



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Mecanique 331 (2003) 849–855



Domain decomposition for an asymptotic geological fault modeling

Eric Flauraud^a, Frédéric Nataf^b, Isabelle Faille^a, Roland Masson^a

^a IFP, 1 et 4, avenue Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison cedex, France

^b CMAP, CNRS UMR 7641, École polytechnique, 91128 Palaiseau cedex, France

Received 20 May 2003; accepted 23 September 2003

Abstract

We present in this paper a domain decomposition method to treat faults in geological basin modeling. The particularity of this model is that the faults whose widths are very small in comparison with the basin size, are not characterized as subdomains any more but as interfaces between sedimentary blocks. The originality of this work lies in the formulation of this new fault model and in the definition and the computation of the interface conditions between the subdomains. *To cite this article: E. Flauraud et al., C. R. Mecanique 331 (2003).*

© 2003 Académie des sciences. Published by Elsevier SAS. All rights reserved.

Résumé

Application d'une méthode de décomposition de domaine pour un modèle asymptotique de faille géologique. Nous présentons dans cet article une méthode de décomposition de domaine afin de prendre en compte les failles dans les modèles de bassin sédimentaire. La particularité de ce modèle est que les failles, du fait de leurs faibles épaisseurs par rapport aux dimensions du bassin, ne sont plus caractérisées comme des sous domaines mais comme des interfaces entre les blocs. L'originalité de ce travail réside dans la formulation de ce nouveau modèle de faille ainsi que dans la définition et le calcul des conditions de raccord entre les sous domaines. *Pour citer cet article : E. Flauraud et al., C. R. Mecanique 331 (2003).*

© 2003 Académie des sciences. Published by Elsevier SAS. All rights reserved.

Keywords: Porous media; Sedimentary basin; Fault; Darcy's law; Domain decomposition; Robin conditions; Additive Schwarz; BICGSTAB

Mots-clés : Milieux poreux ; Bassin sédimentaire ; Faille ; Loi de Darcy ; Décomposition de domaine ; Conditions de Robin ; Schwarz Additif ; BICGSTAB

Version française abrégée

Introduction

La modélisation de bassins consiste à reconstruire au cours des temps géologiques la formation et l'évolution d'un bassin sédimentaire afin d'en prédire les quantités éventuelles d'hydrocarbure accumulées dans les réservoirs.

E-mail addresses: eric.flauraud@ifp.fr (E. Flauraud), nataf@cmaph.polytechnique.fr (F. Nataf), isabelle.faille@ifp.fr (I. Faille), roland.masson@ifp.fr (R. Masson).

Cette modélisation prend en compte le dépôt, la compaction et l'érosion des sédiments ainsi que les transferts thermiques, la genèse et la migration des hydrocarbures. De récentes évolutions dans les simulateurs de bassin ont permis le traitement de discontinuités géologiques telles que les failles. La particularité des failles est qu'elles subdivisent le bassin en plusieurs blocs sédimentaires qui peuvent ainsi glisser les uns par rapport aux autres. Dans une première approche, nous avons considéré les failles comme des sous domaines avec leurs propres propriétés géologiques (une porosité constante, des perméabilités qui varient en temps et en espace,...). Cependant compte tenu de la faible épaisseur des failles par rapport à la taille du bassin, nous avons étudié une autre approche où les failles ne sont plus caractérisées comme des sous domaines, mais comme des interfaces entre les blocs sédimentaires. Dans les deux approches, afin de résoudre les équations du modèle dans de telles configurations, nous utilisons des méthodes de décomposition de domaine.

Cet article est organisé de la façon suivante. Dans une première partie, nous détaillons le nouveau modèle de faille dans un cas simplifié. Dans une seconde partie nous présentons la méthode de décomposition de domaine et nous terminons par quelques résultats numériques.

Le nouveau modèle de faille

Nous partons d'une géométrie très simple. En effet, nous considérons un bassin noté Ω composé de deux blocs sédimentaires Ω_1 et Ω_2 séparés par une faille verticale Ω_f ($\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_f \cup \Omega_2$). Nous supposons que chacun des blocs est constitué d'une superposition de couches sédimentaires de natures lithologiques différentes (Fig. 1). Les équations mathématiques qui gouvernent un écoulement monophasique en milieu poreux sont l'équation de conservation de la masse couplée avec la loi de Darcy. Considérant la faille comme un milieu poreux mais dont la porosité reste constante au cours du temps, la première approche revient à résoudre une équation parabolique dans les blocs et une équation elliptique dans la faille. En assurant la continuité des pressions et des flux aux interfaces blocs/faille, nous obtenons le système (1) auquel on ajoute une condition de Dirichlet P_D sur $\partial\Omega_D$, une condition de Neumann homogène sur $\partial\Omega_N = \partial\Omega/\partial\Omega_D$ et une condition initiale dans Ω_1 et Ω_2 .

À présent, on souhaite construire un nouveau modèle où la faille est caractérisée comme une interface entre les blocs ($\Omega_f \rightarrow \Gamma_f$). Afin d'obtenir ce nouveau modèle, on intègre dans un premier temps, l'équation de conservation dans l'épaisseur de la faille, et en utilisant la continuité des flux aux interfaces blocs/faille, nous obtenons l'Éq. (3) sur Γ_f . Par la suite, nous utilisons des développements de Taylor de la pression dans la direction perpendiculaire à la faille. En faisant intervenir de nouveau la continuité des pressions et des flux entre les blocs et la faille, nous obtenons les conditions de raccord (4) et (5), qui relie la pression de la faille à la pression des blocs. Finalement en regroupant ces nouvelles équations avec l'équation de conservation dans les blocs, nous obtenons le système (6).

Théorème 0.1. *Etant donnée la condition de Dirichlet P_D dans $L^2(0, T; H^{1/2+s}(\partial\Omega_D))$ avec $s > 0$ et en supposant que les paramètres physiques (les porosités, l'épaisseur de la faille et les perméabilités) vérifient les hypothèses (H-1) et (H-2), alors le système (6) admet une unique solution.*

La démonstration complète de ce théorème est donnée dans [3].

Méthode de décomposition de Domaine (MDD)

Afin de résoudre le système (6), nous discrétisons les dérivées en temps à l'aide d'un schéma d'Euler implicite et à chaque pas de temps le système linéaire ainsi obtenu est résolu par une méthode de décomposition de domaine. Il nous reste donc à définir des conditions de raccord sur Γ_f entre Ω_1 et Ω_2 , mais compte tenu de la particularité de Γ_f qui est associée à la faille, nous procédons en deux étapes :

La première étape consiste à revenir au premier modèle (1) où la faille est caractérisée comme un sous domaine Ω_f et de définir une partition de Ω en deux sous domaines avec recouvrement : $\Omega = \Omega_{1f} \cup \Omega_{2f}$ avec $\Omega_{1f} = \Omega_1 \cup \Omega_f^1$ et $\Omega_{2f} = \Omega_2 \cup \Omega_f^2$, où $\Omega_f^1 = \Omega_f^2 = \Omega_f$. Associé à cette nouvelle décomposition de Ω , on duplique l'inconnue P_f : P_f^1 dans Ω_f^1 et P_f^2 dans Ω_f^2 et on note (P_i, P_f^i) l'ensemble des inconnues dans

Ω_{if} , $i = 1, 2$. On introduit ensuite les conditions de type Robin sur les interfaces $\partial\Omega_{if} \cap \partial\Omega_j = \partial\Omega_f^i \cap \partial\Omega_j$ avec $i, j = 1, 2$ et $i \neq j$: $\alpha_i P_f^i + \vec{U}_{w_f}(P_f^i) \cdot \vec{n}_{fj} = \alpha_i P_j - \vec{U}_{w_j}(P_j) \cdot \vec{n}_j$.

La seconde étape, vise à se ramener au second modèle de faille en faisant tendre Ω_f^i vers Γ_f^i et ainsi transformer les conditions de Robin précédentes en des conditions d'interfaces sur Γ_f^i . Pour cela, il suffit d'utiliser les approximations faites précédemment (i.e., intégration dans l'épaisseur de la faille et développements de Taylor) et nous obtenons les conditions de raccord suivantes sur Γ_f^i pour $i = 1, 2$:

$$\beta_i P_f^i - \vec{U}_{w_i} \cdot \vec{n}_i + d_f \operatorname{div}_z \vec{U}_{w_f}(P_f^i) = \beta_i P_j^i + \vec{U}_{w_j} \cdot \vec{n}_j$$

En notant à présent (P_i, P_f^i) l'ensemble des inconnues dans $\Omega_{if} = \Omega_i \cup \Gamma_f^i$ et par $\mathcal{L}_i(P_i, P_f^i) = f_i$ l'ensemble des équations à résoudre dans Ω_{if} , l'algorithme de Schwarz additif consiste en (9). Cet algorithme qui revient à résoudre le problème d'interface par une méthode de Jacobi peut être remplacé par une méthode plus rapide telle que BICGSTAB.

Quant aux coefficients de Robin β_i , ils sont déterminés en calculant le taux de convergence $\tau(\xi, \beta)$ de l'algorithme de Schwarz additif dans l'espace de Fourier (ξ) [5]. Dans le cas où les deux blocs sont homogènes et de même nature, on remarque, comme pour les méthodes avec recouvrement, que $\tau(\xi, \beta) < 1$ pour tout $\xi \in \mathbb{R}$ et $\tau \rightarrow 0$ lorsque ξ tend vers l'infini (hautes fréquences). Aussi, nous avons choisi comme première approximation une approximation basses fréquences c'est-à-dire en choisissant les β qui annulent τ pour $\xi = 0$. Ce résultat est ensuite généralisé au cas où les blocs sont de nature différente.

Résultats numériques

Pour réaliser les tests numériques, nous discrétisons les équations par une méthode de volumes finis sur des grilles cartésiennes [4]. A noter que dans le premier modèle (1), la faille est discrétisée par une seule rangée de maille et il est facile de montrer que les deux modèles discrets sont équivalents et donnent la même solution numérique. Par ailleurs, chacun des blocs est constitué d'une alternance de couches sédimentaires de perméabilité K_1 et K_2 tels que $K_1/K_2 \leq 10^{-3}$. Quant à la faille, sa perméabilité est constante et $K_f > K_i$, $i = 1, 2$, lorsqu'elle est perméable et $K_f < K_i$, $i = 1, 2$, lorsqu'elle est imperméable. Dans le Tableau 1, on donne le nombre d'itérations des algorithmes de Schwarz et BICGSTAB pour les deux modèles de faille. On note que le nouveau modèle est nettement plus performant que le premier modèle. Ces résultats s'expliquent d'une part par le fait que le nombre d'inconnues est deux fois moins important dans le nouveau modèle et d'autre part il est montré dans [3] que le système d'interface associé au nouveau modèle de faille est bien conditionné.

1. Introduction

Basin modeling aims at reconstructing the time evolution of a sedimentary basin in order to make quantitative predictions of geological phenomena leading to oil accumulations. It accounts for porous medium deposit and compaction, heat transfer, hydrocarbon formation and migration. Recent evolutions of basin simulators have contributed to improve the treatment of geological discontinuities such as faults. The faults divide the basin into blocks which slide between themselves. In a first approach the faults are considered as subdomains with their own geological properties (constant porosity, time- and space-dependent permeability,...). However, because of the very small width of the faults in comparison with the size of the basin we have also studied another approach where the faults are characterized as interfaces between blocks. In both cases we use Domain Decomposition Methods (DDM) in order to solve the equations on these complex geometries.

This paper is organized as follows. We first describe the mathematical formulation of the new fault model in a simplified case. Next, the domain decomposition method is presented. Finally, numerical results are shown.

2. The new fault model

We start from a very simple geometry. Indeed, we consider a basin noted Ω composed of two rectangular blocks Ω_1 and Ω_2 separated by a vertical fault Ω_f ($\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_f \cup \Omega_2$) (Fig. 1). The blocks are composed of layers of different lithology. The equations that govern an incompressible flow in porous media are mass conservation coupled with Darcy’s law. The fault is considered as a porous medium, but whose porosity is stationary (i.e., $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$). Then the first approach leads to a parabolic equation in each block and an elliptic equation in the fault. In addition we enforce continuity of pressures and fluxes on the interfaces between the fault and the blocks:

$$\begin{cases} \phi_r \frac{\partial P_i}{\partial t} + \text{div}(\vec{U}_{w_i}(P_i)) = 0 & \text{in } \Omega_i \times [0, T], i = 1, 2 \\ \text{div}(\vec{U}_{w_f}(P_f)) = 0 & \text{in } \Omega_f \times [0, T], \\ P_i = P_f & \text{on } \partial\Omega_i \cap \partial\Omega_f \times [0, T], i = 1, 2 \\ \vec{U}_{w_i} \cdot \vec{n}_i = -\vec{U}_{w_f} \cdot \vec{n}_f & \text{on } \partial\Omega_i \cap \partial\Omega_f \times [0, T], i = 1, 2 \end{cases} \tag{1}$$

where P_i and $\vec{U}_{w_i} = -K_i \vec{\nabla}(P_i - \rho g z)$, $i = 1, 2, f$, are the pressure and the Darcy velocity in the subdomain Ω_i , \vec{n}_i is the outward unit normal of $\partial\Omega_i$, ϕ_r the compressibility of the porous medium, ρ the fluid density and K_i the intrinsic permeability tensor of the porous medium. We denote by $\partial\Omega_D$ the top of the basin where a time and space dependent Dirichlet boundary condition noted P_D is set and $\partial\Omega_N$ denotes the other part of $\partial\Omega$ where a homogeneous Neumann condition is set. An initial pressure P_0 is given in the blocks Ω_1 and Ω_2 .

Using the small width of the fault d_f , we now derive from (1) a new model. So we introduce a small parameter $\varepsilon = d_f/2$ and we denote by \bar{x} the coordinate of the middle of the fault such that the x coordinate of a point in the fault varies in $]\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon[$. To obtain a formulation in which the fault is considered as an interface ($\Omega_f \rightarrow \Gamma_f \Leftrightarrow]\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon[\rightarrow \{\bar{x}\}$) (Fig. 1), we first integrate the conservation equation on Ω_f over its width d_f :

$$\begin{aligned} \int_{\bar{x}-\varepsilon}^{\bar{x}+\varepsilon} \text{div} \vec{U}_{w_f}(x, z) dx &= \int_{\bar{x}-\varepsilon}^{\bar{x}+\varepsilon} \text{div}_z \vec{U}_{w_f}(x, z) dx + \int_{\bar{x}-\varepsilon}^{\bar{x}+\varepsilon} \text{div}_x \vec{U}_{w_f}(x, z) dx = 0 \\ \int_{\bar{x}-\varepsilon}^{\bar{x}+\varepsilon} \text{div}_z \vec{U}_{w_f}(x, z) dx &+ \vec{U}_{w_f}(\bar{x} + \varepsilon, z) \cdot \vec{n}_{f2} + \vec{U}_{w_f}(\bar{x} - \varepsilon, z) \cdot \vec{n}_{f1} = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

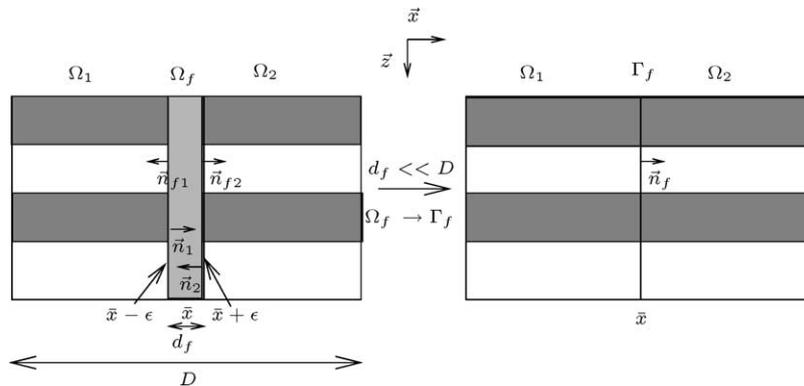


Fig. 1. Characterization of the fault as an interface.

Fig. 1. Caractérisation de la faille comme une interface.

Using the fluxes continuity on the interfaces $\partial\Omega_i \cap \partial\Omega_f$ (i.e., on $x = \bar{x} + (-1)^i \varepsilon$) and approximating the integral of $\text{div}_z \vec{U}_{w_f}(x, z)$ by its average value, we obtain the following one-dimensional equation on Γ_f

$$d_f \text{div}_z(\vec{U}_{w_f}(\bar{x}, z)) = \vec{U}_{w_2} \cdot \vec{n}_2 + \vec{U}_{w_1} \cdot \vec{n}_1 \tag{3}$$

where $\vec{U}_{w_f} = -K_f \vec{\nabla}_z(P_f - \rho g z)$ is the fault tangential flux, $\text{div}_z(\vec{U}) = \vec{\nabla}(\vec{U} \cdot \vec{z}) \cdot \vec{z}$ and $\vec{\nabla}_z P = \frac{\partial P}{\partial z} \vec{z}$. In addition, to obtain new pressure connection conditions between the blocks and the fault, we use a Taylor expansion in the normal direction to the fault in the vicinity of \bar{x} :

$$\begin{aligned} P_f(\bar{x}, z) &= P_f(\bar{x} - \varepsilon, z) + \varepsilon \frac{P_f}{\partial x}(\bar{x} - \varepsilon, z) + o(\varepsilon^2) \\ P_f(\bar{x}, z) &= P_f(\bar{x} - \varepsilon, z) + \frac{\varepsilon}{K_f} \vec{U}_{w_f}(\bar{x} - \varepsilon, z) \cdot \vec{n}_{f1} + o(\varepsilon^2) \\ P_f(\bar{x}, z) &= P_1(\bar{x} - \varepsilon, z) - \frac{d_f}{2K_f} \vec{U}_{w_1}(\bar{x} - \varepsilon, z) \cdot \vec{n}_1 + o(\varepsilon^2) \end{aligned} \tag{4}$$

In the same way, we have

$$P_f(\bar{x}, z) = P_2(\bar{x} + \varepsilon, z) - \frac{d_f}{2K_f} \vec{U}_{w_2}(\bar{x} + \varepsilon, z) \cdot \vec{n}_2 + o(\varepsilon^2) \tag{5}$$

Finally, we obtain the following new system:

$$\begin{cases} \phi_r \frac{\partial P_i}{\partial t} + \text{div}(\vec{U}_{w_i}(P_i)) = 0 & \text{in } \Omega_i \times [0, T], i = 1, 2 & \text{(E-1)} \\ d_f \text{div}_z(\vec{U}_{w_f}(P_f)) = \vec{U}_{w_2} \cdot \vec{n}_2 + \vec{U}_{w_1} \cdot \vec{n}_1 & \text{on } \Gamma_f \times [0, T] & \text{(E-2)} \\ P_f = P_i - \frac{d_f}{2K_f} \vec{U}_{w_i} \cdot \vec{n}_i & \text{on } \Gamma_f \times [0, T], i = 1, 2 & \text{(E-3)} \end{cases} \tag{6}$$

with the boundary conditions on $\partial\Omega_D$ and $\partial\Omega_N$ and with the initial condition in $\Omega_i, i = 1, 2$.

Theorem 2.1. Given $P_D \in L^2(0, T; H^{1/2+s}(\partial\Omega_D))$ with $s > 0$ and assume that ϕ_r, d_f and $K_i, i = 1, 2, f$ satisfy the following assumptions

- (H-1) $\phi_r > 0$ and $d_f > 0$;
- (H-2) $K_i \in L^\infty(\Omega_i), i = 1, 2, K_f \in L^\infty(\Gamma_f)$ and there exist two constants $\alpha, \beta > 0$ such that $0 < \alpha \leq K_i \leq \beta$ for $i = 1, 2, f$

then the system (6) has an unique solution in $W(0, T; H^1(\Omega_1), (H^1(\Omega_1))') \times W(0, T; H^1(\Omega_2), (H^1(\Omega_2))') \times L^2(0, T; H^1(\Gamma_f))$, where

$$\begin{aligned} &W(0, T; H^1(\Omega_i), (H^1(\Omega_i))') \\ &= \left\{ \varphi :]0, T[\times \Omega_i \rightarrow \mathbb{R} \mid \varphi \in L^2(0, T; H^1(\Omega_i)) \cap C([0, T]; L^2(\Omega_i)), \frac{d\varphi}{dt} \in L^2(0, T; (H^1(\Omega_i))') \right\} \end{aligned}$$

The complete proof of this theorem is given in [3] and it is based on the J.-L. Lions theorem for parabolic equations [2].

Remark 1. This new fault model (6) is more accurate than the corresponding large fractures model developed in [1] where the pressure connection conditions are only the first order pressure continuity (i.e., $P_i = P_f$ on $\Gamma_f, i = 1, 2$). In addition it is able to model the complete range from impervious and pervious faults.

3. Domain Decomposition Method (DDM)

We use an implicit Euler scheme for time discretization of (6) and we want to solve at each time step the linear system using DDM. Then we have to define some interface conditions on Γ_f between Ω_1 and Ω_2 . To obtain these interface conditions, we first come back to the first model (1) and we consider that Ω is partitioned into two overlapping subdomains $\Omega_{1f} = \Omega_1 \cup \Omega_f^1$ and $\Omega_{2f} = \Omega_2 \cup \Omega_f^2$, where $\Omega_f^1 = \Omega_f^2 = \Omega_f$. With this new partition of Ω , we split into two parts the unknown $P_f : P_f^1$ in Ω_f^1 and P_f^2 in Ω_f^2 , and we denote by (P_i, P_f^i) the set of unknowns in Ω_{if} . Now, we introduce Robin–Robin type interface conditions on $\partial\Omega_{if} \cap \partial\Omega_j = \partial\Omega_f^i \cap \partial\Omega_j$, $i, j = 1, 2$ and $i \neq j$

$$\alpha_i P_f^i + \vec{U}_{w_f}(P_f^i) \cdot \vec{n}_{fj} = \alpha_i P_j - \vec{U}_{w_j}(P_j) \cdot \vec{n}_j \quad (7)$$

where α_i are negative parameters to be chosen. In a second time, to achieve interface conditions on Γ_f^i ($\Omega_f^i \rightarrow \Gamma_f^i$), we replace the traces of P_f^i and P_j on $\partial\Omega_f^i \cap \partial\Omega_j$ by the Taylor expansions (E-3) of (6) and replace $\vec{U}_{w_f}(P_f^i) \cdot \vec{n}_{fj}$ using (E-2) of (6) and we obtain on Γ_f^i , $i, j = 1, 2$ and $i \neq j$:

$$\beta_i P_f^i - \vec{U}_{w_i} \cdot \vec{n}_i + d_f \operatorname{div}_z \vec{U}_{w_f}(P_f^i) = \beta_i P_f^j + \vec{U}_{w_j} \cdot \vec{n}_j \quad (8)$$

with $\beta_i = -\alpha_i(1 - \alpha_i d_f / K_f)^{-1} > 0$ (see [3] for more details).

Now (P_i, P_f^i) is the set of unknowns in $\Omega_{if} = \Omega_i \cup \Gamma_f^i$ and we denote by $\mathcal{L}_i(P_i, P_f^i) = f_i$ the set of equations (E-1) and (E-3) of (6) in Ω_{if} . The Additive Schwarz Method (ASM) consists in

Algorithm: $(P_i^0, P_f^{i,0})$ are given in Ω_{if} for $i = 1, 2$. At the iteration $(k + 1)$ solve

$$\begin{cases} \mathcal{L}_i(P_i^{k+1}, P_f^{i,k+1}) = f_i, & \text{in } \Omega_{if} \\ \beta_i P_f^{i,k+1} - \vec{U}_{w_i} \cdot \vec{n}_i + d_f \operatorname{div}_z \vec{U}_{w_f}(P_f^{i,k+1}) = \beta_i P_f^{j,k} + \vec{U}_{w_j} \cdot \vec{n}_j, & \text{on } \Gamma_f^i \end{cases} \quad (9)$$

that corresponds to a Jacobi algorithm to solve the interface problem. Then, in order to speed up the convergence of the DDM, we can replace this Jacobi method by a Krylov method such as BICGSTAB.

The Robin coefficients β_i : To compute the β_i , we first consider that $K_1 = K_2 \neq K_f$ then $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ and we compute the corresponding convergence rate $\tau(\xi, \beta)$ of the ASM in the Fourier space (ξ) (see [5]). In this case, we note that $\tau(\xi, \beta) < 1$ for all $\xi \in \mathbb{R}$ and $\tau \rightarrow 0$ as ξ tends to infinity that corresponds to the high frequencies. Then as first approximation we have chosen β such that $\tau = 0$ for $\xi = 0$ (i.e., low frequencies). In a second step we extend this approximation to the general case where $K_1 \neq K_2$ to obtain the values of β_i , $i = 1, 2$.

4. Numerical results

To perform the numerical tests, we discretize the equations using a cell centered finite volume scheme on regular Cartesian grids [4]. Let us notice that because of the fault discretization with a single row of cells in (1), the two discrete models are equivalent and give the same numerical solution. Finally, each block is composed of two kind of geologic layers of permeability K_1 or K_2 such that $K_1/K_2 \leq 10^{-3}$, and we suppose that the permeability of the fault K_f is constant such that $K_f > K_i$, $i = 1, 2$, when it is pervious and $K_f < K_i$, $i = 1, 2$, when it is impervious.

For each test, we report in Table 1 the number of iterations of ASM and BICGSTAB, and we compare the results obtained with the old model (1) using Robin type interface conditions with the new fault model (6).

We first notice the good behaviour of the new model in comparison with the old model. Indeed, on one hand in the new model there are twice less interface unknowns and on the other hand the interface system has a better condition number than in the old model (see [3]). The choice of β_i as an approximation of low frequencies seems

Table 1
 Number of iteration of DDM
 Tableau 1
 Nombre d'itérations des méthodes de décomposition de domaine

Test	Iteration number			
	ASM		BICGSTAB	
	Old model	New model	Old model	New model
Pervious fault	327	12	23	5
Impervious fault	40	19	18	9

to be sufficient to obtain a reasonable number of iterations. Finally, one can see that the BICGSTAB method is always faster than the ASM, because the Krylov methods are in general less sensitive to the Robin coefficients value (see [5]).

References

- [1] C. Alboin, J. Jaffré, J.E. Roberts, C. Serres, Modeling fractures as interfaces for flow and transport in porous media, in: Fluid Flow and Transport in Porous Media: Mathematical and Numerical Treatment (South Hadley, MA, 2001), in: *Contemp. Math.*, Vol. 295, 2002, pp. 13–24.
- [2] H. Brezis, *Analyse fonctionnelle, Théorie et applications*, Masson, Paris, 1993.
- [3] E. Flauraud, *Méthode de décomposition de domaine pour les écoulements en milieux poreux faillés*, Thèse de l'université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 2003, en préparation.
- [4] E. Flauraud, I. Faille, F. Nataf, S. Pegaz-Fiornet, F. Schneider, F. Willien, A new fault model in geological basin modelling. Application of a finite volume scheme and domain decomposition methods, in: R. Herbin, D. Kröner (Eds.), *Finite Volumes for Complex Applications III: Problems and Perspectives*, Hermes Penton Science, 2002, pp. 543–550.
- [5] F. Nataf, Interface Connections in Domain Decomposition Methods, in: A. Bourlioux, M.J. Gander (Eds.), *Modern Methods in Scientific Computing and Applications*, Montréal, in: *NATO Sci. Ser.*, 2001, pp. 323–364.