



Microgravité et Transferts/Interfaces et changement de phase, écoulements diphasiques

## Description du phénomène d'évaporation en théorie cinétique discrète

Ioana Nicodin, Renée Gatignol \*

Laboratoire de modélisation en mécanique, Université Pierre et Marie Curie & CNRS, boîte courrier 0162,  
4, place Jussieu, 75252 Paris cedex 05, France

Disponible sur Internet le 12 avril 2004

---

### Résumé

L'écoulement du gaz est considéré sur la base des modèles discrets pour l'équation de Boltzmann. La formation et la propagation de la perturbation dans la phase gazeuse, initialement uniforme et limitée par sa phase condensée, sont analysées quand l'évaporation prend place. L'étude est numérique. On met en évidence différents types de solutions instationnaires. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux donnés par les modèles continus de l'équation de Boltzmann, et ceci même en utilisant des modèles discrets avec un nombre réduit de vitesses. *Pour citer cet article : I. Nicodin, R. Gatignol, C. R. Mecanique 332 (2004).*

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

### Abstract

**Description of the evaporation phenomenon in discrete kinetic theory.** Gas flow is considered on the basis of discrete models for the Boltzmann equation. The formation and propagation of disturbances in an initially uniform gas bounded by its plane-condensed phase in non-equilibrium with the gas are investigated when evaporation is taking place from the condensed phase. The results are numerical. Different types of unsteady solutions are obtained. The results are in very good agreement with those given by continuum models of the Boltzmann equation, and even by using discrete models with few velocities. *To cite this article: I. Nicodin, R. Gatignol, C. R. Mecanique 332 (2004).*

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

*Mots-clés :* Théorie cinétique ; Gaz discrets ; Evaporation ; Transfert de masse

*Keywords:* Kinetic theory; Discrete gases; Evaporation; Mass transfer

---

### Abridged English version

Let us consider a gas and its condensed phase respectively located in the region  $y > 0$  and  $y < 0$ . Depending on the thermodynamical conditions of the two phases, evaporation or condensation takes place on the interface  $y = 0$ . This problem has been studied by many authors on the basis of the kinetic theory of gases [1–3]. Our purpose is

---

\* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : [Renee.Gatignol@cicrp.jussieu.fr](mailto:Renee.Gatignol@cicrp.jussieu.fr) (R. Gatignol).

to study it by using discrete gas models. In discrete kinetic theory, the Boltzmann equation is replaced by a system of differential equations easier to analyse [4]. Here, we use two-dimensional models related to the square [5] with the velocities  $\vec{U}_i = (u_i, v_i)$  such that:  $-(2p-1) \leq u_i/c \leq (2p-1)$ ,  $-(2p-1) \leq v_i/c \leq (2p-1)$ , where  $c$  is a reference velocity.

The microscopic density of particles with velocity  $\vec{U}_i$  is denoted by  $N_i$ . The Maxwellian state associated with the macroscopic variables (density  $n$ , velocity  $\vec{U}$  and total energy  $E$ ) defined in (1) is  $N_i = \exp(\alpha + \vec{\beta} \cdot \vec{U}_i + \gamma \vec{U}_i^2)$  where the parameters  $\alpha$ ,  $\vec{\beta}$  and  $\gamma$  are determined by the implicit relations (1).

At the initial time, the gas is in uniform flow with the macroscopic variables  $n_\infty$ ,  $(0, v_\infty)$  and  $T_\infty$ . We investigate the unsteady evaporation ( $v_\infty > 0$ ) which takes place on the condensed phase and the time development of the disturbance produced by the interaction of the uniform flow with the condensed phase. The evolution of the microscopic densities  $N_i(y, t)$  is described by system (2) with conditions (3), (4) and (5). Let us remark that the boundary conditions on  $y = 0$  are given only for the microscopic densities of the emerging particles, that the conditions at infinity are given for all the densities and that the initial densities are identical to those at infinity.

By introducing the dimensionless variables (6), the problem (2)–(5) is written in the dimensionless form (7). It is easy to see that the microscopic densities  $n_{i0}$  and  $n_{i\infty}$  depend on the four dimensionless quantities  $\rho_\infty$ ,  $\theta_0$ ,  $\theta_\infty$ ,  $\omega_\infty$ . These four quantities depend on the reference velocity  $c$  related to the model. In order to have three parameters which are independent of  $c$ , we use:  $\theta_0/\theta_\infty$ ,  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2}$  and  $\rho_\infty$ . In the continuum kinetic theory, the same problem is also characterized by the three same parameters [1–3].

We analyse the unsteady problem (7) by a splitting method. In the actual computation, we consider the problem in a finite region  $0 \leq \eta \leq D$  and we impose in  $\eta = D$  a part of the conditions at infinity. So, we have to solve the discretised problem (8) and (9). The discontinuity between the boundary condition at  $\eta = 0$  and the initial data generates a disturbance propagating into the gas. We are interested in the long time evolution of the disturbance. The solutions are classified into different types [5]. Some typical examples of these different types of solutions are shown on Figs. 1–4 with the graphs for the mean density  $\rho$ .

In Fig. 1, the density  $\rho$  is decreasing when  $\eta$  increases. The gas is compressed on the condensed phase and the compressed region propagates to infinity. When  $\eta$  increases, we have successively a Knudsen layer near the interface, a transition zone and a compression wave propagating towards infinity. The solution  $\rho$  approaches the steady state  $\rho_\infty$  associated with the given conditions at infinity. This solution is called ‘type I’. In Fig. 2, the solution is similar to the solution of type I, but here the wave propagating towards infinity is a rarefaction wave. This solution is called ‘type II’. With other values for the parameters  $\theta_0/\theta_\infty$ ,  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2}$  and  $\rho_\infty$ , we obtain the solutions of ‘type III’, where a compression region develops on the condensed phase. When  $\eta$  increases, we have a Knudsen layer near the interface, a first compression wave and a second compression wave propagating to infinity. The solution  $\rho$  approaches the steady state  $\rho_\infty$ . Finally, the solution of ‘type IV’ is also obtained with a Knudsen layer near the interface, a compression wave and now a rarefaction wave propagating to infinity.

With fixed  $\theta_0/\theta_\infty = 1$  and  $\theta_\infty = 3$ , and according to the types of solutions, the two-dimensional space  $(\rho_\infty, \omega_\infty/\theta_\infty^{1/2})$  is divided into four regions (Figs. 5 and 6). In Fig. 6, we observe that the four regions are intersected in a point corresponding to a steady solution. The set of these solutions is studied in detail in the thesis of Nicodin [5] and it is qualitatively compared with the results of Aoki et al. [3] obtained by using the Boltzmann equation. The parameters chosen in their paper are the ratios  $p_\infty/p_0$ ,  $T_\infty/T_0$  and the Mach number at infinity. In our analysis, we use three similar parameters and quantitative comparisons are made. Nevertheless, we emphasize here that the results obtained with very simple models (with a very small number of velocities) are, from a qualitative point of view, in very good agreement with those of Aoki et al. [3]. Now, it will be interesting to establish a mathematical proof for these results. The simplicity of the model with 16 velocities may help.

## 1. Introduction

On considère un gaz et sa phase condensée situés respectivement dans les demi-espaces  $y > 0$  et  $y < 0$ . Dépendant des conditions thermodynamiques des deux phases en présence, l'évaporation ou la condensation prend place sur l'interface  $y = 0$ . Ce problème a été étudié par beaucoup d'auteurs sur la base de la théorie cinétique des gaz [1–3]. Notre but est de l'étudier en utilisant des modèles discrets de gaz. On s'intéresse en particulier à la formation et à la propagation des perturbations dans la phase gazeuse, initialement uniforme et limitée par sa phase condensée. Pour des modèles plans reliés au réseau carré, les équations et les conditions initiales et aux limites sont données. Les résultats numériques sont présentés dans le cas de l'évaporation.

## 2. Description des gaz discrets

En théorie cinétique discrète, l'équation intégral-différentielle de Boltzmann est remplacée par un système d'équations aux dérivées partielles plus simple à analyser [4]. Le gaz considéré est constitué de molécules identiques de masse  $m$  dont les vitesses au niveau microscopique sont liées au réseau carré [5]. Dans un système d'axes orthonormés  $(Oxy)$ , ces vitesses sont :  $\vec{U}_i = (u_i, v_i)$ ,  $-(2p-1) \leq u_i/c \leq (2p-1)$ ,  $-(2p-1) \leq v_i/c \leq (2p-1)$ , où  $p$  est un entier supérieur ou égal à 2 et où  $c$  est une vitesse de référence. Ce modèle a  $4p^2$  vitesses différentes.

Les invariants des rencontres sont des grandeurs attachées aux grandeurs conservées dans les collisions entre molécules [4]. Avec la prise en compte des collisions binaires seules, les modèles choisis n'ont pour invariants que ceux attachés à la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie [5].

De manière classique, nous notons  $N_i$  la densité microscopique des molécules de vitesse  $\vec{U}_i$ . Les grandeurs moyennes (densité  $n$ , vitesse  $\vec{U}$  et énergie totale  $E$ ) sont alors définies par :

$$n = \sum_i N_i, \quad n\vec{U} = \sum_i N_i\vec{U}_i, \quad nE = \frac{1}{2} \sum_i N_i\vec{U}_i^2 \quad (1)$$

Les densités microscopiques dans un état maxwellien associé aux variables macroscopiques  $n$ ,  $\vec{U}$  et  $E$  sont  $N_i = \exp(\alpha + \vec{\beta} \cdot \vec{U}_i + \gamma \vec{U}_i^2)$  où les paramètres  $\alpha$ ,  $\vec{\beta}$  et  $\gamma$  sont déterminés de manière unique par les relations implicites (1) [4]. Dans l'espace à deux dimensions, la température  $T$  est définie par  $kT/m + \vec{U}^2/2 = E$  où  $k$  est la constante de Boltzmann. Cette température correspond à la moyenne du carré des fluctuations des vitesses.

## 3. Formulation du problème

Dans le plan  $(Oxy)$ , la phase condensée dans la région  $y < 0$  est au repos avec la température uniforme  $T_0$ , la phase gazeuse occupant la région  $y > 0$ . A l'infini ( $y = +\infty$ ), l'écoulement du gaz est uniforme en équilibre maxwellien avec la densité  $n_\infty$ , la température  $T_\infty$  et la vitesse  $(0, v_\infty)$ . Les densités maxwelliennes correspondantes sont notées  $N_{i\infty}$ . A l'instant initial, la phase gazeuse est supposée uniforme et en équilibre maxwellien associé aux variables macroscopiques  $n_\infty$ ,  $(0, v_\infty)$  et  $T_\infty$ . L'étude porte sur l'évolution au cours du temps de la perturbation produite par l'interaction de cet écoulement uniforme avec la phase condensée. Naturellement, il y a condensation si  $v_\infty < 0$  et évaporation si  $v_\infty > 0$ .

Le comportement instationnaire du gaz est analysé en utilisant les équations cinétiques discrètes avec les collisions binaires seules [5]. Les vitesses du modèle étant symétriques par rapport à l'interface  $y = 0$ , les conditions aux limites traduisant la condensation ou l'évaporation sont simples à écrire [6] : les densités des molécules quittant la phase condensée (i.e. émergentes dans le gaz), notées  $N_{i0}$ , sont des densités maxwelliennes associées à un gaz, au repos, de température  $T_0$  et de densité moyenne la densité de saturation  $n_0$  (donnée).

Le système d'équations décrivant l'évolution des densités microscopiques  $N_i(y, t)$  s'écrit :

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{1}{2} \sum_{j,k,l} A_{ij}^{kl} (N_k N_l - N_i N_j), \quad i \in \Lambda, y \in [0, \infty] \quad (2)$$

où les coefficients  $A_{ij}^{kl}$  sont les probabilités de transition associées à la collision  $(\vec{U}_i, \vec{U}_j) \rightarrow (\vec{U}_k, \vec{U}_l)$  [4]. On a noté  $\Lambda$  l'ensemble des indices de toutes les vitesses, et on introduit les deux sous-ensembles  $\Lambda^+ = \{i \in \Lambda, v_i > 0\}$  et  $\Lambda^- = \{i \in \Lambda, v_i < 0\}$ . Notons qu'il n'y a pas de vitesses parallèles à l'interface.

Le système (2) est complété par des conditions aux limites et initiales. Sur l'interface  $y = 0$ , les conditions aux limites sont données pour les densités des molécules quittant la phase condensée, et à l'infini pour toutes les densités. Les conditions initiales en  $t = 0$  s'expriment à l'aide des  $N_{i\infty}$ . En résumé on a :

$$N_i(0, t) = N_{i0}, \quad i \in \Lambda^+ \quad (3)$$

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} N_i(y, t) = N_{i\infty}, \quad i \in \Lambda \quad (4)$$

$$N_i(y, 0) = N_{i\infty}, \quad i \in \Lambda \quad (5)$$

#### 4. Discrétisation du problème

Le problème (2)–(5) est écrit sous forme adimensionnelle, les grandeurs de référence étant :  $c$  pour les vitesses,  $n_0$  pour les densités,  $\lambda_0$  pour les longueurs et  $\lambda_0/c$  pour le temps, où  $\lambda_0$  est le libre parcours moyen du gaz à la densité de saturation  $n_0$ . On pose :

$$\begin{aligned} n_i &= N_i/n_0, & n_{i0} &= N_{i0}/n_0, & n_{i\infty} &= N_{i\infty}/n_0, & \omega_i &= v_i/c, & \forall i \in \Lambda \\ \rho &= n/n_0, & \rho_\infty &= n_\infty/n_0, & \omega_\infty &= v_\infty/c, & \eta &= y/\lambda_0, & \tau &= ct/\lambda_0 \\ \theta &= 2kT/(mc^2), & \theta_0 &= 2kT_0/(mc^2), & \theta_\infty &= 2kT_\infty/(mc^2), & a_{ij}^{kl} &= A_{ij}^{kl} \lambda_0 n_0/c \end{aligned} \quad (6)$$

Le problème à résoudre dans le demi-espace  $\eta > 0$  est donc le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_i}{\partial \tau} + \omega_i \frac{\partial n_i}{\partial \eta} &= \frac{1}{2} \sum_{j,k,l} a_{ij}^{kl} (n_k n_l - n_i n_j), & i \in \Lambda, \eta \in [0, \infty] \\ n_i(\eta, 0) &= n_{i\infty}, & i \in \Lambda \\ n_i(0, \tau) &= n_{i0}, & i \in \Lambda^+ \\ \lim_{\eta \rightarrow +\infty} n_i(\eta, \tau) &= n_{i\infty}, & i \in \Lambda \end{aligned} \quad (7)$$

Il est aisé de voir que les densités microscopiques  $n_{i0}$  et  $n_{i\infty}$  dépendent des quatre quantités  $\rho_\infty, \theta_0, \theta_\infty, \omega_\infty$ . Autrement dit, les paramètres adimensionnels macroscopiques qui contrôlent le problème sont la densité  $\rho_\infty$  du gaz à l'infini, les températures  $\theta_0$  et  $\theta_\infty$  de la phase condensée et du gaz à l'infini et la vitesse  $\omega_\infty$  du gaz à l'infini. Ces quatre paramètres dépendent du choix de la vitesse  $c$  introduite dans le modèle alors que le problème physique n'en dépend pas. Il est convenable de choisir  $c$  du même ordre de grandeur que la vitesse  $\sqrt{kT_0/m}$ . Comme en théorie cinétique usuelle [1–3], le problème est étudié en fonction de trois paramètres (indépendant de  $c$ ) :  $\theta_0/\theta_\infty, \omega_\infty/\theta_\infty^{1/2}$  et  $\rho_\infty$ .

Le problème instationnaire (7) est résolu numériquement en utilisant une méthode des pas fractionnaires. Pour cette résolution, on considère le problème dans une région bornée  $0 \leq \eta \leq D$  et on impose en  $\eta = D$  une partie des conditions à l'infini, en fait celles pour les densités  $n_i$  avec  $i \in \Lambda^-$  (c'est à dire pour les molécules qui entrent dans le domaine du calcul) :  $n_i(\eta, D) = n_{i\infty}, i \in \Lambda^-$ . Dans l'algorithme numérique, les dérivées spatiales et les termes de collision dans (7) sont traités séparément. On a :

$$\frac{n_i^{m+1/2} - n_i^m}{h} = \frac{1}{2} \sum_{j,k,l} a_{ij}^{kl} (n_k^m n_l^m - n_i^m n_j^m) \quad \text{avec } n_i^0 = n_{i\infty}, \forall i \in \Lambda \quad (8)$$

$$\frac{n_i^{m+1} - n_i^{m+1/2}}{h} + \omega_i \frac{dn_i^{m+1}}{d\eta} = 0, \quad \forall i \in \Lambda \quad (9)$$

avec  $n_i^{m+1}(0) = n_{i0}$ ,  $\forall i \in \Lambda^+$  et  $n_i^{m+1} = n_{i\infty}$ ,  $\forall i \in \Lambda^-$ , où  $h$  est le pas de temps,  $n_i^m$  la densité  $n_i$  à l’instant  $\tau = mh$  ( $m = 0, 1, \dots$ ) et  $n_i^{m+1/2}$  la densité à un instant intermédiaire. Les quantités  $n_i^m$  et  $n_i^{m+1/2}$  dépendent de  $\eta$ . Une méthode explicite est utilisée pour le système différentiel (9).

### 5. Résultats numériques

Les résultats sont présentés dans le cas de l’évaporation ( $v_\infty > 0$ ) avec un modèle à 16 vitesses (i.e.  $p = 2$ ). La discontinuité en  $\eta = 0$  entre les conditions initiales et les conditions aux limites engendre une perturbation qui se propage dans le gaz dans la direction des  $\eta$  croissants. Comme dans des travaux précédents utilisant l’équation de Boltzmann [2,3], les résultats sont analysés pour un très grand nombre de conditions initiales et aux limites. Pour les temps grands, on observe des comportements différents pour les solutions. Des exemples de profils pour la densité  $\rho$  sont montrés sur les Figs. 1–4 où l’on distingue quatre types de solutions instationnaires.

Sur la Fig. 1, la densité  $\rho$  est décroissante quand  $\eta$  croît. Le gaz est comprimé sur la phase condensée et la région comprimée s’étend vers les  $\eta$  positifs : on a successivement une couche de Knudsen près de la phase condensée, une zone de transition et une onde de compression se propageant vers l’infini. A travers cette onde,  $\rho$  décroît d’une valeur constante vers la valeur  $\rho_\infty$ . La région derrière l’onde, i.e. entre la zone de transition et cette onde de compression, approche un état uniforme avec un nouvel état maxwellien différent de celui à l’infini. Cette solution est dite de « type I ». Elle est similaire à celle présentée par Aoki et al. [3]. Sur la Fig. 2, pour des temps grands, on distingue successivement une couche de Knudsen près de la phase condensée, une zone de transition et une onde de raréfaction se propageant vers l’infini. A travers cette onde,  $\rho$  croît d’une valeur constante vers la valeur  $\rho_\infty$ , et comme précédemment, la région derrière l’onde approche un état uniforme avec un état maxwellien différent de celui à l’infini. Cette solution est dite de « type II ».

Avec d’autres valeurs pour les paramètres  $\theta_0/\theta_\infty$ ,  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2}$  et  $\rho_\infty$  nous pouvons exhiber des solutions avec deux ondes. Sur la Fig. 3, une région de compression se développe sur la phase condensée. On observe clairement

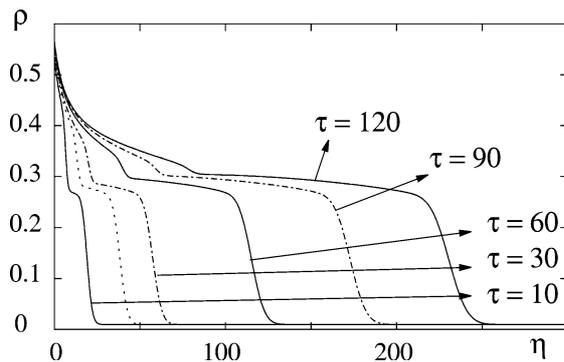


Fig. 1. Profil de la densité  $\rho$  pour :  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2} = 0.316$  ( $\theta_\infty = 10$ ),  $\rho_\infty = 0.01$ .

Fig. 1. Density profile  $\rho$  for:  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2} = 0.316$  ( $\theta_\infty = 10$ ),  $\rho_\infty = 0.01$ .

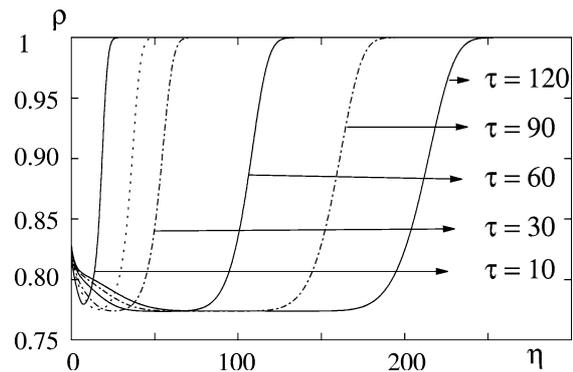


Fig. 2. Profil de la densité  $\rho$  pour :  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2} = 0.316$  ( $\theta_\infty = 10$ ),  $\rho_\infty = 1$ .

Fig. 2. Density profile  $\rho$  for:  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2} = 0.316$  ( $\theta_\infty = 10$ ),  $\rho_\infty = 1$ .

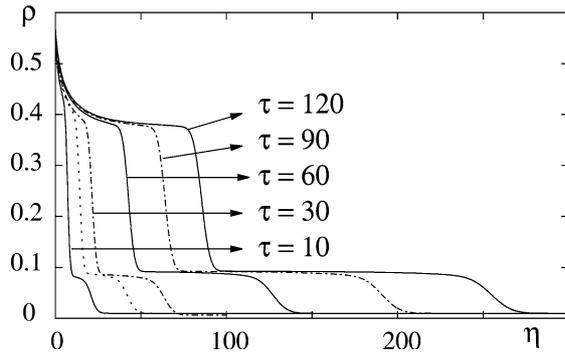


Fig. 3. Profil de la densité  $\rho$  pour :  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2} = 1$  ( $\theta_\infty = 4$ ),  $\rho_\infty = 0.01$ .

Fig. 3. Density profile  $\rho$  for:  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2} = 1$  ( $\theta_\infty = 4$ ),  $\rho_\infty = 0.01$ .

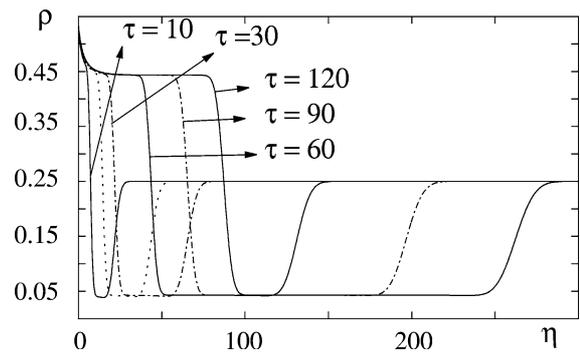


Fig. 4. Profil de la densité  $\rho$  pour :  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2} = 1.731$  ( $\theta_\infty = 3$ ),  $\rho_\infty = 0.25$ .

Fig. 4. Density profile  $\rho$  for:  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2} = 1.731$  ( $\theta_\infty = 3$ ),  $\rho_\infty = 0.25$ .

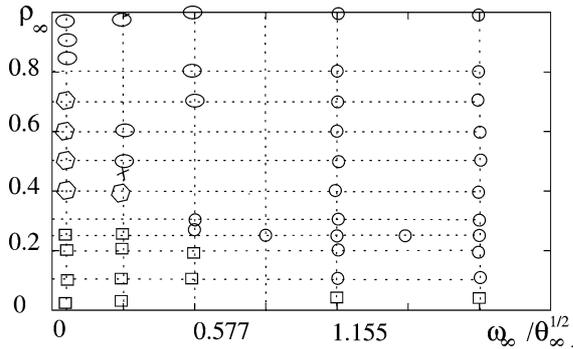


Fig. 5. Les différents types de solutions dans le plan  $(\rho_\infty, \omega_\infty/\theta_\infty^{1/2})$  pour  $\theta_\infty = \theta_0 = 3$  : ellipses (type I), hexagones (type II), carrés (type III), cercles (type IV).

Fig. 5. Different types of solution in the  $(\rho_\infty, \omega_\infty/\theta_\infty^{1/2})$  plane for  $\theta_\infty = \theta_0 = 3$  : ellipses (type I), hexagons (type II), squares (type III), circles (type IV).

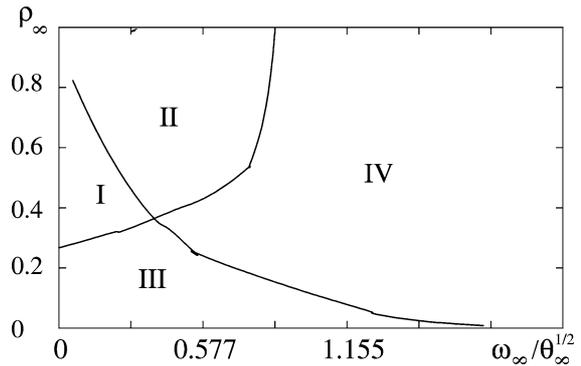


Fig. 6. Les régions I, II, III et IV dans le plan  $(\rho_\infty, \omega_\infty/\theta_\infty^{1/2})$  pour  $\theta_\infty = \theta_0 = 3$ .

Fig. 6. The regions I, II, III et IV in the  $(\rho_\infty, \omega_\infty/\theta_\infty^{1/2})$  plane for  $\theta_\infty = \theta_0 = 3$ .

deux ondes de compression se propageant en s'éloignant de la phase condensée et allant vers l'infini. L'épaisseur de ces ondes est de l'ordre de 10 en la variable  $\eta$  pour la plus lente et de 50 pour la plus rapide, i.e. 10 et 50 libres parcours moyens. Quant aux vitesses de propagation, on peut les estimer respectivement à 1 et 3 soit  $c$  et  $3c$ . Cette solution est dite de « type III ». Sur la Fig. 4, on a successivement, si nous progressons de la phase condensée vers l'infini, une couche de Knudsen, une onde de compression et une onde de raréfaction. Cette solution est dite de « type IV ».

Dans l'espace des paramètres  $\theta_0/\theta_\infty$ ,  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2}$  et  $\rho_\infty$ , il est intéressant de régionaliser l'espace suivant le type de solutions. Avec  $\theta_0 = \theta_\infty = 3$ , plusieurs calculs ont été réalisés et les solutions décrites précédemment mises en évidence (Fig. 5). Ainsi le plan  $(\rho_\infty, \omega_\infty/\theta_\infty^{1/2})$  est partitionné en quatre régions (Fig. 6). Pour des données sur les lignes de séparation, les solutions sont dégénérées [5]. En particulier, il existe un couple de valeurs pour  $(\rho_\infty, \omega_\infty/\theta_\infty^{1/2})$  pour lequel la solution est stationnaire (ce couple correspond au point appartenant aux quatre régions I à IV). Une discussion détaillée est faite dans la thèse de I. Nicodin [5] où l'attention est portée à l'existence

des solutions stationnaires. Pour l'évaporation/condensation entre deux interfaces planes parallèles, le problème est plus facile et des solutions stationnaires ont été obtenues analytiquement [5–7].

## 6. Conclusion

Tous les résultats présentés ici ont été obtenus à partir d'un modèle très simple à 16 vitesses. Les résultats obtenus pour des modèles avec un plus grand nombre de vitesses ( $p = 3, 4, 5$ ) sont très voisins. En particulier, les résultats avec  $p = 4$  et  $p = 5$  sont quasiment identiques [5].

Ces résultats, obtenus sur la base des modèles discrets sont qualitativement en excellent accord avec ceux de Sone, Aoki et leurs collaborateurs [2,3]. Les paramètres retenus dans leurs études sont les rapports  $p_\infty/p_0$ ,  $T_\infty/T_0$  et le nombre de Mach à l'infini. Dans notre étude, nous avons les trois paramètres  $\rho_\infty$ ,  $\theta_0/\theta_\infty$  et  $\omega_\infty/\theta_\infty^{1/2}$ . Les comparaisons quantitatives sont en cours. Des études analytiques sur l'équation de Boltzmann permettent d'avancer quelques explications sur le comportement de ces solutions instationnaires [8]. Il serait intéressant d'établir la preuve mathématique de ces résultats pour les modèles discrets. La simplicité du modèle à 16 vitesses peut aider.

## Références

- [1] Y.P. Pao, Application of kinetic theory to the problem of evaporation and condensation, *Phys. Fluids* 14 (1971) 306–312.
- [2] Y. Sone, T. Ohwada, K. Aoki, Evaporation and condensation on a plane condensed phase: Numerical analysis of the linearised Boltzmann equation for hard molecules spheres, *Phys. Fluids* 1 (1989) 1398–1405.
- [3] K. Aoki, Y. Sone, T. Yamada, Numerical analysis of gas flow condensing on its plane condensed phase in the basis of kinetic theory, *Phys. Fluids A* 2 (1990) 1867–1878.
- [4] R. Gatignol, *Théorie cinétique d'un gaz à répartition discrète de vitesses*, Springer-Verlag, 1975.
- [5] I. Nicodin, *La modélisation par des gaz discrets des phénomènes d'évaporation–condensation*, Thèse de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2001.
- [6] A. D'Almeida, R. Gatignol, Boundary conditions in discrete kinetic theory and evaporation and condensation problems, *Eur. J. Mech. Fluids B* 116 (1997) 401–428.
- [7] H. Cabannes, Evaporation and condensation problems in discrete kinetic theory, *Eur. J. Mech. Fluids B* 13 (1994) 685–699.
- [8] Y. Sone, F. Golse, T. Ohwada, T. Doi, Analytical study of transonic flows of a gas condensing onto its plane condensed phase on the basis of kinetic theory, *Eur. J. Mech. Fluids B* 17 (1998) 277–306.