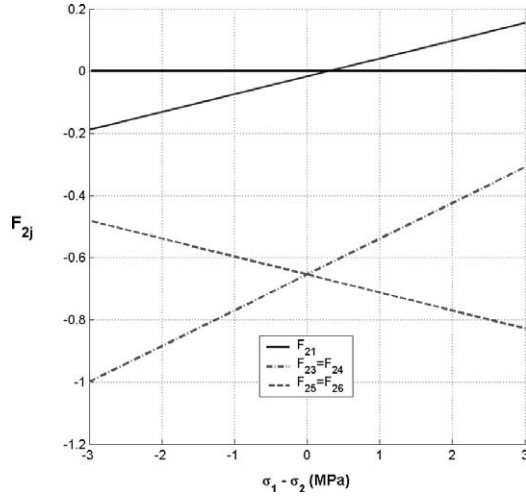


Fig. 2. Forces thermodynamiques, réorientation de la martensite 2 vers d'autres variantes,  $\theta = \pi/8$ .

Fig. 2. Thermodynamic driving forces for reorientation from variant 2 to other variants,  $\theta = \pi/8$ .

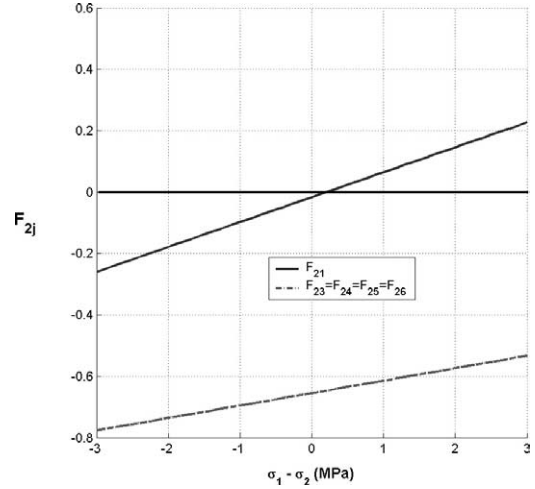


Fig. 3. Forces thermodynamiques, réorientation de la martensite 2 vers d'autres variantes,  $\theta = \pi/4$ .

Fig. 3. Thermodynamic driving forces for reorientation from variant 2 to other variants,  $\theta = \pi/4$ .

avec  $\alpha = 1,0619$ ,  $\beta = 0,9178$ ,  $\gamma = 1,023$  obtenu pour le Cu-14,2–Al-4,3–Ni (% Pd) [7] c'est-à-dire pour une composition très proche de celle de l'alliage considéré.

A l'état initial, le matériau est constitué uniquement de la variante 2 ( $i = 2$ ) [5,6].

Sous chargement mécanique, la variante 2 peut donner lieu à la variante  $j$  si l'équation de compatibilité entre 2 et  $j$  est vérifiée, c'est-à-dire si :

$$\underline{R}\underline{U}_j - \underline{U}_j = \vec{a} \otimes \vec{n} \quad (i = 2 \text{ et } j = \{1, 3, 4, 5, 6\}) \quad (14)$$

où  $\vec{n}$  est la normale extérieure unitaire à l'interface entre les variantes  $i$  et  $j$  et  $\vec{a}$  le cisaillement à l'interface. Les calculs montrent que 2 est compatible avec les 5 autres variantes. Celle qui va apparaître est celle qui maximise  $F_{2j}$  et la réorientation débutera quand  $\text{Max } F_{2j}$  ( $j = 1, 3, 4, 5, 6$ ) atteint la valeur  $F_{cr}^+$  qui est une constante du matériau. Celle-ci ainsi que  $F_{cr}^-$ , est déterminée à partir de points caractéristiques (début de transformation  $1 \rightarrow 2$  et  $2 \rightarrow 1$ ) des courbes expérimentales (Fig. 4).

Les sollicitations mécaniques extérieures sont appliquées suivant  $\vec{x}_1(\sigma_1)$  et  $\vec{x}_2(\sigma_2)$  avec  $\theta = (\vec{i}_1, \vec{x}_1)$ .

On en déduit :

$$\underline{\Sigma} = \sigma_1 \vec{x}_1 \otimes \vec{x}_1 + \sigma_2 \vec{x}_2 \otimes \vec{x}_2 \quad (15)$$

Les forces thermodynamiques peuvent être calculées à l'aide de la formule (11a) :

$$F_{21} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)(\alpha^2 - \gamma^2) \sin 2\theta - H_{21} \quad (16a)$$

$$F_{2j}(j = 3, 4) = \frac{1}{4}[-(\alpha^2 - 2\beta^2 + \gamma^2)(\sigma_2 \cos^2 \theta + \sigma_1 \sin^2 \theta) + 2(\sigma_1 - \sigma_2)(\alpha^2 - \gamma^2) \sin 2\theta] - H_{2j} \quad (16b)$$

$$F_{2j}(j = 5, 6) = \frac{1}{4}[-(\alpha^2 - 2\beta^2 + \gamma^2)(\sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta) + 2(\sigma_1 - \sigma_2)(\alpha^2 - \gamma^2) \sin 2\theta] - H_{2j} \quad (16c)$$

avec  $H_{2j}$  identique pour tout  $j$  (2 exclu).

Les calculs montrent que  $F_{21}$  est nettement supérieure aux  $F_{2j}$  ( $j = 3, 4, 5, 6$ ) pour  $\theta_1 = \pi/8$  ou  $\theta_2 = \pi/4$  la réversion s'effectuant évidemment de 1 vers 2 (Figs. 2 et 3). Cela confirme les observations expérimentales [5,6].

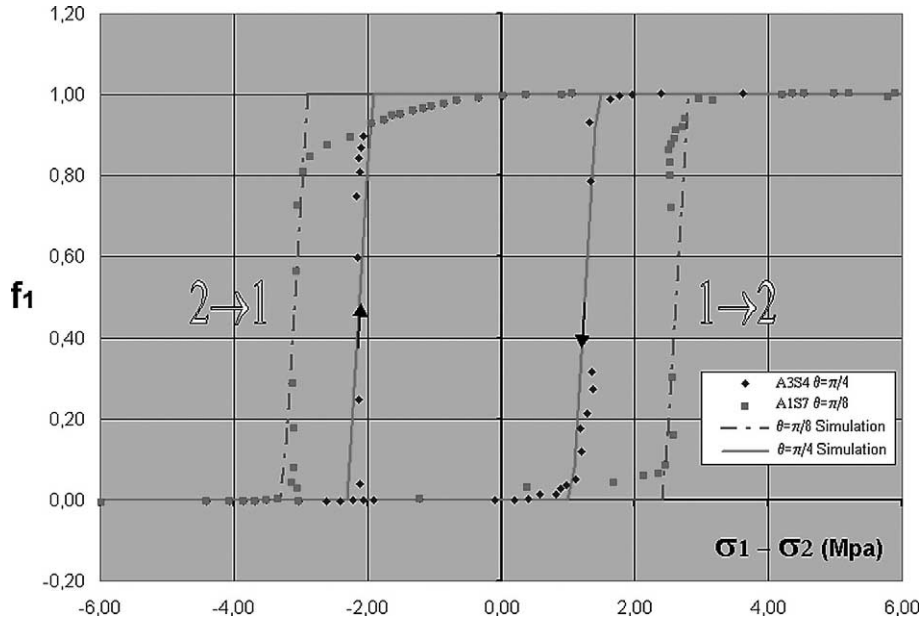


Fig. 4. Boucles d’hystérésis pour deux directions différentes.

Fig. 4. Outer loops for two different orientations. Symbols: experiment in Abeyaratne et al. [6].

De plus le terme  $H_{21}$  peut être mesuré sur les courbes expérimentales ( $H_{21} = 0,017$  MPa). Dans tous les cas on trouve une dépendance linéaire de  $f_1$  ( $2 \rightarrow 1$ ) ou de  $f_2$  ( $1 \rightarrow 2$ ) avec  $\sigma_1 - \sigma_2$ .

Dans l’espace  $(\sigma_1, \sigma_2)$  les contraintes critiques de réorientation peuvent être tracées avec  $f_1 = f_2 = 0,5$  (Fig. 1).

$$(1 \rightarrow 2) \quad F_{21}(f_1 = 0,5) = \text{Constante} \rightarrow \sigma_2 = \sigma_1 + C_{21} \tag{17a}$$

$$(2 \rightarrow 1) \quad F_{12}(f_2 = 0,5) = \text{Constante} \rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 + C_{12} \tag{17b}$$

Enfin, les boucles d’hystérésis représentant l’évolution de  $f_1$  avec  $\sigma_1 - \sigma_2$  peuvent être modélisées pour  $\theta_1$  et  $\theta_2$  (Fig. 4). Afin de rendre la modélisation moins schématique (Fig. 4), des cinétiques plus représentatives de la physique de la réorientation seront introduites ultérieurement.

## 5. Conclusion

Nous avons commencé à exploiter les potentialités d’un modèle à  $n + 1$  variables internes spécifiques de comportement mécanique d’un monocristal d’AMF. Ainsi le processus de réorientation d’une variante de martensite en une autre a été analysé et les résultats expérimentaux simulés. Une autre étape plus difficile pour ce même alliage consiste en la modélisation de la transformation de phase de l’austénite en martensite. En effet, la martensite créée est constituée par un couple  $(i, j)$  de variantes en interface avec la phase mère.

La compatibilité devra être examinée à deux niveaux, celui de l’interface  $i/j$  d’abord et celui de l’austénite avec le couple  $(i, j)$ . Des essais de traction pseudoélastique sur trois monocristaux d’orientations différentes, à nouveau sur le même alliage, ont été réalisés par Shield [8].

Notre modélisation sera comparée avec celle tout à fait différente présentée en [9].

**Références**

- [1] E. Patoor, A. Eberhardt, M. Berveiller, Thermomechanical modelling of shape memory alloys, *Arch. Mech.* 40 (5,6) (1998) 775–794.
- [2] Q.P. Sun, K.C. Hwang, Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys, I. Derivation of general relations, *J. Mech. Phys. Solids* 41 (1) (1993) 1–17.
- [3] C. LExcellent, B.C. Goo, Q.P. Sun, J. Bernardini, Characterization, thermodynamical behaviour and micromechanical-based constitutive model of shape-memory Cu–Zn–Al single crystals, *Acta Mater.* 44 (9) (1996) 3773–3780.
- [4] M. Buisson, E. Patoor, M. Berveiller, Comportement global associé aux mouvements d’interfaces entre variantes de martensite, *C. R. Acad. Sci. Paris* 313 (2) (1991) 587–590.
- [5] C. Chu, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis, MN, 1993.
- [6] R. Abeyaratne, C. Chu, R.D. James, Kinetics of materials with wiggly energy: theory and application to the evolution of twinning microstructures in a Cu–Al–Ni shape memory alloy, *Philos. Mag. A* 73 (2) (1996) 457–497.
- [7] K. Otsuka, K. Shimizu, Morphology and crystallography of thermoelastic Cu–Al–Ni martensite analyzed by the phenomenological theory, *Trans. JIM* 15 (1975) 103–108.
- [8] T.W. Shield, Orientation dependence of the pseudoelastic behavior of single crystals of Cu–Al–Ni in tension, *J. Mech. Phys. Solids* 43 (1995) 2299–2329.
- [9] Stupkiewicz, H. Petryk, Modelling of laminated microstructures in stress strain induced martensitic transformations, *J. Mech. Phys. Solids* 50 (2002) 2303–2331.