



Évaluation de l'influence des changements de géométrie sur les déformations de séchage d'un milieu poreux fissuré

Xavier Chateau, Luc Dormieux, Yue Xu

LMSGC, CNRS/ENPC/LCPC, 77455 Marne-la-Vallée, France

Reçu le 6 mai 2003 ; accepté après révision le 6 juin 2003

Présenté par Jean-Baptiste Leblond

Résumé

Le comportement d'un milieu poreux non saturé dont la phase solide est constituée d'un matériau élastique linéaire et dont l'espace poreux est constitué de fissures interconnectées entre elles est étudié par une méthode d'homogénéisation. L'originalité de l'approche réside dans la prise en compte des non linéarités géométriques dues aux déformations des fissures lors d'une variation de la saturation. Lorsque le rapport d'aspect des fissures est suffisamment petit, la prise en compte de cette non linéarité entraîne une inversion du signe du taux de déformations volumiques de séchage prédit par rapport à une approche où ce couplage est négligé. *Pour citer cet article* : X. Chateau et al., *C. R. Mecanique* 331 (2003).

© 2003 Académie des sciences. Publié par Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Influence of geometry changes on drying-induced strains in a cracked solid. The macroscopic response of a cracked solid subjected to drying is investigated within the framework of micromechanics. The originality of this contribution lies in the fact that the variations of the aspect ratios of cracks induced by the capillary pressure increase are accounted for. When the initial aspect ratio is small enough, it is shown that neglecting the geometrical changes yields an erroneous prediction of the sign of the macroscopic volume strain rate. *To cite this article*: X. Chateau et al., *C. R. Mecanique* 331 (2003).

© 2003 Académie des sciences. Publié par Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Milieux poreux ; Micromécanique ; Fissures ; Non saturé ; Séchage

Keywords: Porous media; Micromechanics; Cracks; Unsaturated; Drying

Abridged English version

Consider a representative elementary volume (r.e.v.) Ω of a cracked solid. The pore space Ω_p is made up of the crack network. The solid material in Ω_s is linear elastic (stiffness tensor \mathbb{C}_s). As in [3–5], the cracks are modelled as flat oblate spheroids. They are filled with a liquid and a gaseous phase separated by a meniscus (see Fig. 1). The

Adresses e-mail : chateau@lpc.fr (X. Chateau), dormieux@lmsgc.enpc.fr (L. Dormieux), xu@lpc.fr (Y. Xu).

liquid, gas and capillary pressures are denoted by p_ℓ , p_g and $p_c = p_g - p_\ell$. As stated in (3), the internal forces in the pore space are the sum of the pressures (1) and of the membrane stresses (2).

The crack network is divided into families of the same orientation, aspect ratio X^j and radius a^j . The orientation is defined by the unit normal vector to the crack denoted by \underline{a}_3^j . We also introduce the density N^j , the damage parameter $\varepsilon^j = N^j (a^j)^3$ and the Eshelby tensor \mathbb{S}^j of family j .

In Section 2, the variations of the aspect ratio are neglected. The microscopic stress field anywhere in the r.e.v. can be put in the form (4). The macroscopic stress Σ in (5) is defined as the average of the microscopic stress field. Expressions of the homogenized stiffness \mathbb{C}^{hom} and of the macroscopic prestress Σ_p are given in (7).

The average $\langle \sigma_p \rangle_j$ of the microscopic stress over family j can be derived as a function of the capillary pressure p_c or of the saturation ratio S_r from (8), (9). In particular, the coefficient $\underline{a}_3^j \cdot \langle \sigma_p \rangle_j \cdot \underline{a}_3^j$ denoted by σ_p is given in (10).

Let us assume an isotropic distribution of crack orientations. When all cracks have identical radius a and initial aspect ratio X , the expression of Σ_p reduces to (11). In order to simulate free drying ($\Sigma = 0$), the capillary pressure is progressively increased from 0, the gas pressure being kept at $p_g = 0$. The induced isotropic macroscopic strain E (12) is derived from (5) and (11). Using (10) in order to eliminate σ_p as a function of p_c yields (14) which relates E to the capillary pressure p_c . Still, the validity of (14) is restricted to unsaturated conditions. The threshold capillary pressure at which gas enters the crack is $p_c^{\text{eg}} = \gamma / (aX)$. For $p_c < p_c^{\text{eg}}$, there is no membrane stress and $\sigma_p = p_c$. (12) then shows that E is a decreasing function of p_c (contractant behavior). In contrast, for $p_c > p_c^{\text{eg}}$, (14) shows that E becomes an increasing function of p_c . This nonmonotonic relationship between E and p_c is depicted at Fig. 2.

In Section 3, the effect of the variations of the crack aspect ratios is investigated. This is motivated by the fact that the normal strain e_{33} in the crack is a priori noninfinitesimal. In spite of this geometrical nonlinearity, the validity of the state equation (5) and the expressions (7) of \mathbb{C}^{hom} and Σ_p are preserved. This is due to the fact that $X^j (\mathbb{I} - \mathbb{S}^j)^{-1}$ can be considered as independent of X^j provided that $X^j \ll 1$.

In the case of free drying in isotropic conditions with identical aspect ratios and crack radii, this implies that (12) and (14) still hold. However, as opposed to Section 2, X is not a constant anymore. More precisely, the variations of X can be estimated by (20) as a function of E and σ_p . Accordingly, the $E = E(p_c)$ relationship during drying now takes the form (22).

Three different evolutions of the macroscopic strain may occur, according to the value of the initial aspect ratio X_0 . If X_0 is smaller than the threshold X_0^{eg} given in (24), the capillary pressure increase induces complete crack closure in saturated conditions (evolution (a) in Fig. 3). In contrast, if $X_0 > X_0^{\text{eg}}$, gas enters the crack during the process of capillary pressure increase at a threshold pressure p_c^{eg} which depends on X_0 . If $X_0 < 2X_0^{\text{eg}}/\sqrt{3}$, further increase of p_c beyond p_c^{eg} induces crack closure (evolution (c) in Fig. 3). In turn, if $X_0 > 2X_0^{\text{eg}}/\sqrt{3}$, further increase of p_c beyond p_c^{eg} leads to a progressive recovery of the initial aspect ratio (evolution (b) in Fig. 3). In this case, a nonmonotonic evolution of the macroscopic strain is obtained, as in Section 2.

1. Introduction

On considère un volume élémentaire représentatif Ω de matériau solide fissuré, de frontière $\partial\Omega$. La phase solide, qui occupe le domaine Ω_s à l'intérieur de Ω , est constituée d'un matériau élastique linéaire homogène de tenseur d'élasticité \mathbb{C}_s . Les tenseurs de contrainte σ et de déformation e à l'échelle microscopique sont donc reliés par $\sigma = \mathbb{C}_s : e$.

Les fissures disposent d'une ouverture initiale, ce qui implique l'existence d'un espace poreux Ω_p , complémentaire de Ω_s dans Ω . On s'intéresse aux situations où elles sont saturées par deux fluides immiscibles, un liquide et un gaz. L'équilibre impose l'uniformité de la pression p_ℓ (resp. p_g) dans tout sous-domaine connexe de la phase liquide (resp. gazeuse). Pour simplifier, on suppose de plus que les pressions p_ℓ et p_g sont identiques

dans toutes les fissures. Cette hypothèse revient à admettre que les fissures sont hydrauliquement interconnectées, tout en négligeant l'impact sur le plan mécanique du réseau poreux assurant cette interconnection.

Les efforts intérieurs dans les fissures sont donnés par les champs de pression au sein de chacun des fluides :

$$(\forall \underline{x} \in \Omega_\ell) \quad \sigma(\underline{x}) = -p_\ell \mathbf{1}, \quad (\forall \underline{x} \in \Omega_g) \quad \sigma(\underline{x}) = -p_g \mathbf{1} \tag{1}$$

auxquels viennent s'ajouter des champs d'efforts de membrane définis sur les surfaces séparant deux à deux les domaines occupés par chacune des trois phases solide, liquide et vapeur. $\omega_{\alpha\beta}$ désignant l'interface entre les phases α et β , la tension de surface $\gamma(\underline{x})$ au point \underline{x} de $\omega_{\alpha\beta}$ vaut $\gamma_{\alpha\beta}$, avec $(\alpha, \beta) = (s, \ell), (s, g), (\ell, g)$:

$$\sigma = \gamma(\underline{x}) \mathbf{1}_{T_{\omega(\underline{x})}} \delta_\omega \tag{2}$$

Dans (2), $\mathbf{1}_{T_{\omega(\underline{x})}}$ désigne l'identité du second ordre du plan tangent à ω au point \underline{x} et δ_ω la mesure de Dirac de support l'interface ω . La pression capillaire est $p_c = p_g - p_\ell$. Pour fixer les idées, on suppose que la phase liquide mouille parfaitement le solide (angle de mouillage nul). On suppose de plus que la tension superficielle dans l'interface solide-liquide est nulle. On a alors $\gamma_{sg} = \gamma_{lg} = \gamma$.

Les résultats présentés dans la suite étendent au cas non saturé la théorie poroélastique du milieu mésosaturé saturé décrite dans [1].

2. Homogénéisation linéaire

On néglige dans cette section les non linéarités géométriques liées aux variations d'ouverture des fissures. En procédant comme dans [2], on introduit alors le champ de tenseur de précontrainte σ_p , défini par

$$\sigma_p(\underline{x}) = -p_\ell \chi_\ell(\underline{x}) \mathbf{1} - p_g \chi_g(\underline{x}) \mathbf{1} + \gamma(\underline{x}) \mathbf{1}_{T_{\omega(\underline{x})}} \delta_\omega \tag{3}$$

où χ_α désigne la fonction caractéristique du domaine occupé par la phase α ($\chi_\alpha(\underline{x}) = 1$ si $\underline{x} \in \Omega_\alpha$, $\chi_\alpha(\underline{x}) = 0$ sinon). Il est alors possible de rendre compte du comportement linéaire de la phase solide ainsi que de (1) et de (2) par une écriture du champ de contrainte microscopique sous la forme

$$(\forall \underline{x} \in \Omega) \quad \sigma = \mathbb{C}(\underline{x}) : \epsilon(\underline{x}) + \sigma_p(\underline{x}) \tag{4}$$

et avec $\mathbb{C}(\underline{x}) = 0$ dans Ω_p et $\mathbb{C}(\underline{x}) = \mathbb{C}_s$ dans Ω_s .

Le chargement macroscopique subi par le v.e.r. est défini par des conditions aux limites uniformes en déformation associées à la déformation macroscopique \mathbf{E} du v.e.r. Celle-ci est comptée à partir d'un état de référence dans lequel le solide est à l'état naturel ($\sigma = 0$) et l'espace poreux est saturé par le liquide à pression nulle. L'état de contrainte macroscopique correspondant est évidemment nul.

$\langle \cdot \rangle$ désignant l'opérateur de moyenne sur le domaine Ω , la relation de moyenne définissant la contrainte macroscopique Σ par $\Sigma = \langle \sigma \rangle$ reste valable (au sens des distributions), quitte à inclure la contribution des contraintes membranaires. Le comportement macroscopique s'écrit alors sous la forme

$$\Sigma = \mathbb{C}^{\text{hom}} : \mathbf{E} + \Sigma_p \quad \text{avec } \mathbb{C}^{\text{hom}} = \langle \mathbb{C} : \mathbb{A} \rangle; \quad \Sigma_p = \langle \sigma_p : \mathbb{A} \rangle \tag{5}$$

où \mathbb{A} est le tenseur de localisation de la déformation. On modélise les fissures comme des cavités ellipsoïdales aplaties, symétriques de révolution autour de leur petit axe, comme dans [3–5]. Le rapport d'aspect désigne le rapport petit axe/grand axe. On décompose l'ensemble des fissures de façon discrète, en familles de fissures de mêmes orientation, rapport d'aspect X^j et rayon a^j . On note N^j la densité des fissures de cette famille et l'on introduit le paramètre de densité $\epsilon^j = N^j (a^j)^3$. Les interactions entre fissures sont négligées. \mathbb{S}^j désigne le tenseur d'Eshelby des ellipsoïdes correspondants. $\mathbb{A}^j = (\mathbb{I} - \mathbb{S}^j)^{-1}$ représente le tenseur de localisation de la déformation dans la fissure j . \underline{a}_3^j désignant le vecteur normal unitaire colinéaire au petit axe de l'ellipsoïde occupé par la fissure j , on montre que les coefficients $A_{\alpha\beta kl}^j$ dans la base orthonormée $(\underline{a}_1^j, \underline{a}_2^j, \underline{a}_3^j)$ pour $\{\alpha, \beta\} \in \{1, 2\}$ sont des

$\mathcal{O}(1)$. Il en résulte que les déformations dans le plan de la fissure restent infinitésimales. Ceci permet de négliger les variations du rayon a^j .

Plus précisément, on note \mathbb{T}^j la limite quand X^j tend vers 0 de $X^j(\mathbb{I} - \mathbb{S}^j)^{-1}$. Les coefficients de \mathbb{T}^j sont nuls à l'exception de

$$T_{3311} = T_{3322} = \frac{4\nu(1-\nu)}{(1-2\nu)\pi}, \quad T_{3333} = \frac{4(1-\nu)^2}{(1-2\nu)\pi}, \quad T_{1313} = T_{2323} = \frac{4(1-\nu)}{(2-\nu)\pi} \tag{6}$$

où ν est le coefficient de Poisson du solide. En procédant comme dans [1,4], on obtient alors les estimations suivantes des tenseurs \mathbb{C}^{hom} et Σ_p :

$$\mathbb{C}^{\text{hom}} = \mathbb{C}_s : \left(\mathbb{I} - \sum_j \frac{4}{3} \pi \varepsilon^j \mathbb{T}^j \right), \quad \Sigma_p = \sum_j \frac{4}{3} \pi \varepsilon^j \langle \sigma_p \rangle_j : \mathbb{T}^j \tag{7}$$

où $\langle \sigma_p \rangle_j$ désigne la moyenne du tenseur de précontrainte σ_p sur une fissure de la famille j .

On suppose que la répartition des phases fluides au sein de chacune des fissures vérifie également la propriété de symétrie cylindrique autour du petit axe de la fissure, le gaz et le liquide occupant respectivement la zone centrale et la zone périphérique (voir Fig. 1). Le calcul de $\langle \sigma_p \rangle_j$ est effectué dans le cadre de l'approximation toroïdale [6]. On introduit le degré de saturation en liquide dans la fissure numéro j , noté S_r^j et défini comme le rapport du volume occupé par le liquide sur le volume de celle-ci. Dans le domaine $X^j \ll 1$, on obtient les relations suivantes

$$p_c = \frac{\gamma}{a^j X^j} \frac{1}{\cos \varphi^j}, \quad S_r^j = \cos^3 \varphi^j \tag{8}$$

et

$$\langle \sigma_p \rangle_j = \frac{\gamma}{a^j X^j} \left(\frac{3 - \cos^2 \varphi^j}{2} \mathbf{1} - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi^j \underline{a}_3^j \otimes \underline{a}_3^j \right) - p_g \mathbf{1} \tag{9}$$

où φ^j est un scalaire compris entre 0 et $\pi/2$ paramétrant la position du point de raccord de la section radiale de l'interface capillaire avec le profil de l'ellipsoïde. En toute rigueur, les formules ci-dessus, issues d'un développement limité au terme en $1/X^j$, ne sont pas valables pour $\varphi^j = 0$. Mais en fait, on montre qu'elles donnent une excellente approximation de la branche stable du diagramme de pression capillaire $p_c(S_r)$, y compris au voisinage de l'état saturé.

On note que la composante σ_p de $\langle \sigma_p \rangle_j$ selon $\underline{a}_3^j \otimes \underline{a}_3^j$ vaut :

$$\sigma_p = \frac{\gamma \cos^2 \varphi^j}{a^j X^j} - p_g = \frac{\gamma^3}{a^{j3} X^{j3}} \frac{1}{p_c^2} - p_g \tag{10}$$

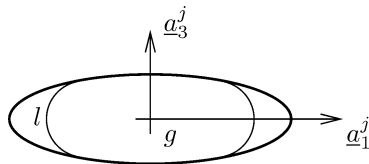


Fig. 1. Modèle géométrique de fissure ellipsoïdale non saturée.

Fig. 1. Geometrical model for a nonsaturated ellipsoidal fissure.

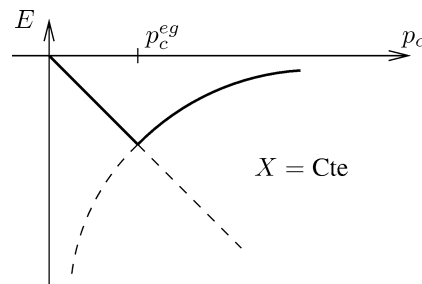


Fig. 2. Déformation macroscopique induite par séchage (simulation sans variations du rapport d'aspect).

Fig. 2. Macroscopic strain induced by drying (simulation without change of aspect ratio).

Dans le cas où les fissures ont toutes le même rayon a et même rapport d'aspect, et admettent une répartition d'orientation isotrope, on pose $\varepsilon = Na^3$ où N désigne la densité totale de fissures. Supposant la phase solide elle-même isotrope, on montre que l'expression (7) de Σ_p devient

$$\Sigma_p = \sigma_p b \mathbf{1} \quad \text{avec } b = \frac{16}{9} \varepsilon \frac{1 - \nu^2}{1 - 2\nu} > 0 \quad (11)$$

On s'intéresse à présent à une expérience de séchage à contrainte macroscopique nulle à partir de l'état de référence saturé. A cet effet, on soumet le matériau à une augmentation de la pression capillaire à partir 0, la pression de gaz étant maintenue à 0. La déformation prévue dans cette expérience selon (5) est sphérique et s'écrit $E = E \mathbf{1}$ avec :

$$E = -\frac{b}{3k^{\text{hom}}} \sigma_p \quad (12)$$

où k^{hom} est le module de compression macroscopique déduit de (7) :

$$k^{\text{hom}} = k^s (1 - b) \quad (13)$$

Dans les situations où les phases gazeuse et liquide se trouvent simultanément à l'intérieur des fissures, on remplace σ_p par l'expression donnée en (10) :

$$p_c \sqrt{\frac{3k^{\text{hom}}}{b(\gamma/aX)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-E}} \quad (14)$$

En se reportant à la relation (8), il apparaît qu'une interface capillaire ne peut se former à l'intérieur des fissures pour des valeurs de la pression capillaire inférieures à $p_c^{\text{eg}} = \gamma/aX$. La quantité p_c^{eg} définit donc la valeur de la pression d'entrée de la phase gazeuse dans les fissures.

Tant que la pression capillaire reste inférieure à la pression d'entrée de la phase gazeuse dans les fissures, celles-ci restent saturées par la phase liquide à la pression $-p_c$ et la moyenne du tenseur des précontraintes dans les fissures est égale à $p_c \mathbf{1}$. En utilisant cette remarque dans (12), il apparaît E est une fonction linéaire décroissante de la pression capillaire p_c durant cette première phase. Un comportement contractant au séchage est donc observé. Pour les valeurs de la pression capillaire supérieures à p_c^{eg} , la déformation du v.e.r. est maintenant contrôlée par (14). Durant cette seconde phase, le séchage du matériau sous contrainte macroscopique nulle s'accompagne d'une dilatation qui ramène le v.e.r. dans sa configuration initiale, les fissures étant asymptotiquement saturées par la phase gazeuse. Par rapport à l'état de référence (état naturel sans précontrainte capillaire), on note que durant tout le processus de séchage la déformation macroscopique est négative (retrait). La courbe de la Fig. 2 résume les résultats qui viennent d'être décrits. Cependant, la section suivante va démontrer que l'existence d'une phase dilatante au cours du séchage prévue par le présent modèle peut être remise en cause par la prise en compte des variations du rapport d'aspect X .

3. Prise en compte des non linéarités géométriques

A la différence de la section précédente, on se propose de prendre en compte l'influence des variations du rapport d'aspect des fissures sur le comportement macroscopique du matériau. Ces variations sont liées à la déformation e_{33} de la fissure. Or, a priori, celle-ci n'est pas infinitésimale du fait que les coefficients A_{33kl} du tenseur de localisation de la déformation sont de l'ordre de $1/X$, comme l'indique (6). La prise en compte de ces changements de géométrie impose de travailler de façon incrémentale. On écarte l'éventualité d'une refermeture totale des fissures. La loi de comportement à l'échelle microscopique s'écrit maintenant

$$(\forall \underline{x} \in \Omega) \quad d\sigma = \mathbb{C}(\underline{x}) : d\epsilon(\underline{x}) + d\sigma_p(\underline{x}) \quad (15)$$

En reproduisant exactement le même raisonnement qu'à la Section 2 on montre qu'à l'échelle macroscopique, on a la loi de comportement incrémentale

$$d\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}^{\text{hom}} : d\mathbf{E} + d\boldsymbol{\Sigma}_p \quad \text{avec} \quad d\boldsymbol{\Sigma}_p = \sum_j \frac{4}{3} \pi \varepsilon_j \langle d\boldsymbol{\sigma}_p \rangle_j : \mathbb{T}^j \quad (16)$$

où \mathbb{C}^{hom} est toujours donné par (7). On rappelle que l'état de référence est l'état naturel dans lequel $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}_p = 0$. En supposant que l'approximation ellipsoïdale des fissures reste pertinente, l'intégration de la relation (16) à partir de l'état de référence fournit immédiatement l'équation de comportement macroscopique sous la forme

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}^{\text{hom}} : \mathbf{E} + \boldsymbol{\Sigma}_p \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\Sigma}_p = \sum_j \frac{4}{3} \pi \varepsilon_j \langle \boldsymbol{\sigma}_p \rangle_j : \mathbb{T}^j \quad (17)$$

On note que les expressions (7) et (17) de $\boldsymbol{\Sigma}_p$ sont identiques. Par ailleurs, on a déjà noté que l'estimation de \mathbb{C}^{hom} n'est pas modifiée si l'on prend en compte les variations du rapport d'aspect. Ces résultats s'expliquent par le fait que le calcul de \mathbb{C}^{hom} et celui de $\boldsymbol{\Sigma}_p$ font intervenir le groupement $X(\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1}$ qui est indépendant de X dans le domaine $X \ll 1$.

La différence essentielle avec la Section 2 réside dans le fait que l'on prend désormais en compte les variations du rapport d'aspect X dans le calcul de $\langle \boldsymbol{\sigma}_p \rangle_j$.

Le calcul des variations du rapport d'aspect passe par celui des déformations locales dans les fissures. L'incrément de déformation dans chaque fissure est dû à l'incrément de déformation macroscopique $d\mathbf{E}$ et aux variations du champ de précontrainte $\boldsymbol{\sigma}_p$ dans la fissure. En représentant celles-ci par la moyenne $d\langle \boldsymbol{\sigma}_p \rangle_j$, il vient d'abord :

$$\begin{aligned} dX^j &= X^j (\underline{a}_3^j \otimes \underline{a}_3^j) : (\mathbb{I} - \mathbb{S}^j)^{-1} : (d\mathbf{E} - \mathbb{S}^j : \mathbb{C}_s^{-1} : d\langle \boldsymbol{\sigma}_p \rangle_j) \\ &= X^j (\underline{a}_3^j \otimes \underline{a}_3^j) : ((\mathbb{I} - \mathbb{S}^j)^{-1} : (d\mathbf{E} - \mathbb{C}_s^{-1} : d\langle \boldsymbol{\sigma}_p \rangle_j) + \mathbb{C}_s^{-1} : d\langle \boldsymbol{\sigma}_p \rangle_j) \end{aligned} \quad (18)$$

En exploitant à nouveau la condition $X^j \ll 1$, l'intégration de (18) à partir de l'état de référence se met sous la forme

$$X^j - X_0^j = (\underline{a}_3^j \otimes \underline{a}_3^j) : \mathbb{T}^j : (\mathbf{E} - \mathbb{C}_s^{-1} : \langle \boldsymbol{\sigma}_p \rangle_j) \quad (19)$$

où X_0^j désigne le rapport d'aspect des fissures dans la configuration initiale. On considère de nouveau le cas d'un matériau constitué d'une phase solide élastique linéaire isotrope dont les fissures ont toutes le même rapport d'aspect et présentent une répartition d'orientation isotrope. On étudie le comportement du matériau lors d'une expérience de séchage sous contrainte macroscopique nulle conduite à partir de l'état de référence. Notons que (12) reste valable puisque les expressions de \mathbb{C}^{hom} et de $\boldsymbol{\Sigma}_p$ ne sont pas affectées par les changements de géométrie. En vertu de (19), l'évolution du rapport d'aspect des fissures en fonction de la déformation macroscopique du v.e.r. et de la précontrainte capillaire σ_p prend la forme

$$\Delta X = X - X_0 = \frac{9b}{4\pi\varepsilon} \left(E - \frac{\sigma_p}{3k^s} \right) \quad (20)$$

En combinant (12) avec (20), on obtient encore :

$$\Delta X = X - X_0 = X_0 \frac{E}{E_{\text{cr}}} \quad \text{avec} \quad E_{\text{cr}} = \frac{4\pi\varepsilon}{9} X_0 \quad (21)$$

Observant que $4\pi\varepsilon\Delta X/3$ représente la variation de volume des fissures, on note que l'égalité ci-dessus signifie que la déformation volumique macroscopique $3E$ est égale à la variation du volume des fissures. $-E_{\text{cr}}\mathbf{1}$ s'interprète

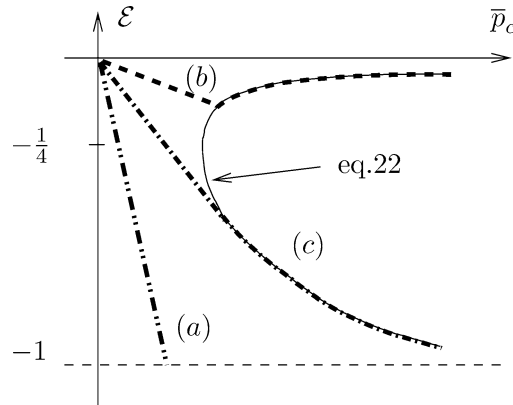


Fig. 3. Déformation macroscopique induite par séchage (simulation avec variations du rapport d'aspect).

Fig. 3. Macroscopic strain induced by drying (simulation including variation of the aspect ratio).

comme la déformation macroscopique pour laquelle les fissures sont entièrement refermées par séchage. En reportant (21) dans (12) on obtient la relation suivante

$$\bar{p}_c = p_c \sqrt{\frac{3k^{\text{hom}} E_{\text{cr}}}{b(\gamma/aX_0)^3}} = \left(\frac{1}{-\mathcal{E}(1 + \mathcal{E})^3} \right)^{1/2} \quad \text{avec } \mathcal{E} = \frac{E}{E_{\text{cr}}} \quad (22)$$

qu'il est intéressant de confronter à l'équation (14) obtenue en négligeant la variation d'ouverture des fissures. On retrouve une variation de p_c en $1/\sqrt{-E}$ au voisinage de $E = 0$. En revanche, une nouvelle branche infinie de p_c apparaît pour $E = -E_{\text{cr}}$ (Fig. 3). Il s'agit maintenant de prévoir laquelle des deux branches du diagramme $p_c(\mathcal{E})$ correspond à la réponse du matériau en régime non saturé. Comme à la Section 2 l'augmentation à partir de la valeur nulle de la pression capillaire ne provoque pas immédiatement la désaturation des fissures. On observe donc de nouveau une phase où les fissures restent saturées par la phase liquide à la pression $-p_c$, la déformation macroscopique du v.e.r. se calculant encore en reportant l'égalité $\sigma_p = p_c$ dans (12). Pour déterminer le moment où la phase gazeuse pénètre dans les fissures, il faut maintenant tenir compte du fait que les fissures se referment au fur et à mesure que la pression capillaire augmente. En combinant (12) pour $\sigma_p = p_c$ avec (21), on montre que le rapport d'aspect des fissures au moment où le gaz pénètre dans les fissures, noté X_0^{eg} , est solution de l'équation

$$\frac{\gamma}{aX} = -\frac{4\pi}{3} \frac{k^{\text{hom}} \varepsilon}{b} (X - X_0) \quad (23)$$

équation qui n'admet de solution que si $X_0 \geq X_0^{\text{eg}}$ avec

$$X_0^{\text{eg}} = \left(\frac{3b\gamma}{\pi \varepsilon a k^{\text{hom}}} \right)^{1/2} \quad (24)$$

Si X_0 est plus grand que X_0^{eg} , la phase gazeuse pénètre dans les fissures et la courbe de comportement linéaire observée dans la première phase coupe la courbe décrite par l'Éq. (22) au point $(p_c^{\text{eg}}, E^{\text{eg}})$. Deux situations peuvent alors se présenter. Si $E^{\text{eg}} < -E_{\text{cr}}/4$, ce qui se produit pour $X_0^{\text{eg}} < X_0 < 2X_0^{\text{eg}}/\sqrt{3}$ alors la désaturation du matériau provoque la fermeture des fissures et un retrait de séchage est observé (trajet (c) sur la Fig. 3). Si on a $E^{\text{eg}} > -E_{\text{cr}}/4$, situation observée quand $2X_0^{\text{eg}}/\sqrt{3} < X_0$, la désaturation des fissures s'accompagne d'une réouverture de ces dernières. Une phase de dilatation est observée et on retrouve un comportement similaire à celui obtenu sans prise en compte des variations de rapport d'aspect des fissures (trajet (b) sur la Fig. 3). Enfin si X_0 est inférieur à X_0^{eg} , il n'y a pas d'intersection entre la courbe décrite par l'Éq. (22) et la droite rendant compte du comportement du matériau au cours de la première phase dans le plan p_c, E . L'augmentation de la

pression capillaire s'accompagne donc d'une déformation volumique de retrait du matériau mais sans désaturation des fissures (trajet (a) sur la Fig. 3).

Références

- [1] V. Pensée, L. Dormieux, D. Kondo, V. Deudé, Poroélasticité d'un milieu mésofissuré : analyse micromécanique, C. R. Mecanique 330 (2002) 147–152.
- [2] X. Chateau, L. Dormieux, Micromechanics of saturated and unsaturated porous media, Int. J. Numer. Methods Geomech. 26 (2002) 831–844.
- [3] V. Deudé, L. Dormieux, D. Kondo, S. Maghous, Micromechanical approach to nonlinear poroelasticity: application to cracked rocks, J. Engrg. Mech. 128 (8) (2002) 848–855.
- [4] V. Deudé, L. Dormieux, D. Kondo, V. Pensée, Propriétés élastiques non linéaires d'un milieu mésofissuré, C. R. Mecanique 330 (2002) 587–592.
- [5] S. Nemat-Nasser, M. Hori, Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials, in: Ser. Appl. Math. Mech., North-Holland, Amsterdam, 1993.
- [6] G. Lian, C. Thornton, M.J. Adams, A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies, J. Colloid Int. Sci. 161 (1993) 138–147.