



Available online at www.sciencedirect.com



C. R. Mecanique 331 (2003) 437–442



Drapage géométrique des composites

Houman Borouchaki, Abdelhakim Cherouat

Université de technologie de Troyes, GSM-LASMIS, BP 2060, 10010 Troyes cedex, France

Reçu le 19 mars 2003 ; accepté le 25 avril 2003

Présenté par Évariste Sanchez-Palencia

Résumé

Cette Note présente une méthode pour la mise en forme des composites par drapage. On propose une nouvelle approche géométrique reposant sur la méthode du filet dans laquelle une maille élémentaire du tissu ne peut subir que des déformations en cisaillement. Une telle maille est alors définie par un quadrangle courbe dont les côtés représentent des géodésiques de même longueur tracées sur la surface à draper. On propose un algorithme d'optimisation permettant de définir à partir de la donnée de trois sommets de la maille tracée sur la surface, son quatrième sommet. Etant donné un sommet initial d'impact entre le tissu et la surface et les directions initiales des fibres du tissu en ce sommet, l'algorithme permet de draper de proche en proche la surface. Un exemple numérique de simulation de drapage d'une pièce mécanique est donné. **Pour citer cet article : H. Borouchaki, A. Cherouat, C. R. Mecanique 331 (2003).**

© 2003 Académie des sciences. Publié par Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Geometrical draping of composite fabrics. This paper presents a study devoted to the composite fabric shaping simulation in finite strain analysis. We introduce a new geometrical approach based on the fishnet method for which the deformation of a fabric mesh element consists in a pure trellis effect. Such a fabric mesh element is then defined by a curved quadrilateral whose edges are geodesic lines with the same length plotted onto the surface to drape. Given three vertices of the fabric mesh element on the surface, we propose an optimization algorithm to define the fourth vertex of the fabric mesh element. This algorithm allows us to drape the surface using an advancing front approach from the data of an initial impact point between the fabric and the surface and the initial fibre directions at this point. A numerical draping simulation example using this approach is given. **To cite this article: H. Borouchaki, A. Cherouat, C. R. Mecanique 331 (2003).**

© 2003 Académie des sciences. Publié par Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Solides et structures ; Drapage ; Drapage géométrique ; Tissus composites ; Algorithme du filet ; Géodésique

Keywords: Solids and structures; Draping simulation; Geometrical draping; Composite fabric; Fishnet algorithm; Geodesic

Adresses e-mail : Houman.Borouchaki@utt.fr (H. Borouchaki), Abdelhakim.Cherouat@utt.fr (A. Cherouat).

1631-0721/03/\$ – see front matter © 2003 Académie des sciences. Publié par Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

doi:10.1016/S1631-0721(03)00087-1

Abridged English version

The draping of composite fabric using a mechanical approach requires the resolution of PDE's problems by the finite element method [1]. In general, in the case of complex surfaces, the boundary conditions are not well defined and the contact between the surface and the fabric is difficult to manage. Furthermore, the resolution of such a problem can be too long in cpu time and is detrimental to the optimization stage of draping regarding the initial fibre directions. All of these facts lead us to consider rather a geometrical approach which is very fast and more robust allowing simultaneously to define the stratification sequences and the flat pattern for different plies and to predict difficult impregnated areas which involve manual operation like dart insertion or, on the contrary, the shortage of fabric. Based on technical criteria (surface covering, drape covering and angular distortion), this approach can constitute the predimensionning or the preoptimization stage for the manufacturing of complex composite parts.

The geometrical approach is based, in general, on the fishnet method for which a fabric mesh element is subjected only to shear deformations. The difficulty of such a method is the mapping of the fabric mesh element onto any surface. Within this context, several algorithms (see [2,3] and [4] for a synthesis), approximating the geometry of a fabric mesh element plotted onto the surface, are proposed. In particular, the edges of the fabric mesh element are approximated by line segments representing a pure estimate in the highly curved area.

In this paper, we propose a new geometrical draping simulation algorithm which takes into account the true geometry of the fabric mesh element plotted onto the surface. Such a fabric mesh element is then defined by a curved quadrilateral whose edges are geodesic lines with the same length plotted onto the surface to drape. Given three vertices of the fabric mesh element on the surface, we propose an optimization algorithm to define the fourth vertex of the fabric mesh element. This algorithm allows us to drape the surface using an advancing front approach from the data of an initial impact point between the fabric and the surface and the initial fibre directions at this point.

1. Introduction

Le drapage mécanique des tissus composites nécessite la résolution d'un problème aux EDP par la méthode des éléments finis [1]. En général, dans le cas d'une surface complexe, les conditions aux limites ne sont pas bien définies et les problèmes de contact entre le tissu et la surface à draper sont difficiles à gérer. Par ailleurs, la résolution d'un tel problème peut être très longue en temps de calcul et ainsi pénalise la phase d'optimisation du drapage en fonction des directions initiales des fibres. Tout cela conduit à considérer plutôt une approche géométrique de drapage plus simple et plus rapide permettant simultanément de définir les différentes séquences de stratification, les formes à plat des différentes couches et les zones à problèmes nécessitant éventuellement une intervention manuelle du type « coup de ciseau » ou au contraire des insuffisances de matière. Basée sur des critères métiers (taux de couverture, taux de chute, distorsion angulaire), cette approche peut constituer la phase de prédimensionnement ou de préoptimisation dans la chaîne de conception et fabrication de composites.

L'approche géométrique repose sur la méthode du filet dans laquelle une maille élémentaire du tissu ne peut subir que des déformations en cisaillement. La difficulté d'une telle méthode est l'application d'une maille élémentaire du tissu sur une surface quelconque. Dans ce cadre, plusieurs algorithmes ([2,3] et [4] pour une synthèse), prenant en compte des approximations sur la géométrie des mailles plaquées sur la surface, ont été proposés. En particulier, les arêtes des mailles sur la surface sont approchées par des segments droits représentant une approximation très grossière dans les zones de forte courbure.

Dans ce papier, on rappelle deux formulations possibles du drapage géométrique, formulations continue et discrète, et on propose un algorithme pour la seconde formulation sans aucune approximation sur la géométrie de la maille tracée sur la surface.

2. Formulation continue

Dans cette section, on introduit la formulation continue du problème de drapage dans laquelle on suppose que l'expression analytique de la surface à draper est connue. Cette formulation suppose qu'une paramétrisation de la surface est donnée sur un seul domaine de paramètres. Ceci restreint donc le drapage à une zone de la surface où une telle contrainte (i.e. un seul domaine de paramètres) est vérifiée.

Supposons donc que la surface Σ est définie par la paramétrisation

$$\sigma : \Omega \rightarrow R^3, \quad \mathbf{p} = (u, v) \mapsto \mathbf{P} = \sigma(\mathbf{p})$$

où Ω est un domaine de R^2 et σ est une fonction de classe C^2 . Le problème de drapage consiste à déterminer l'application $\mathbf{p} = (u(\xi, \eta), v(\xi, \eta))$ de $F \subset R^2$ dans Ω telle que les fibres $\xi = constant$ et $\eta = constant$ restent inextensibles.

La longueur d'un arc élémentaire $d\mathbf{s}$ sur Σ est donnée par :

$$d\mathbf{s}^2 = \begin{pmatrix} du & dv \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix}$$

où $E = \sigma'_u \cdot \sigma'_u$, $F = \sigma'_u \cdot \sigma'_v$ et $G = \sigma'_v \cdot \sigma'_v$ sont les coefficients de la première forme fondamentale de la surface Σ en \mathbf{p} . Cette longueur d'arc sur les fibres déformées s'écrit comme :

$$d\mathbf{s}^2 = \begin{pmatrix} d\xi & d\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + 2E_{11} & 2E_{12} \\ 2E_{12} & 1 + 2E_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \end{pmatrix}$$

où E_{ij} sont les composantes du tenseur de déformations de Green–Lagrange des fibres. Dans le modèle considéré les fibres sont inextensibles, ce qui revient à imposer $E_{11} = E_{22} = 0$. Quant à la composante E_{12} représentant le cisaillement, elle peut s'exprimer comme $2E_{12} = \cos \alpha$ où α est l'angle entre les fibres adjacents après déformation. En considérant les deux expressions de $d\mathbf{s}^2$ et en substituant du par $\frac{\partial u}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial u}{\partial \eta} d\eta$ et dv par $\frac{\partial v}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial v}{\partial \eta} d\eta$, on obtient un système non linéaire d'équations aux dérivées partielles d'ordre premier en u et v , qui est donné par :

$$\begin{aligned} E \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + 2F \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \xi} + G \left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 &= 1 \\ E \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + 2F \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} + G \left(\frac{\partial v}{\partial \eta} \right)^2 &= 1 \\ E \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial \eta} + F \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) + G \frac{\partial v}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \eta} &= \cos \alpha \end{aligned}$$

Les conditions limites comprennent la donnée du point $(u(0, 0), v(0, 0))$ et de deux courbes $(u(\xi, 0), v(\xi, 0))$ et $(u(0, \eta), v(0, \eta))$ dont les images sur la surface représentent des géodésiques issues de $\sigma(u(0, 0), v(0, 0))$ suivant des directions spécifiées. L'image d'une courbe $(u(s), v(s))$ (s étant la longueur d'arc) est une géodésique si

$$\frac{d^2\sigma}{ds^2} = \kappa \mathbf{n}$$

où $\mathbf{n} = \frac{\partial \sigma / \partial u \times \partial \sigma / \partial v}{\|\partial \sigma / \partial u \times \partial \sigma / \partial v\|}$ est la normale unitaire à la surface et κ la courbure en $\sigma(u(s), v(s))$. Par ailleurs, comme les fibres sont inextensibles, on doit avoir :

$$\left\| \frac{d\sigma}{ds} \right\| = 1$$

Ces conditions représentent, entre autres, un système d'équations différentielles de second ordre en u et v dont les conditions initiales sont la donnée du point $(u(0), v(0))$ et de la direction dv/du .

3. Formulation discrète

La formulation discrète suppose d'une part que le domaine de définition F des fibres est modélisé par un quadrillage régulier \mathcal{T}_F d'un rectangle composé de deux familles mutuellement orthogonales de segments droits parallèles et, d'autre part, qu'un maillage géométrique \mathcal{M}_Σ (cf. [5]) (représentant une bonne approximation) de la surface est connu et peut être ainsi utilisé à la place de l'expression analytique de la surface. L'avantage de cette formulation par rapport à la précédente est qu'aucune restriction de zone n'est imposée à la surface à draper.

Dans ce cadre, le problème du drapage du tissu F sur la surface Σ consiste à « coller » le quadrillage \mathcal{T}_F au maillage \mathcal{M}_Σ (i.e. à associer à chaque noeud de \mathcal{T}_F , un point d'un élément de \mathcal{M}_Σ) de telle manière que la longueur des arêtes du quadrillage image correspondant \mathcal{T}_F^Σ sur la surface soit conservée. Pour fixer les idées, supposons que la longueur d'une arête de \mathcal{T}_F suivant la coordonnée ξ (resp. η) du domaine de définition des fibres soit égale à $\Delta\xi$ (resp. $\Delta\eta$). Soient e_ξ (resp. e_η) une arête quelconque de \mathcal{T}_F suivant la coordonnée ξ (resp. η) et e_ξ^Σ (resp. e_η^Σ) l'arête (éventuellement courbe) correspondante sur la surface (i.e. dont les extrémités correspondantes sont associées), alors le quadrillage \mathcal{T}_F^Σ représente un drapage de Σ si la longueur de l'arête e_ξ^Σ (resp. e_η^Σ) est égale à $\Delta\xi$ (resp. $\Delta\eta$). Comme indiqué dans la formulation continue, ce problème possède une infinité de solutions qui dépendent d'une part, du premier noeud de \mathcal{T}_F^Σ (appelé point d'impact) sur la surface associé à un noeud de \mathcal{T}_F et d'autre part, de la direction des axes des coordonnées (ξ, η) des fibres en ce noeud. Ainsi, afin de garantir une solution unique, on suppose que le point d'impact sur la surface ainsi que l'orientation des fibres en ce point sont connus. Le procédé de drapage suit alors le schéma suivant :

- associer un noeud $\mathbf{x}_0 = (\xi_0, \eta_0)$ de \mathcal{T}_F au point d'impact spécifié sur la surface,
- déterminer de proche en proche les noeuds de \mathcal{T}_F^Σ associés aux noeuds (ξ, η_0) de \mathcal{T}_F à partir du point d'impact,
- déterminer de proche en proche les noeuds de \mathcal{T}_F^Σ associés aux noeuds (ξ_0, η) de \mathcal{T}_F à partir du point d'impact,
- déterminer tous les autres noeuds de \mathcal{T}_F^Σ en procédant maille par maille.

Les noeuds de \mathcal{T}_F^Σ associés aux noeuds (ξ, η_0) et (ξ_0, η) de \mathcal{T}_F sont placés sur des géodésiques suivant l'orientation spécifiée de fibres. Les autres noeuds de \mathcal{T}_F^Σ sont déterminés de manière à compléter les mailles de \mathcal{T}_F^Σ . En effet, en procédant maille par maille, ces noeuds constituent les quatrièmes noeuds des mailles dont les trois premiers noeuds sont connus sur la surface. Ils représentent ainsi les intersections de segments géodésiques dont les longueurs sont connues et les orientations sont à déterminer. Par conséquent, deux problèmes se posent :

- problème (P1), déterminer la géodésique issue d'un point donné de la surface suivant une orientation donnée,
- problème (P2), étant donnés deux points de la surface, déterminer les géodésiques issues de ces points s'intersectant mutuellement suivant des longueurs données (ces géodésiques sont déterminées suivant leurs orientations).

4. Algorithme de drapage géométrique discret

Soit P un point de la surface (qui est approché par un point d'un élément K du maillage \mathcal{M}_Σ de la surface). Pour déterminer la géodésique issue de P suivant une orientation donnée u (problème (P1)), on calcule d'abord la trace u_K de u sur l'élément K contenant P et on applique l'algorithme suivant :

- on traverse K suivant u_K : on détermine l'élément K' adjacent à K intersecté suivant l'orientation u_K ,
- on passe de K à son voisin K' : on détermine la nouvelle orientation $u_{K'}$ suivant u_K de telle manière que l'angle d'attaque sur l'arête commune à K et K' suivant les orientations u_K et $u_{K'}$ de part et d'autre de l'arête soit identique,
- on remplace K par K' et u_K par $u_{K'}$ et on itère.

Soient P et Q deux points de la surface. Pour déterminer les géodésiques issues de ces points s'intersectant mutuellement suivant une longueur donnée l (problème (P2)), on applique d'une manière itérative l'algorithme suivant (les directions u et v étant initialisées convenablement) :

- on calcule l'extrémité P' de la géodésique issue de P de longueur l suivant une direction u ,
- on calcule l'extrémité Q' de la géodésique issue de Q de longueur l suivant une direction v ,
- si $P' \approx Q'$ fin, sinon on remplace u par $P' + Q' - 2P$ et v par $P' + Q' - 2Q$ et on itère.

Dans le contexte de calcul du quatrième sommet d'une maille élémentaire en fonction de la donnée de trois sommets de celle-ci, ce problème possède en général deux solutions. En effet, considérons la maille $ABCD$ pour laquelle les trois sommets A , B et C ainsi que les deux arêtes AB et BC sont connues, et dont on cherche à déterminer le sommet D à partir des géodésiques issues de A et de C . Pour cette maille, l'une des solutions est trivialement donnée par la direction des deux arêtes AB et CB et pour déterminer l'autre solution en utilisant l'algorithme ci-dessus, il suffit d'initialiser les directions des géodésiques issues de A et de C respectivement par les directions BC et BA .

5. Exemple numérique

On considère la pièce mécanique (représentant une semelle) illustrée par la Fig. 1 (à gauche). La Fig. 1 (à droite) montre un maillage géométrique de cette pièce comprenant 14601 sommets et 29000 triangles. A partir du centre commun des circonférences visibles sur la surface de la pièce, deux drapages sont appliqués. Dans le premier (Fig. 2, à gauche), les axes principaux (initiaux) sont dirigés suivant les axes de coordonnées du plan OXY et 4672 mailles sont générées. La Fig. 3 (à gauche) montre d'une part le patron à plat correspondant à ce drapage et, d'autre part, la carte des angles de cisaillement associés aux mailles (exprimée en terme de dégradé de couleurs, du bleu : cisaillement nul, vers le rouge : cisaillement maximal). Le drapage a été réalisé en 0.34 secondes sur une station de travail HP-J5600. Le deuxième drapage correspond à des axes principales tournés de 45 degrés par rapport à ceux du cas précédent (Fig. 2, à droite). De même, la Fig. 3 (à droite) montre la carte de cisaillement correspondant sur le patron à plat obtenu. Dans ce cas 4689 mailles sont générées en moins de 0.4 secondes. On peut remarquer sur ces figures que le patron à plat dans le deuxième cas a une surface moins importante.

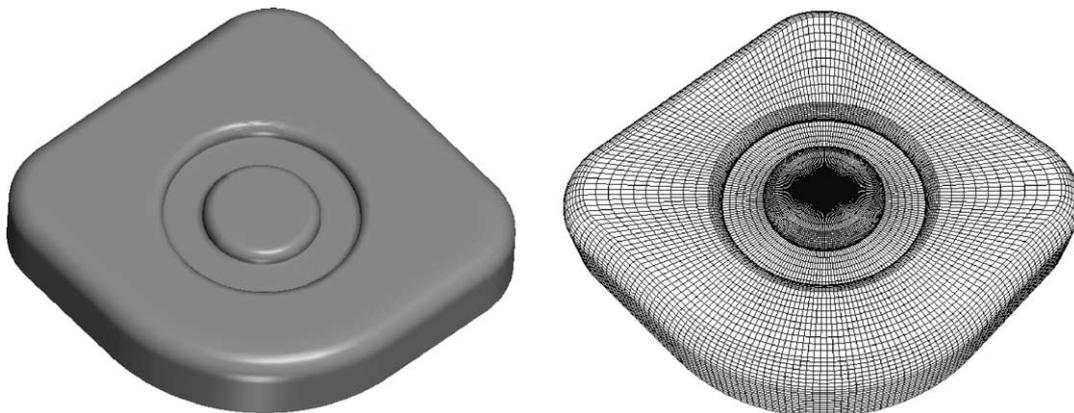


Fig. 1. La pièce et un maillage géométrique de la pièce.

Fig. 1. A part and a geometrical mesh of the part.

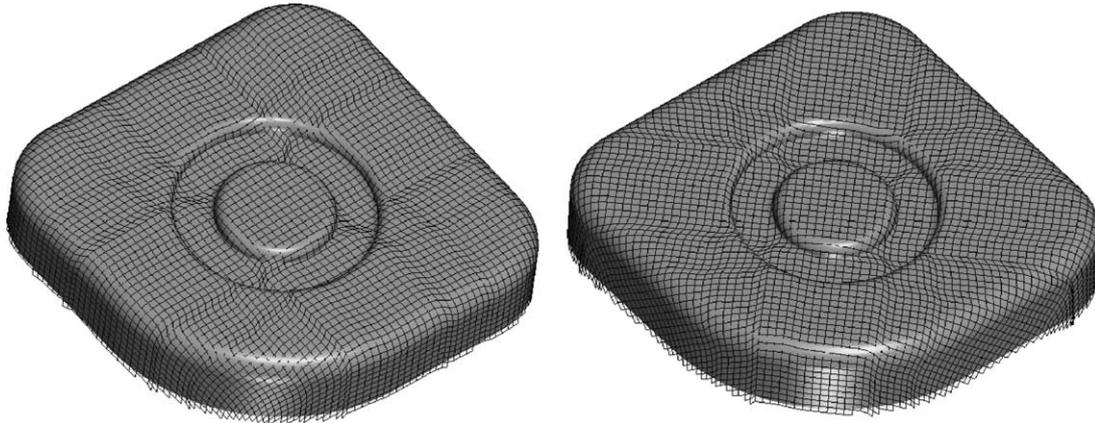


Fig. 2. Drapages de la pièce à 0° (gauche) et 45° (droite).

Fig. 2. Draping of the part at 0° (left) and 45° (right).

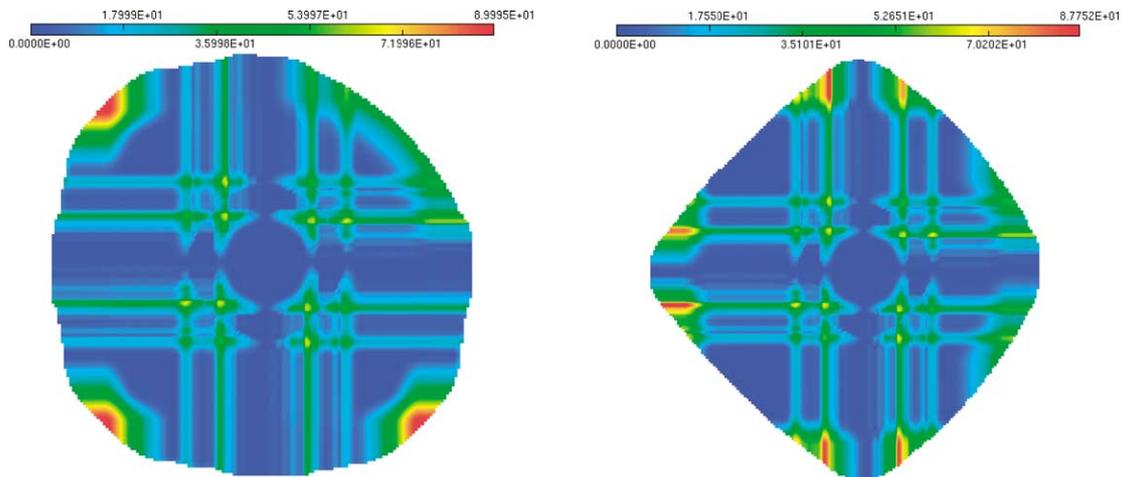


Fig. 3. Les patrons à plat à 0° (gauche) et 45° (droite).

Fig. 3. 2D flat patterns at 0° (left) et 45° (right).

Références

- [1] J.L. Billoët, A. Cherouat, Numerical behaviour of prepreg woven fabric for the simulation of shaping deformation, in: The 4th Int. Conf. and Workshop on Numerical Simulation of 3D sheet Forming Processes, Vol. 1, Proceeding of Numesheet99, Besançon, France, 1999, pp. 567–572.
- [2] F.L. Heisey, K.D. Haller, Fitting woven fabric to surfaces in three dimensions, *J. Text. Inst.* 2 (1988) 250–263.
- [3] C.M. Pastore, Y.J. Cai, Applications of computer aided geometric modelling for textile structural composites, in: W.P. DeWilde, W.R. Blain (Eds.), *Composite Materials Design and Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 1990, pp. 127–142.
- [4] F. Van Der Weeën, Algorithms for draping fabrics on doubly-curved surfaces, *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 31 (1991) 1415–1426.
- [5] H. Borouchaki, P.J. Frey, Maillage géométrique de surfaces, *Revue européenne des éléments finis* 8 (1) (1999) 47–75.