



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Mecanique 332 (2004) 85–90



Loi d'évolution de l'endommagement pour la prise en compte de l'adoucissement dans les milieux élastomères chargés

Mathias Brieu, Laëtitia Gentot, Gérard Mesmacque

Laboratoire de mécanique de Lille, UMR 8107, Université des sciences et technologies de Lille, Le Reueil, 2, rue de la Recherche, BP 179, 59653 Villeneuve d'Ascq cedex, France

Reçu le 4 septembre 2003 ; accepté après révision le 5 novembre 2003

Présenté par Évariste Sanchez-Palencia

Résumé

Une étude en fatigue oligo-cyclique de matériaux élastomères chargés soumis à une traction simple en grande déformation, à déformation maximale imposée constante, a mis en évidence une chute de la contrainte non négligeable dès les premiers cycles de chargement. Ces essais font clairement apparaître la dépendance de cet adoucissement de la contrainte vis à vis d'une part de l'intensité maximale des déformations vues par le matériau et d'autre part, du nombre de cycles de chargement-déchargement considérés. Un modèle permettant de prendre en compte ces paramètres est proposé et un ensemble de validations sera présenté.

Pour citer cet article : *M. Brieu et al., C. R. Mecanique 332 (2004).*

© 2003 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Damage evolution law for the study of stress-softening in reinforced rubber-like materials. An experimental study on oligo-cyclic fatigue of rubber-like materials submitted to tension test in large deformation, to constant amplitude of loadings, brings to the fore that the stress during the loading, at a given cycle, is always smaller than during the previous cycle. These tests highlight that this phenomenon, called stress-softening, depends on the maximal stretch and on the number of cycles to which the materials has been submitted. A model, taking into account these two parameters is proposed and experimental validations are proposed. **To cite this article:** *M. Brieu et al., C. R. Mecanique 332 (2004).*

© 2003 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Fatigue ; Matériaux élastomères ; Grande déformation ; Adoucissement

Keywords: Fatigue; Rubber-like materials; Large deformation; Stress-softening

Abridged English version

Because of the wide spread use of reinforced elastomers, the assessment of their life-time is essential, specially in fatigue. The more current phenomenon of fatigue in rubber-like materials, filled or unfilled, is stress-softening.

Adresses e-mail : mathias.brieu@univ-lille1.fr (M. Brieu), laetitia.gentot@univ-lille1.fr (L. Gentot), gerard.mesmacque@univ-lille1.fr (G. Mesmacque).

1631-0721/\$ – see front matter © 2003 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.
doi:10.1016/j.crme.2003.11.002

When a specimen is subjected to load-unload-reload cycles, the stress notice at a given stretch is always smaller during the loading path, at a given cycle, than in the previous loading path. In order to characterize and model such phenomenon, experimental tests on normalized test tubes (cf. [1]) have been carried out on natural rubber without reinforcement (NR) or rubber reinforced (NR+Si60, NR+Si100, NR+Si150) by particles of Silica which differ by the specific area of reinforcements (60, 100, or 150 m²/g) but with the same volume fraction of particule (50 phr). Fig. 1 shows stress-softening for NR+Si60 during a cyclic loading. Fig. 2 highlights, for the materials considered, that stress-softening is depending on the maximal of deformation the materials has been submitted to, but also on the number of load-reload-unload cycles we consider. This figure also highlights that stress-softening for filled rubber-like materials can not be ignored after few cycles (cf. [2,3]). In order to introduce a model of stress-softening, we assume that the materials considered are incompressible. The behavior of such undamaged materials is given by the definition of strain energy density, \mathcal{W}_0 , linking the first Piola–Kirchoff stress tensor, Σ , to the deformation gradient tensor, \mathbf{F} (cf. [4–7]). The selected technique used to identify the strain energy density is proposed by Lambert-Diani et al. (cf. [7]). In order to introduce damage evolution, the behavior of damaged materials is given by Eq. (1), where p is a Lagrange multiplier and D the damage parameter (cf. [8]). To the authors' knowledge there is no stress-softening model taking into account the two parameters cited above (Fig. 2, Section 2). However, we may cite authors who consider that stress-softening occurs only during the first two cycles (cf. [10,3,12]) and that stress-softening depends only on maximal deformations. We also may cite the model, defined in a predictive way in the case of compressible rubber-like materials, of Shen et al. [13] which is taking into account only the number of cycle the materials has been submitted to. In order to take into account all the parameters highlighted on Fig. 2, we finally introduce Eq. (2) where a is a parameter and b a function of N , a model of stress-softening. Because of the definition of the function b , Eq. (3) where c_1 is a parameter to identify, the constant a has to be equal to 1. Finally in order to validate our model, we identify it on a cyclic loading at a given maximal deformation and used the parameter identified in order to predict the behavior of rubbers for load-unload-reload cycles at a given maximum of deformation (Fig. 3) or stress (Fig. 4). Once again the results obtained by our model are in very good agreement with the experimental data.

1. Introduction

Des essais cycliques de traction simple, à déformation maximale imposée, ont mis en évidence des phénomènes d'adoucissement de la contrainte. Ceux-ci se traduisent par le fait que la contrainte mesurée lors de la charge, à un cycle donné et à une déformation donnée, est toujours inférieure à celle mesurée lors des cycles précédents, pour de même niveau de déformation. La mise en œuvre de ces essais a permis de mettre en évidence la dépendance de ce phénomène vis à vis d'une part de l'intensité des déformations maximales vues par le matériau et d'autre part du nombre de cycles de chargement considérés.

Afin de décrire ces phénomènes des modèles ont été introduits dans la littérature. Ceux-ci sont soit des modèles physiques basés sur une description microscopique physique et mécanique de l'endommagement, soit, ce qui est notre cas, phénoménologiques basés sur des considérations mécaniques macroscopiques. Cependant, ceux-ci ne permettent pas de prendre en compte l'ensemble des paramètres mis en cause dans l'évolution de l'adoucissement, nous proposons donc un modèle mieux adapté aux problèmes rencontrés et mettrons en évidence la qualité de celui-ci.

2. Protocole expérimental

Les matériaux considérés dans cette étude sont des nuances de caoutchouc naturel (appelé NR) éventuellement renforcées par des particules de silice qui diffèrent par leur surface spécifique (60 m²/g (NR+Si60), 100 m²/g

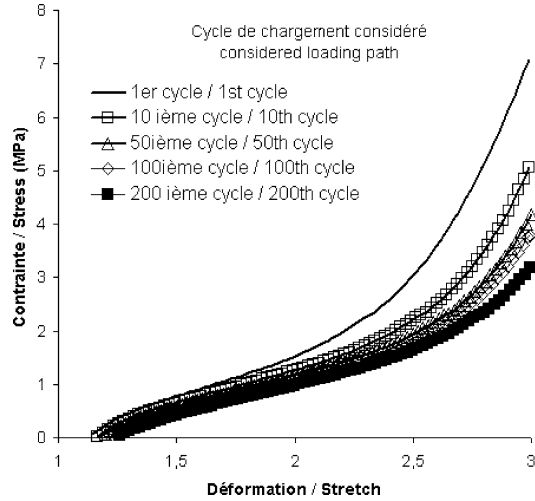


Fig. 1. Évolution de la contrainte maximale au cours du chargement cyclique pour la nuance NR+Si60.

Fig. 1. Maximal stress evolution during the cyclic loading for the NR+Si60 material.

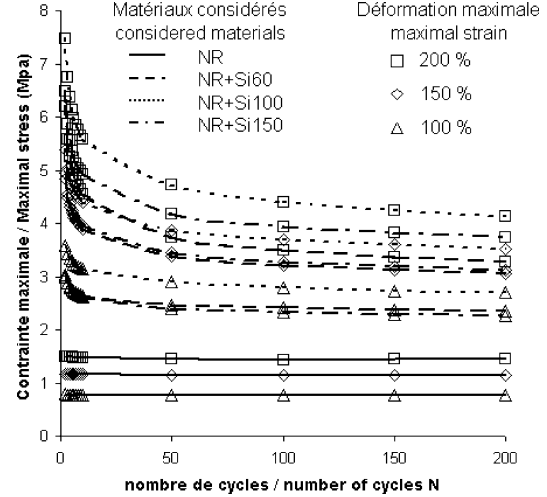


Fig. 2. Évolution de la contrainte maximale en fonction de l'intensité des déformations maximales imposées et du nombre de cycles.

Fig. 2. Maximal stress evolution versus to the maximal deformation imposed and the considered number of loading cycles.

(NR+Si100), ou encore 150 m²/g (NR+Si150)) mais qui conservent néanmoins une même fraction volumique de renfort (50 phr).

Des éprouvettes normalisées de type 2 (cf. [1]) ont été soumises à des essais cycliques de traction uniaxiale, à déformation maximale imposée, sur une machine conventionnelle (INSTRON 4302) pilotée en déplacement, équipée d'une cellule de charge de faible capacité (1 kN), compatible avec les efforts mis en jeu, et d'un système de serrage à excentriques permettant de palier l'incompressibilité de ces matériaux élastomères.

Les essais et le système d'acquisition mis en œuvre permettent ainsi de représenter, comme par exemple pour la nuance NR+Si60 (Fig. 1), l'évolution de la contrainte au cours du chargement cyclique. On peut constater une chute importante de la contrainte dès les premiers cycles de charge.

La Fig. 2 représente, pour l'ensemble des nuances considérées, l'évolution de la contrainte maximale en fonction d'une part de la déformation maximale vue par le matériau et d'autre part du nombre de cycles de chargement considérés.

Dans un premier temps on peut constater, sur cette figure, que la chute de contrainte est quasiment négligable dans le cas du caoutchouc naturel non chargé (NR) et est en tout cas très nettement inférieure aux chutes constatées pour les caoutchoucs naturels chargés (NR+Si60, NR+Si100, NR+Si150). Cette constatation corrobore les résultats présentés par Bouasse et Carrière [2] ou encore Müllins et Tobin [3]. Ainsi, par la suite nous nous intéresserons uniquement à l'adoucissement des élastomères chargés.

Par la suite, on peut constater, pour les nuances chargées (NR+Si60, NR+Si100, NR+Si150) que les phénomènes d'adoucissement sont très importants au cours des 50 premiers cycles (de 17 à 40% de chute de contrainte entre le 1er et le 50ième cycle) mais continuent à évoluer au delà du 50ième cycle (de 5 à 15% de chute de contrainte entre les cycles 50 et 200). Le phénomène d'adoucissement est donc un phénomène qui ne peut être négligé au delà de quelques cycles.

Enfin, la Fig. 2 permet de mettre en évidence la dépendance de l'adoucissement vis à vis d'une part de l'intensité des déformations maximales vues par le matériau et d'autre part du nombre de cycles de chargement considérés avant mesure de la contrainte, c'est à dire l'historique du chargement.

3. Modélisation du comportement endommageable des élastomères

3.1. Loi de comportement de milieux élastomères endommageables

Le comportement des élastomères considérés est assumé comme étant incompressible. Dans ces conditions le comportement de ces milieux se caractérise par la définition d'une densité d'énergie \mathcal{W}_0 qui permet de relier le premier tenseur de Piola–Kirchoff, Σ , au tenseur gradient de déformation, \mathbf{F} (cf. [4–7]). Parmi les différentes techniques d'identification de la densité d'énergie disponible dans la littérature, nous avons choisi de retenir, pour déterminer la densité d'énergie des matériaux sains, celle proposée par Lambert-Diani et Rey [7] qui présente l'avantage de ne pas imposer, a priori, l'expression de la densité d'énergie \mathcal{W}_0 . Celle-ci sera systématiquement identifiée au cours de cette étude sur le premier cycle de charge. Par la suite, les problèmes d'endommagement, tel que l'adoucissement, sont alors pris en compte de la manière suivante (cf. [8]) :

$$\Sigma = (1 - D) \frac{\partial \mathcal{W}_0(I_1, I_2)}{\partial \mathbf{F}} - p \mathbf{F}^{-t} \quad (1)$$

où D est la variable d'endommagement liée aux phénomènes d'adoucissement, I_1 et I_2 les deux premiers invariants du tenseur des dilatations \mathbf{C} ($\mathbf{C} = \mathbf{F}\mathbf{F}^t$) et p un multiplicateur de Lagrange permettant de prendre en compte le caractère incompressible des milieux considérés.

3.2. Loi d'évolution de l'adoucissement

Comme nous l'avons vu, Section 2 (Figs. 1 et 2), l'adoucissement est un phénomène durable qui intervient bien au delà des premiers cycles de chargement. En outre nous avons montré que l'adoucissement est fonction d'une part de l'intensité des déformations vues par le matériau, et, d'autre part, de l'historique du chargement. A ce titre, Miehe [9] définit le phénomène d'adoucissement, et donc la variable d'endommagement D introduite en (1), comme faisant intervenir deux mécanismes différents. Le premier, qu'il qualifie d'endommagement continu, qui ne dépend que de l'intensité des déformations maximales vues par le matériau. Le second, qu'il qualifie d'endommagement discontinu, qui lui dépend de l'ensemble de l'historique de chargement et en particulier du nombre de cycles considérés. Cependant, à la connaissance des auteurs, il n'existe pas de modèle d'endommagement susceptible de prendre ces deux paramètres en compte.

Parmi les modèles d'adoucissement existants, plusieurs modèles considèrent le phénomène d'adoucissement comme n'ayant lieu qu'entre les premier et deuxième cycles et supposent le comportement comme constant au cours des cycles suivants (cf. [10–12]). Très peu de modèle d'adoucissement permettent de prendre en compte l'historique du chargement. On peut cependant citer Shen et al. [13]. Ce modèle bien que développé dans un contexte de milieux compressibles est facilement adaptable au cas des milieux incompressibles.

Nous avons donc cherché à développer un modèle d'évolution de l'endommagement D , introduit en (1), susceptible de prendre en compte les deux paramètres précédemment cités :

$$D = \begin{cases} 0 & \text{si } N = 1 \\ 1 - a e^{-b(N)m} & \forall N \geq 2 \end{cases} \quad (2)$$

où a est une constante, b une fonction croissante à définir et m la magnitude du tenseur des dilatations \mathbf{C} ($m = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{C}^2)}$).

Étant donnée la difficulté de mise en œuvre d'essai multi-axiaux en grandes déformations, comme par exemple un essai de traction equi biaxiale, la dépendance de la variable d'endommagement, D , vis à vis de l'intensité des déformations suivants les différentes directions principales du tenseur gradient des déformations, \mathbf{F} , n'a pu être mise en évidence. Ainsi, dans les cas de sollicitations uniaxiales envisagées, cette dépendance de D vis à vis de \mathbf{F} se fait par l'intermédiaire du maximum de \mathbf{F} que nous introduisons sous la forme d'une norme, m , de \mathbf{C} .

Après analyse, nous avons constaté que la fonction b , définie en (2), pouvait être identifiée sur les 10 premiers cycles de façon très satisfaisante par une fonction lagarithmique :

$$b(N) = c_1 \ln(N) \tag{3}$$

où c_1 est une constante à identifier.

La condition $D = 0$ pour $N = 1$, introduite en (2), implique alors que la constante a , définie en (2), soit égale à 1.

L'identification de ce paramètre c_1 est réalisée sur les 10 premiers cycles de charge. Afin de réaliser cette identification, nous traçons les courbes $\Sigma(N)/\Sigma(1)$ (où $\Sigma(k)$ est la contrainte au cycle k), pour $N = 2$ à 10, en fonction de la magnitude m . Ces courbes sont alors interpolées par des fonctions exponentielles de la forme e^{-bm} . Enfin, les valeurs de b ainsi déterminées sont tracées en fonction du cycle considéré N et cette dernière courbe est interpolée par une fonction de la forme (3) permettant ainsi d'obtenir le paramètre c_1 .

Pour une confrontation du modèle proposé avec les modèles extraits de la littérature, nous renvoyons le lecteur intéressé à [14].

3.3. Validation du modèle proposé

Au cours de cette section, nous présentons des résultats de validation du modèle proposé.

A cette fin, nous avons identifié le paramètre c_1 définissant notre modèle, Éqs. (2) et (3), à partir des 10 premiers cycles de charge d'un essai à 200 % de déformation maximale imposée.

Une fois ce paramètre identifié, nous avons comparé, pour différents cycles, Figs. 3 et 4 les résultats prévus par notre modèle aux résultats expérimentaux obtenus lors de chargements cycliques à déformations ou à contrainte maximales imposées.

La Fig. 3 représente les différences entre le modèle proposé et les résultats expérimentaux après 200 cycle de chargements à déformations imposées. On constate sur la Fig. 3 une très bonne corrélation entre expérience et modélisation. En effet, les erreurs entre expérience et modélisation sont inférieures à 10 %.

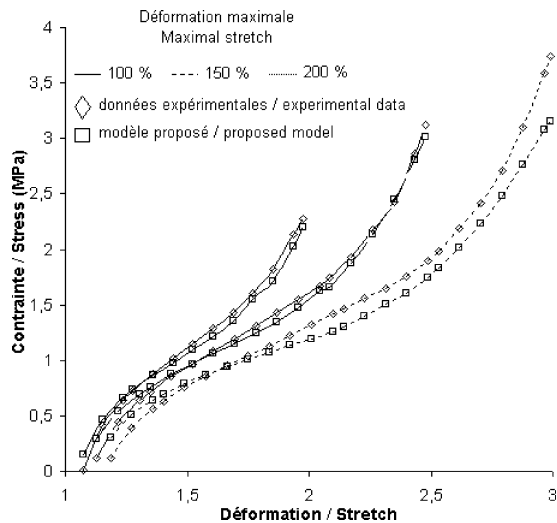


Fig. 3. Validation du modèle lors de chargement à déformations imposées au cycle 200 nuance NR+Si150.

Fig. 3. Validation of the proposed model during cyclic loading at maximal stretches imposed for the cycle 200 with NR+Si150.

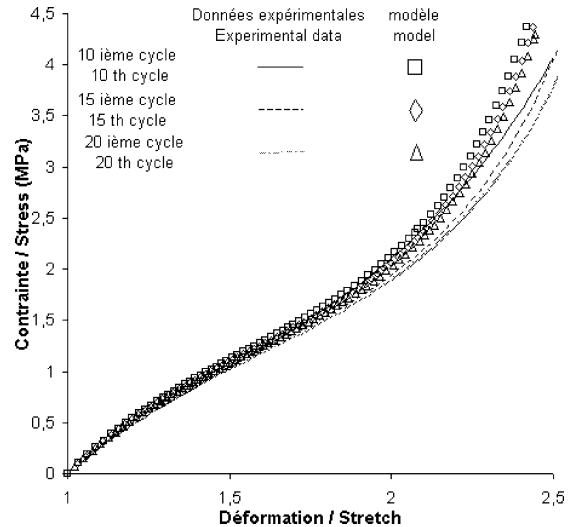


Fig. 4. Validation du modèle lors d'un chargement à contrainte imposée pour différent cycles pour la nuance NR+Si60.

Fig. 4. Validation of the proposed model during cyclic loading at maximal stress imposed for different cycle with NR+Si60.

La Fig. 4, quant à elle, présente une confrontation entre le modèle et les résultats expérimentaux après différents cycles à chargement en contrainte imposée. Encore une fois les erreurs sont inférieures à 10 %.

Enfin, des essais de traction répétée à déformation maximale imposée, λ_{\max} , et déformation minimale imposée, λ_{\min} , non nulle ont été réalisés. Bien que non représentée sur cette note, la confrontation du modèle proposé aux résultats expérimentaux a permis de constater une bonne représentation de la réponse et des erreurs du même ordre que dans les cas précédents.

Il est à noter que de telles erreurs sont courantes en matière de modèle de comportement en fatigue.

4. Conclusion

Nous proposons au cours de cette Note, un modèle d'adoucissement permettant de prendre en compte l'ensemble des paramètres influant ce phénomène, intensité maximale des déformations vues par le matériau et historique de chargement. Ce modèle permet également de prédire, de façon très satisfaisante, le comportement de milieux élastomères soumis à des chargements cycliques qu'ils soient à contrainte ou à déformation maximales imposées indépendamment de l'intensité des contraintes ou déformations minimales imposées.

Notre travail s'oriente désormais vers la prise en compte des chargements multi-axiaux et en particulier sur la dépendance de la variable d'endommagement vis à vis de déformations multi-directionnelles.

Remerciements

A François Devries, Chargé de Recherche C.N.R.S. décédé en Janvier 2001.

Références

- [1] R.P. Brown, *Physical Testing of Rubber*, 3rd edition, Chapman & Hall, 1996.
- [2] H. Bouasse, Z. Carrière, Courbes de traction du caoutchouc vulcanisé, *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math.* 5 (1903) 257.
- [3] L. Müllins, N.R. Tobin, Theoretical model for elastic behavior of filled-reinforcement vulcanized rubbers, *Rubber Chem. Tech.* 30 (1947) 551.
- [4] R.S. Rivlin, Large elastic deformations of isotropic materials, *Philos. Trans. Roy. Soc. A* 240 (1948) 459.
- [5] M. Mooney, A theory of large elastic deformation, *J. Appl. Phys.* 17 (1966) 608.
- [6] L.J. Harth-Smith, Elasticity parameters for finite deformation of rubber-like materials, *J. Appl. Math. Phys.* 17 (1966) 608.
- [7] J. Lambert-Diani, C. Rey, Nouvelles lois de comportement phénoménologique pour les matériaux élastomères : principes et avantages du modèle, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. IIb* 326 (1998) 483.
- [8] J. Lemaitre, L. Chaboche, *Mécanique des matériaux solides*, 2ième édition, Dunod, 1988.
- [9] C. Miehe, Discontinuous and continuous damage evolution in Ogden-type-large-strain elastic materials, *Eur. J. Mech. A Solids* 14 (5) (1995) 697.
- [10] R.W. Ogden, D.G. Roxburgh, A pseudo-elastic model for the Müllins effect in filled rubber, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* 455 (1999) 2861.
- [11] A. DeSimone, J. Marigo, L. Teresi, A damage mechanics approach to stress-softening and its application to rubber, *Eur. J. Mech. A Solids* 20 (2001) 873.
- [12] M.F. Beatty, S. Krishnaswamy, A theory of stress-softening in incompressible isotropic materials, *J. Mech. Phys. Solids* 23 (2000) 1931.
- [13] Y. Shen, F. Golnaraghi, A. Plumtree, A theory of stress-softening in incompressible isotropic materials, *Int. J. Fatigue* 23 (2001) 491.
- [14] L. Gentot, M. Brieu, G. Mesmacque, Adoucissement des milieux élastomères, Université d'été sur les matériaux polymères, Nancy, Apollor, à paraître.