



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Mecanique 332 (2004) 633–638



Un modèle viscoélastique de remodelage osseux : approche unidimensionnelle

Sébastien Baïotto^a, Mustapha Zidi^{b,*}

^a Université Paris 12, Val de Marne, Institut supérieur des biosciences de Paris, 61, avenue du Général de Gaulle, 94010 Créteil, France

^b Université Paris 12, Val de Marne, Institut supérieur des biosciences de Paris, laboratoire biosciences et médecine (BIOSEM),
cité Descartes, BP 99, 93169 Noisy-le-Grand cedex, France

Reçu le 11 septembre 2003 ; accepté après révision le 18 mars 2004

Disponible sur Internet le 28 mai 2004

Présenté par Robert Dautray

Résumé

Un modèle de remodelage osseux tenant compte des propriétés viscoélastiques du matériau est proposé. Les équations non-linéaires régissant l'évolution de la densité apparente osseuse sont résolues par une méthode aux différences finies dans le cas unidimensionnel d'un modèle à n -éléments unité. Les résultats montrent l'influence de l'amortissement visqueux sur l'adaptation de la structure sous l'effet d'un chargement mécanique contrôlé. *Pour citer cet article : S. Baïotto, M. Zidi, C. R. Mecanique 332 (2004).*

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

A viscoelastic model of bone remodeling: unidimensional approach. A bone remodeling model taking into account the viscoelastic properties of the material is proposed. The nonlinear equations governing the evolution of the bone apparent density are solved by a finite difference method in the unidimensional case of a n -unit elements model. The results show the effects of the viscous damping on the structure for a controlled mechanical loading. *To cite this article: S. Baïotto, M. Zidi, C. R. Mecanique 332 (2004).*

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Biomécanique ; Remodelage osseux ; Viscoélasticité ; Modèle à n -éléments unité

Keywords: Biomechanics; Bone remodeling; Viscoelasticity; n -unit elements model

Abridged English version

Most mechanical models of bone remodeling are based on an elastic behavior of the material [1,2]. Nevertheless, trabecular bone exhibits viscoelastic properties [3], due to the presence of interstitial fluid [4]. This fluid plays a prominent role in the communication between the cells during mechanotransduction [5]. In this Note we propose

* Corresponding author.

Adresse e-mail : zidi@univ-paris12.fr (M. Zidi).

an n -unit elements model [7,8] taking into account the viscoelastic properties of the bone, with a Zener's behavior. The remodeling law used is based on the mechanosensory role of the osteocytes.

The rate of change of the apparent bone density is described by Eqs. (1) and (2), with an uncoupling between the elastic and viscous contributions. The constitutive equation of the Zener's model is given by (3). The parameters are related to the apparent density by (4) and the normalized strain energy density is given by (5).

To study the remodeling process, we consider n -unit elements with an osteocyte distribution (Fig. 1). Using Eqs. (1) and (2), we have the general feedback non-linear equation (6) which is solved by a finite difference scheme (7). To illustrate the capabilities of the model, we have simulated the case with $n = m = 50$ and an initial density $\rho_0 = 0.6$. The values of the different parameters are given in Table 1.

Fig. 2 represents the simulation of the evolution of the apparent density. We see that the solution converges toward heterogeneous organization with a compact strut. Although the width of the strut is slightly less important than in the elastic case (Fig. 3), the viscosity slows down the kinetics of the process (Fig. 4). Thus, the viscous damping affects also the cellular activity, by modifying the creation process of the bone architecture. These results are in agreement with the hypothesis [5], that the interstitial fluid flow may be the most probable way of information passing between the remodeling, regulating bone cells.

1. Introduction

La plupart des modèles mécaniques du remodelage osseux [1,2] sont basés sur un comportement élastique de l'os trabéculaire alors que celui-ci présente des propriétés viscoélastiques [3]. Cette viscosité s'explique principalement par la présence de fluide interstitiel dans le matériau osseux [4] qui joue un rôle important dans la mécanotransduction lors du processus de remodelage, notamment lors des échanges d'informations entre les cellules osseuses [5]. En effet, les cellules ostéocytes sont mécanosenseurs et sensibles aux contraintes mécaniques générées par le fluide. Elles stimulent les ostéoblastes et les ostéoclastes, cellules « actrices » lors du processus de remodelage qui permettent de créer ou de résorber la matière osseuse [6].

Dans cette Note, nous proposons un modèle à n -éléments unité [7,8] prenant en compte le caractère viscoélastique de l'os trabéculaire. Le modèle de comportement mécanique utilisé est celui de Zener et la loi de remodelage introduite tient compte du rôle de mécanosenseur des cellules ostéocytes. De plus, le stimulus mécanique local qui contrôle la variation de densité apparente osseuse est supposé être régulé par la densité d'énergie de déformation. Les équations non-linéaires du modèle sont résolues par une méthode aux différences finies avec un schéma d'Euler. Les résultats présentés avec ce type de modèle montrent l'influence des propriétés viscoélastiques sur l'auto-organisation des architectures spatio-temporelles de la densité du matériau osseux.

2. Équations du modèle

Le modèle de Mullender et al. [2] est généralisé en prenant en compte le caractère viscoélastique de l'os trabéculaire. La loi d'évolution spatio-temporelle de la densité osseuse apparente s'écrit :

$$\frac{\partial \rho(M, t)}{\partial t} = \sum_{k=1}^2 \alpha_k \tau_k \varphi_k(M, \rho, t), \quad \rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}, \quad \text{avec} \quad \sum_{k=1}^2 \alpha_k = 1, \quad \alpha_k \geq 0 \quad (1)$$

où ρ_{\min} est la densité de l'os complètement résorbé, ρ_{\max} la densité de l'os cortical et α_k un paramètre relatif aux contributions élastique ($k = 1$) et visqueuse ($k = 2$). Les coefficients τ_k sont des constantes positives liées au temps de réaction du tissu osseux et φ_k , la contribution apportée par les mécanosenseurs. Cette contribution est donnée sous la forme :

$$\varphi_k(M, \rho, t) = \sum_{j=1}^m e^{-d(M, j)/D_k^0} \left(\frac{W_{k, j}}{\rho_j^q} - \overline{W}_k^0 \right)^{\beta_k} \quad (2)$$

où D_k^0 est un paramètre limitant la zone d'influence du stimulus cellulaire, β_k l'ordre de non linéarité, $W_{k,j}$ la densité d'énergie de déformation, \overline{W}_k^0 le signal de référence et q un paramètre traduisant l'intensité du stimulus cellulaire.

D'autre part, on suppose que le comportement mécanique de l'os est décrit par un modèle de Zener. L'équation constitutive est donnée par :

$$\frac{1}{E_0(M,t)} \frac{\partial \sigma(M,t)}{\partial t} + \frac{\sigma(M,t)}{\eta(M,t)} = \frac{E_0(M,t) + E_\infty(M,t)}{E_0(M,t)} \frac{\partial \varepsilon(M,t)}{\partial t} + \frac{E_\infty(M,t)}{\eta(M,t)} \varepsilon(M,t) \quad (3)$$

où $\eta(M,t)$ la viscosité du matériau, $E_\infty(M,t)$ le module relaxé et $E_0(M,t) + E_\infty(M,t)$ le module d'élasticité instantanée. Ces grandeurs sont supposées être reliées à la densité apparente sous la forme :

$$E_\infty(M,t) = K_\infty \rho^p(M,t), \quad E_0(M,t) = K_0 \rho^p(M,t) \quad \text{et} \quad \eta(M,t) = \eta_0 \rho^{-r}(M,t) \quad (4)$$

où K_∞ , K_0 , η_0 sont des paramètres déterminés à partir des caractéristiques de l'os cortical. Les exposants p et r sont des constantes.

Dans le cas du modèle de Zener, on introduit la densité d'énergie de déformation normalisée sous la forme :

$$W(M,t) = \frac{1}{2\rho(M,t)} (E_\infty(M,t)\varepsilon^2(M,t) + E_0(M,t)(\varepsilon(M,t) - \varepsilon_2(M,t))^2) \quad (5)$$

où $\varepsilon_2(M,t)$ représente la déformation de l'amortisseur du modèle.

De (3), on exprime la relation entre les tenseurs des contraintes et des déformations, ce qui permet à partir de (5) d'obtenir :

$$W(M,t) = \frac{1}{2\rho(M,t)} \left(1 + \frac{E_\infty(M,t)}{E_0(M,t)} \left(\frac{1}{1 + (E_0(M,t)/(E_\infty(M,t) + E_0(M,t))) e^{(-t/\tau_f)}} - 1 \right)^2 \right) \times E_\infty(M,t) \varepsilon^2(M,t) \quad (6)$$

où $\tau_f = (\eta(M,t)(E_0(M,t) + E_\infty(M,t)))/(E_0(M,t)E_\infty(M,t))$.

3. Application

On considère un modèle à n -éléments unité [7,8] où chaque élément contient au plus un senseur (Fig. 1). La structure unidimensionnelle est soumise à un chargement $F = \sum_{i=1}^n F_i$ réparti sur tous les éléments de telle sorte que leur déformation soit identique. On note m ($m \leq n$) le nombre d'ostéocytes et I_j ($1 \leq j \leq m$) l'ensemble des numéros des éléments contenant un senseur.

Les Éqs. (1) et (2) se réduisent alors au système d'équations différentielles non linéaires suivant :

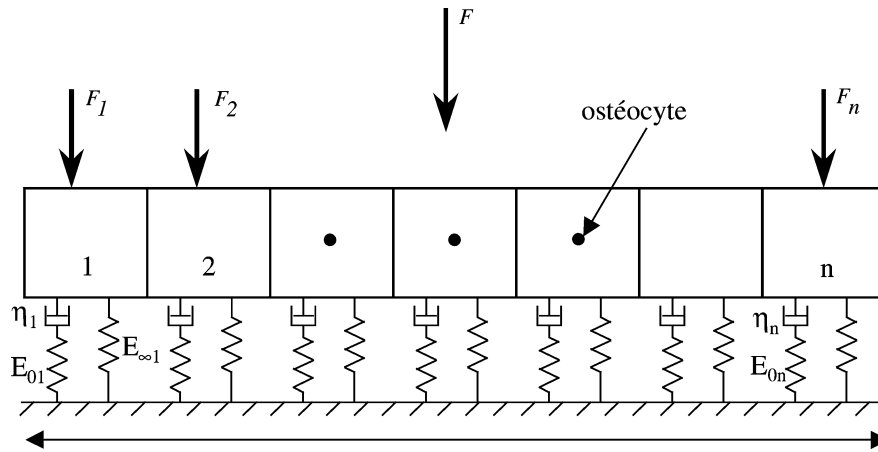
$$\frac{\partial \rho_i(t)}{\partial t} = \sum_{k=1}^2 \alpha_k \tau_k \sum_{j=1}^m e^{-d(i,I_j)/D_k^0} \left(\frac{W_{k,I_j}}{\rho_j^q} - \overline{W}_k^0 \right)^{\beta_k}, \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

Les Éqs. (7) régissant le processus de remodelage sont résolues numériquement par une méthode aux différences finies avec un schéma d'Euler avant et un pas de temps Δt constant.

L'Éq. (1) devient alors :

$$\rho_i(t + \Delta t) = \rho_i(t) + \Delta t (\alpha_1 \tau_1 \varphi_{1,i}(\rho_j, t) + \alpha_2 \tau_2 \varphi_{2,i}(\rho_j, t)) \quad (8)$$

A titre illustratif, nous avons simulé le cas d'une répartition uniforme des cellules ostéocytes avec $n = m = 50$. Les valeurs des autres paramètres utilisés lors des simulations numériques sont donnés dans le Tableau 1.

Fig. 1. Modèle viscoélastique à n éléments unité.Fig. 1. n unit elements viscoelastic model.Tableau 1
Valeurs des paramètresTable 1
Parameter values

ρ_{\min}	0,01	\overline{W}_1^0	0,0426 MPa
ρ_{\max}	1,74	\overline{W}_2^0	0,0058 MPa
F	10 N	D_k^0	0,02 mm
p	3	β_k	1
q	2	E_∞	13 100 MPa
r	2	E_0	1780 MPa
Δt	0,01 Unités de temps (UT)	η	10 800 MPa s
τ	1 (MPa UT)^{-1}		

4. Résultats

On présente l'évolution de la densité apparente obtenue avec le modèle à n -éléments unité. L'influence des propriétés viscoélastiques du matériau osseux est étudiée dans le cas $\alpha_1 = 0,4$, $\alpha_2 = 0,6$. En démarrant le processus avec une densité apparente uniforme $\rho_0 = 0,6$, il y a convergence au bout de 350 Unités de Temps (UT). La solution obtenue est une organisation hétérogène de densité apparente (Fig. 2). Comme dans le cas élastique (Fig. 3) qui converge au bout de 270 UT, on observe l'apparition d'une traverse de densité maximale au centre de la structure qui rappelle le processus de création de l'architecture osseuse trabéculaire. On remarque que l'épaisseur de cette traverse tend à diminuer légèrement (15 %) lorsque la viscosité devient importante. Néanmoins, le processus de remodelage est ralenti par la viscosité comme le montre l'évolution de la densité apparente moyenne (Fig. 4). En effet, la pente de la courbe durant la phase de résorption est d'autant plus faible que la viscosité est importante. Cette diminution, par rapport au cas élastique, est de 9 % pour $\alpha_2 = 0,2$, 23 % pour $\alpha_2 = 0,4$ et 40 % pour $\alpha_2 = 0,6$. Ces résultats conforteraient l'idée [5,6] que les mouvements de fluide interstitiel pourraient être un des vecteurs principaux de l'information entre les cellules osseuses. L'écoulement du fluide dans les canalicules générerait des contraintes de cisaillement qui activeraient les cellules ostéocyte, entraînant la régulation du processus de remodelage ainsi qu'un effet de stimulation sur les cellules « actrices ».

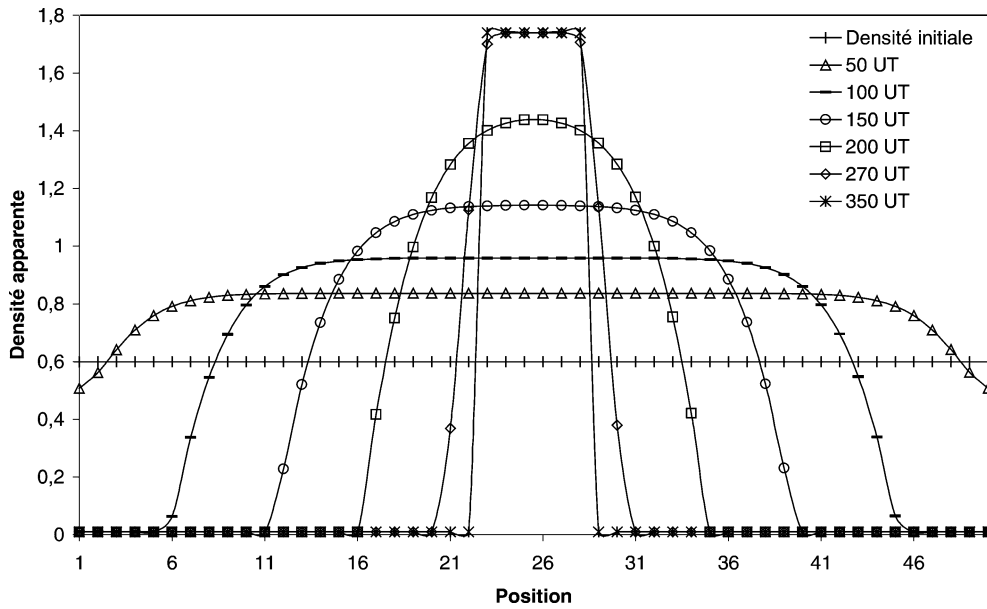


Fig. 2. Distribution de la densité apparente ($\alpha_1 = 0,4, \alpha_2 = 0,6$).

Fig. 2. Apparent density distribution ($\alpha_1 = 0,4, \alpha_2 = 0,6$).

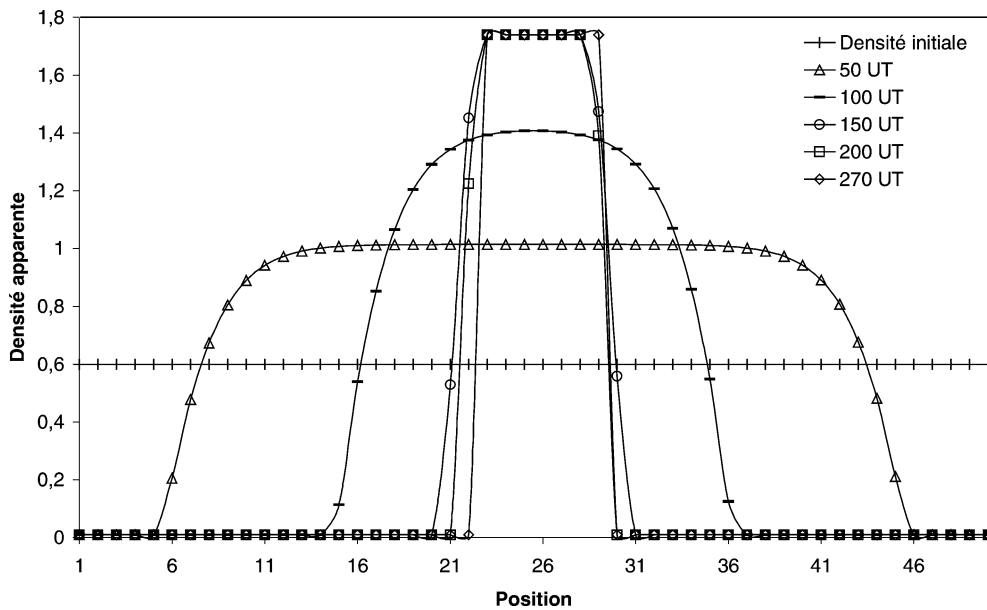


Fig. 3. Distribution de la densité apparente dans le cas élastique ($\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0$).

Fig. 3. Apparent density distribution in the elastic case ($\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0$).

Ce modèle devra être validé à partir de données expérimentales, ce qui nécessitera de généraliser l'approche en deux ou trois dimensions.

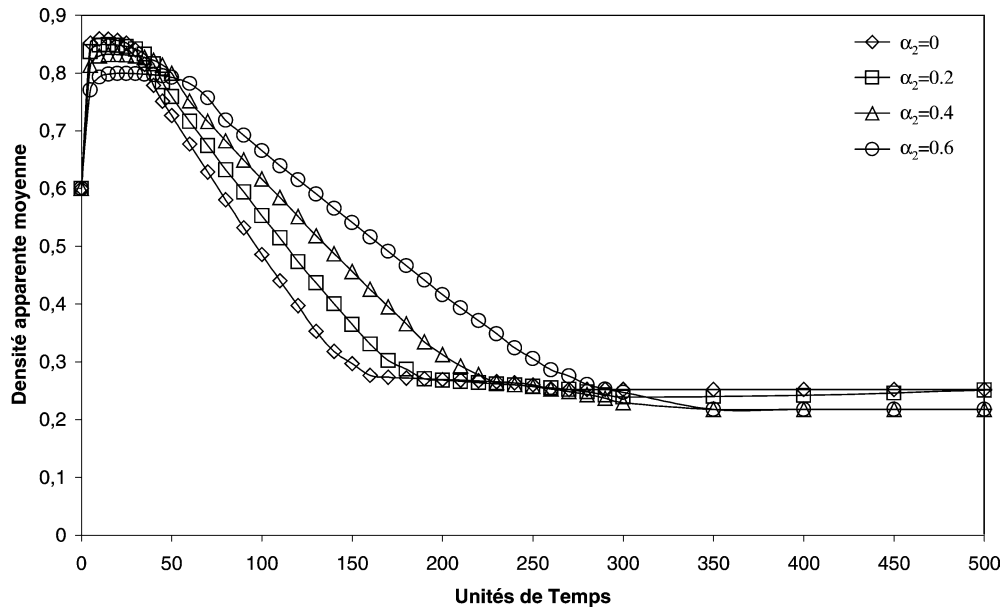


Fig. 4. Évolution de la densité apparente moyenne pour différentes contributions visqueuses.

Fig. 4. Average apparent density evolution for different viscous contributions.

5. Conclusion

Dans cette Note, nous avons présenté un modèle à n -éléments unité de remodelage osseux qui tient compte du comportement viscoélastique du matériau. Les premiers résultats obtenus montrent l'effet de l'amortissement visqueux sur la cinétique de création des architectures hétérogènes qui rappellent celle de l'os trabéculaire. Bien que les nombreux mécanismes de la mécanotransduction du processus de remodelage osseux soient encore méconnus, ce type de modèle peut contribuer à l'étude à la compréhension du phénomène physiologique.

Références

- [1] S.C. Cowin, Bone stress adaptation models, ASME J. Biomech. Engrg. 115 (1993) 528–533.
- [2] M.G. Mullender, R. Huiskes, H. Weinans, A physiological approach to the simulation of bone remodeling as a self-organizational control process, J. Biomech. 27 (1994) 1389–1394.
- [3] D.D. Deligianni, Y.F. Missirlis, V. Kafka, Determination of material constants and hydraulic strengthening of trabecular bone through an orthotropic structural model, Biorheology 31 (1994) 245–257.
- [4] V. Kafka, J. Jirova, A structural mathematical model for the viscoelastic anisotropic behaviour of trabecular bone, Biorheology 20 (1983) 795–805.
- [5] V.I. Sikavitsas, J.S. Temenoff, A.G. Mikos, Biomaterials and bone mechanotransduction, Biomaterials 22 (2001) 2581–2593.
- [6] S.C. Cowin, L. Moss-Salentijn, M.L. Moss, Candidates for the mechanosensory system in bone, ASME J. Biomech. Engrg. 113 (1991) 191–197.
- [7] M. Zidi, Contribution à la modélisation du remodelage de l'os trabéculaire, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. IIB 326 (1998) 121–128.
- [8] M. Zidi, S. Ramtani, Bone remodeling theory applied to the study of n unit-elements model, J. Biomech. 32 (1999) 743–747.