



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Mecanique 332 (2004) 759–766



Cylindre transverse isotrope poroélastique chargé cycliquement : application à un ostéon

Agnès Rémond, Salah Naili *

Biomécanique et biomatériaux ostéo-articulaires, CNRS UMR 7052 B2OA, faculté des sciences et technologie, université Paris XII-Val-de-Marne, 61, avenue du Général de Gaulle, 94010 Créteil cedex, France

Reçu le 17 février 2004 ; accepté après révision le 25 mai 2004

Présenté par Robert Dautray

Résumé

L'étude d'un cylindre poroélastique creux sollicité par déplacements axiaux cycliques est menée dans le cadre de la théorie de la poroélasticité. Les phases fluide et solide sont supposées compressibles. Le matériau a des propriétés transverse isotrope. Une solution analytique explicite du problème posé en régime établi est obtenue. Le cylindre considéré représente un modèle d'ostéon, élément unitaire du tissu osseux. La répartition de la vitesse moyenne d'écoulement du fluide, en fonction des caractéristiques poroélastiques du matériau et de celles du chargement imposé, est étudiée pour sa probable influence sur le remodelage osseux. **Pour citer cet article : A. Rémond, S. Naili, C. R. Mecanique 332 (2004).**

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Cyclic loading of a transverse isotropic poroelastic cylinder: a model for the osteon. The poroelastic problem associated with a hollow cylinder under cyclic loading is solved. Both fluid and solid phases are supposed compressible. Solid matrix is modeled as an elastic transverse isotropic material. An explicit close-form solution for the steady state is obtained. This cylinder is considered as a model for an osteon, the basic unit of cortical bone. The fluid flow distribution as a function of poroelastic properties and cyclic loading is discussed, as this could influence bone remodeling. **To cite this article: A. Rémond, S. Naili, C. R. Mecanique 332 (2004).**

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Biomécanique ; Poroélasticité ; Isotropie transverse ; Os compact ; Ostéon

Keywords: Biomechanics; Poroelasticity; Transverse isotropy; Compact bone; Osteon

* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : a.remond@univ-paris12.fr (A. Rémond), naili@univ-paris12.fr (S. Naili).

Abridged English version

Cortical bone is a fluid-saturated porous tissue [1]. It is loaded cyclically with daily activity such as walking and adapts to this mechanical loading. Experiments from Lanyon et al. [2] showed that cyclic loading induces more bone adaptation than static loading. Stimuli inducing bone adaptation could be due to interstitial fluid flow [3]. Fluid flow in cortical bone occurs in osteons, basic cylindrical structures units made of lamella around a haversian canal. These osteons are renewed during bone remodeling [4]. Mechanical loading of bone tissue could induce fluid flow through the porous matrix [3].

Poroelasticity theory, first developed by Biot, enables to take into account fluid–solid interaction and to model macroscopic averaged fluid flow through bone matrix [5]. This theory has been used by Weinbaum et al. [6] and Zeng et al. [7] to model an osteon's behavior. Zeng et al. [7] described an osteon as a hollow cylinder with cyclic mechanical loading. The corresponding elastic problem is solved to obtain an approximation of the stress field, which is used to calculate fluid pressure distribution. Partial fluid stresses have been neglected. Zhang and Cowin [8] gave the close-form solution of a cyclic loaded beam. This solution cannot be transposed to the cylindrical geometry of the osteon. Furthermore, material isotropy of the tissue is supposed and bone tissue has different properties in longitudinal and radial directions [1]. Abousleiman and Cui [9] offered a solution method for poroelastic problems in cylindrical geometry that could be used for the osteon. However, the time-dependent solution is not explicitly given.

The explicit close-form solution of a hollow cylinder cyclically loaded is detailed in the following. This model is based on cylindrical geometry of the osteon and its poroelastic properties. Material is modeled as transverse isotropic. Both fluid and solid phases are supposed to be compressible, which is needed for bone tissue. This analytical steady state solution allows one to determine the fluid velocity through the porous matrix. Furthermore, it can be used as a reference for numerical simulations results. This model is based on the simplified geometry of an osteon and takes into account only the lacuno-canalicular porosity. Fluid within the solid matrix porosity is supposed to be bound and not to flow freely thus not part of the interstitial fluid of the poroelastic model.

To study the averaged interstitial fluid velocity through porous matrix, a poroelastic hollow cylinder is studied under a cyclic loading. Poroelasticity theory is used to describe material's constitutive laws. Equations of motion are given in the quasi-static case. Then, hypotheses and boundaries conditions are described. The problem is solved and the averaged fluid velocity is detailed. Results, their consequences and limitations are discussed for an osteon's model.

Constitutive laws are given for the porous bone matrix and interstitial fluid in (1), where σ is the stress tensor, ϵ is the strain tensor, p is the interstitial fluid pressure and ξ the fluid content variation. The fourth order stiffness tensor \mathbf{C} is supposed to be isotropic transverse. It depends only on E_r and E_z , respectively radial and longitudinal Young moduli of porous material, and on ν_r et ν_z , the radial and longitudinal Poisson's ratios, respectively. The Biot effective stress tensor α is taken to be isotropic transverse with the same principal directions as the compliance tensor. The Biot modulus is denoted M . The trace operator is designated by tr .

Linear momentum conservation equations are simplified for the quasi-static case and gives (2). Darcy's law is combined with the mass conservation law to obtain (3), giving a relation between displacements and fluid pressure. Permeability $K = \kappa/\mu$ is given by the intrinsic permeability κ and the fluid viscosity μ .

Cylinder radii are designated by a for the inside radius and b for the outside one. In cylindrical coordinates, unit vectors for the radial and longitudinal directions are designated by \mathbf{r} and \mathbf{z} respectively. Pressure inside the interior canal is used as a reference. There is no fluid flow through the exterior surface. Longitudinal cyclic loading is imposed at an amplitude of $\varepsilon_{z_0}h$ (h being the height of the sample) and at the ω pulsation. Boundary conditions corresponding to this problem are given by (4)–(7). The model is supposed to be axisymmetric and the displacement field to follow (8) where U_r is the radial displacement and U_z the longitudinal one. Fluid flow is supposed to be only radial.

Pressure distribution in the porous cylinder is given in (9)–(12). The function Re designates the real part of a complex number. Functions I_j et K_j are the modified Bessel function of j th order. The constant c is the

consolidation constant and is given by (11) where the term C_{11} is a component of the stiffness tensor. Averaged fluid velocity is obtained from Darcy's law in Eqs. (13) and (14).

This solution is used to study an osteon's behavior. Boundary conditions correspond to fluid flow in the osteon. The haversian canal, the inside canal, plays a reservoir's role [1]. Pressure inside this canal, and thus on the interior surface, is used as a reference pressure. The cement line is supposed to be impermeable. Consequently, there is no fluid flow through the exterior surface.

Averaged fluid velocity is calculated with values from the literature [8]. Dimensionless velocity (velocity divided by its value in $r = a$) is shown in Fig. 1 for different times of a loading cycle. The exterior surface is impermeable and fluid flow is null at $r = b$. The fluid velocity magnitude is proportional to cyclic loading amplitude ε_{z_0} . It also depends on effective stress coefficients and Poisson's ratio. Longitudinal Poisson's ratio ν_z plays a role since the loading is longitudinal and the flow is radial. Fluid flow was considered to be only radial since canals where fluid flows radiate in the osteon. One limitation is to consider a homogeneous porosity and permeability of the porous matrix. Variable permeability and porosity could lead to a better approximation of fluid flow distribution in the porous matrix. Furthermore, the osteon's lamellar structure is simplified in this model but could be incorporated, leading to a better understanding of the structure's influence of fluid flow, especially between two unjoined lamellae.

Compressibility of phases allows one to consider the relative contribution of fluid pressure to the stress field. Fluid contribution is low since porosity is on the order of 5%. However it needs to be taken into account since it will influence fluid velocity through the porous matrix. The solution of Zeng et al. [7] gave a similar pressure distribution, but its magnitude is around 6% lower. Low porosity value explains this small difference and that fluid role in the poroelastic model is not very important. However since the pressure distribution is similar, these results allow to refine mechano-transduction signals in Zeng et al. model [7] by using the exact magnitude.

Furthermore, these results are consistent with those from Zhang and Cowin [10]. They showed that fluid role in effective stress field is proportional to porosity. In this case, porosity is low and approximated elastic stress field gives a good estimate of pressure distribution although it underestimates pressure amplitude and thus fluid flow velocity.

Close-form solution of a poroelastic hollow cylinder modeling an osteon enabled to study averaged fluid variations. Compressibility of phases influences averaged fluid velocity distribution and value. This model shows that for an osteon in compact bone, the fluid does not have a major role in stress distribution. However, taking fluid flow into account leads to a better approximation of fluid velocity. This solution can be used as a benchmark for numerical simulation studies. This present work can naturally lead to studying the influence of cyclic loading, especially its frequency, and phases compressibility on mechano-transduction signals.

1. Introduction

L'os cortical est un type de tissu poreux et saturé de fluide présent à la périphérie des os longs [1]. Il est soumis à des chargements cycliques provenant d'activités quotidiennes telle que la marche. Les propriétés mécaniques du tissu osseux évoluent en fonction des chargements mécaniques subis. Des expériences menées par Lanyon et al. [2] ont montré non seulement que le tissu osseux s'adapte au chargement mécanique mais que cette adaptation est plus importante pour des chargements cycliques que pour des chargements statiques. Les mécanismes de stimulation induisant ce processus d'adaptation, appelé remodelage osseux, pourraient être liés à la circulation du fluide interstitiel [3]. La circulation du fluide interstitiel dans l'os s'effectue au niveau des ostéons, structures cylindriques élémentaires qui constituent l'os cortical, lesquels sont renouvelés lors du remodelage osseux [4]. Un ostéon est constitué de lamelles concentriques de matrice osseuse autour d'un canal haversien. L'écoulement est supposé être dû en partie au chargement mécanique de l'os [3].

La théorie de la poroélasticité initiée par Biot permet de prendre en compte l'interaction fluide-solide et de modéliser au niveau macroscopique l'écoulement moyen du fluide dans un milieu poreux tel que l'os cortical [5].

Cette théorie a été utilisée par Weinbaum et al. [6] et Zeng et al. [7] pour proposer un modèle du comportement d'un ostéon. Zeng et al. [7] ont considéré un ostéon modélisé par un cylindre poroélastique creux soumis à un chargement cyclique. La solution de ce problème est approchée par celle d'un problème d'élasticité classique dont le champ de contraintes est obtenu. Ce champ de contraintes est alors utilisé pour déterminer la répartition en pression du fluide saturant la matrice poreuse. Les contraintes liées à la présence du fluide dans la matrice poreuse sont donc négligées. Zhang et Cowin [8] ont donné la solution analytique du problème d'une poutre de section droite rectangulaire poroélastique soumise à un chargement cyclique combiné en traction, compression et flexion. La solution de ce dernier problème n'est pas utilisable pour un ostéon, car la géométrie de l'ostéon est cylindrique. De plus, cette solution suppose que le tissu osseux est isotrope, alors que ces propriétés mécaniques radiales et longitudinales sont différentes [1]. Abousleiman et Cui [9] ont proposé une méthode de résolution pour ce type de problème poroélastique en géométrie cylindrique, laquelle pourrait être utilisée pour le modèle d'un ostéon. Toutefois, la solution complète dans le domaine temporel n'est pas explicitée.

Cette étude se propose d'obtenir la solution spatio-temporelle du problème poroélastique d'un cylindre creux chargé cycliquement sur l'une de ses bases. Les propriétés mécaniques sont supposées isotropes transverses. De plus, les phases fluide et solide sont considérées comme compressibles. Cette solution exacte en régime établi permet de calculer la vitesse moyenne d'écoulement du fluide dans la matrice poreuse. La solution analytique peut de plus servir de référence pour des simulations numériques en poroélasticité. Ce modèle est basé sur la géométrie cylindrique de l'ostéon et sur son caractère poroélastique. Il apporte dès lors des éléments aidant à la compréhension du comportement du fluide interstitiel saturant la matrice poreuse de l'ostéon. Le modèle prend en compte la porosité lacunocanaliculaire, laquelle est supposée radiale et homogène. Le fluide situé à l'intérieur de la matrice solide de l'ostéon est supposé fixe par rapport à la matrice et ne fait donc pas partie du fluide en mouvement.

Pour étudier la vitesse moyenne d'écoulement du fluide dans un milieu poreux, le comportement d'un cylindre creux chargé cycliquement est décrit par la théorie de la poroélasticité. Cette théorie est utilisée pour écrire les lois de comportement du matériau supposé transverse isotrope. Les équations du mouvement sont ensuite explicitées dans le cas quasi-statique. Puis, les hypothèses et les conditions aux limites du modèle sont détaillées. Le problème est résolu et la vitesse moyenne d'écoulement en régime établi est obtenue. Les résultats obtenus, leurs implications et leurs limites pour la description du comportement d'un ostéon ainsi idéalisé sont discutés.

2. Équations de la poroélasticité dans le cas quasi-statique

2.1. Lois de comportement

Le matériau constituant le cylindre est modélisé par une matrice poreuse élastique déformable, transverse isotrope et à porosité constante, saturée par un fluide visqueux newtonien. La matrice et le fluide sont supposées compressibles. Les lois de comportement de ce matériau sont :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\alpha}p \\ p &= M(\xi - \text{tr}(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\varepsilon}))\end{aligned}\tag{1}$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ désigne le tenseur des contraintes totales, $\boldsymbol{\varepsilon}$ est le tenseur des petites déformations, p est la pression du fluide interstitiel et ξ est la variation de teneur en fluide de la structure. En outre, tr désigne l'opérateur trace. Le tenseur du quatrième ordre de rigidité dans le cas drainé, noté \mathbf{C} , ne dépend que de E_r et E_z , modules d'Young radial et longitudinal du matériau considéré respectivement, et de ν_r et ν_z coefficients de Poisson radial et longitudinal respectivement. Le tenseur du second ordre des coefficients de contraintes effectives de Biot est noté $\boldsymbol{\alpha}$. Il est supposé isotrope transverse et ses directions principales sont alignés avec celles du tenseur de rigidité. Le module de Biot est noté M .

2.2. Équations du mouvement

Les forces de volume et d'inertie sont négligées dans les équations du mouvement de la structure. Ces dernières s'écrivent alors :

$$\operatorname{div}(\mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}) - \boldsymbol{\alpha} \operatorname{grad}(p) = 0 \quad (2)$$

où les opérateurs div et grad désignent respectivement la divergence et le gradient.

En combinant les lois de Darcy et de conservation de la masse, les champs de déplacement et de pression sont liés par la relation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{M} p + \operatorname{tr}(\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\varepsilon}) \right) = K \Delta p \quad (3)$$

où $K = \kappa/\mu$ désigne la perméabilité de la structure osseuse saturée de fluide interstitiel, laquelle dépend la perméabilité intrinsèque κ et de la viscosité dynamique du fluide interstitiel μ .

3. Définition du problème

3.1. Géométrie et conditions aux limites

La géométrie considérée est un cylindre creux de section droite circulaire dont les rayons intérieur et extérieur sont respectivement a et b . On utilise les coordonnées cylindriques ; les vecteurs unitaires des directions radiale et longitudinale sont notées \mathbf{r} et \mathbf{z} respectivement.

L'écoulement du fluide est considéré comme uniquement radial. Le canal intérieur est rempli de fluide dont la pression est utilisée comme référence. La surface extérieure du cylindre est considérée comme parfaitement imperméable. Le vecteur contrainte dans la direction \mathbf{r} est supposée nulle sur la surface du canal intérieur. Le cylindre est soumis à un chargement cyclique sur sa base supérieure : des déplacements axiaux cycliques d'amplitude $\varepsilon_{z_0} h$ (h est la hauteur du cylindre) et de pulsation ω sont imposés.

Les conditions aux limites sont alors données par :

- en $r = a$, pression nulle et absence de contrainte dans la direction \mathbf{r} :

$$p = 0, \quad -\boldsymbol{\sigma}\mathbf{r} = \mathbf{0} \quad (4)$$

- en $r = b$, gradient de pression nul dans la direction \mathbf{r} :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

- en $z = 0$, gradient de pression et déplacement nuls dans la direction \mathbf{z} :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad \mathbf{U} \cdot \mathbf{z} = 0 \quad (6)$$

- en $z = h$, gradient de pression nul et déplacement imposé dans la direction \mathbf{z} :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad \mathbf{U} \cdot \mathbf{z} = \varepsilon_{z_0} h \sin(\omega t) \quad (7)$$

La symétrie de révolution autour de l'axe du cylindre et les caractéristiques du chargement permettent de supposer que les champs sont indépendants de la variable angulaire.

Le champ de déplacement de la matrice solide est supposé de la forme :

$$\mathbf{U} = U_r(r, t)\mathbf{r} + U_z(z, t)\mathbf{z} \quad (8)$$

où U_r et U_z sont respectivement les déplacements radial et longitudinal.

3.2. Solution du problème

Le caractère axisymétrique du problème posé et l'hypothèse sur la forme du champ des déplacements permet de montrer que la solution permanente pour la pression est de la forme :

$$p(r, t) = p_a g(r, t) \quad (9)$$

où p_a est l'amplitude de la pression en régime permanent et $g(r, t)$ la fonction donnée par :

$$g(r, t) = \operatorname{Re} \left(\left(\frac{K_1(\sqrt{i\omega/c} b) I_0(\sqrt{i\omega/c} r) + I_1(\sqrt{i\omega/c} b) K_0(\sqrt{i\omega/c} r)}{K_1(\sqrt{i\omega/c} b) I_0(\sqrt{i\omega/c} a) + I_1(\sqrt{i\omega/c} b) K_0(\sqrt{i\omega/c} a)} - 1 \right) e^{i\omega t} \right) \quad (10)$$

où Re signifie partie réelle du nombre complexe et c désigne la constante de consolidation. Les fonctions de Bessel modifiées d'ordre j de première et de seconde espèce sont notées I_j et K_j respectivement.

La constante de consolidation c est donnée par la relation :

$$c = \frac{\kappa}{\mu} \frac{C_{11} M}{M \alpha_{rr}^2 + C_{11}} \quad (11)$$

où $C_{11} = E_r(E_z - E_r \nu_z^2) / ((1 + \nu_r)(E_z - E_r \nu_r - 2E_r \nu_z^2))$ (composante du tenseur de rigidité drainé).

L'amplitude de la pression p_a est fonction des coefficients caractérisant le comportement du matériau poroélastique et s'écrit :

$$p_a = M(\alpha_{zz} - 2\alpha_{rr} \nu_z) \varepsilon_{z_0} \quad (12)$$

La vitesse moyenne d'écoulement radiale du fluide v_r dans la matrice poreuse est donnée par la loi de Darcy :

$$v_r = -\frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (13)$$

soit

$$v_r = -\frac{\kappa}{\mu} p_a \operatorname{Re} \left(\sqrt{\frac{i\omega}{c}} \left(\frac{K_1(\sqrt{i\omega/c} b) I_1(\sqrt{i\omega/c} r) - I_1(\sqrt{i\omega/c} b) K_1(\sqrt{i\omega/c} r)}{K_1(\sqrt{i\omega/c} b) I_0(\sqrt{i\omega/c} a) + I_1(\sqrt{i\omega/c} b) K_0(\sqrt{i\omega/c} a)} \right) e^{i\omega t} \right) \quad (14)$$

4. Résultats et implications pour l'ostéon

Le cylindre poroélastique chargé cycliquement est utilisé pour étudier le comportement biomécanique d'un ostéon, élément unitaire de l'os cortical. Les conditions aux limites utilisées sont caractéristiques de celles que l'on peut supposer dans l'ostéon. Le canal haversien, ici le canal intérieur du cylindre, joue le rôle d'un réservoir de fluide [1]. La pression à l'intérieur de ce canal, et donc sur la surface intérieure du cylindre est utilisée comme référence. Il est de plus supposé que la ligne cémentante à la périphérie de l'ostéon est imperméable et qu'il n'y a donc pas d'écoulement au niveau de la surface extérieure du cylindre. L'écoulement a été supposé radial puisque les canaux où s'écoule le fluide sont orientés radialement.

Les valeurs des constantes poroélastiques pour l'os cortical données dans la littérature sont utilisées pour tracer la vitesse moyenne d'écoulement [8]. La constante de consolidation est égale à $c = 3,76 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ et la fréquence à $f = 1 \text{ Hz}$. Les dimensions de l'ostéon sont $a = 25 \text{ } \mu\text{m}$ et $b = 130 \text{ } \mu\text{m}$. La vitesse moyenne v_r adimensionnalisée par sa valeur en $r = a$, laquelle est notée v_0 , est tracée sur la Fig. 1 pour différents instants du cycle en fonction du rayon r adimensionnalisé par le rayon extérieur b .

La vitesse est nulle en $r = b$ puisque la surface est imperméable. L'amplitude de la vitesse moyenne d'écoulement est proportionnelle à l'amplitude de la sollicitation cyclique ε_{z_0} . Elle dépend des coefficients de contraintes effectives et des coefficients de Poisson de la matrice solide. Le coefficient de Poisson ν_z intervient dans cette expression puisque la sollicitation est longitudinale et induit un écoulement radial.

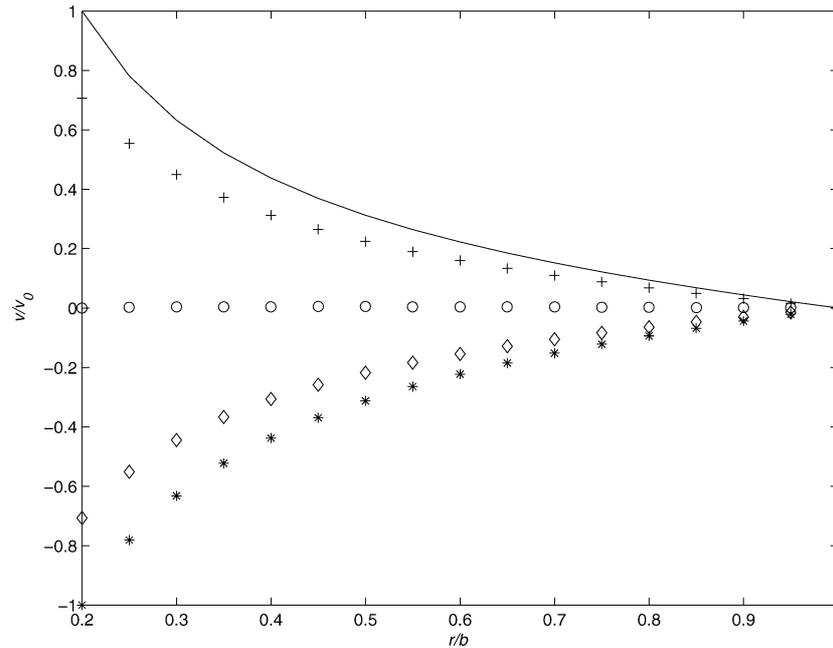


Fig. 1. Vitesse moyenne d'écoulement adimensionnée en fonction du rayon adimensionné r/b pour une fréquence de sollicitation $f = 1$ Hz pour les instants : $t = 0$ (trait continu), $t = 0,125$ s (+), $t = 0,25$ s (o), $t = 0,375$ s (◇), $t = 0,5$ s (*).

Fig. 1. Dimensionless fluid velocity as a function of the dimensionless radius r/b for 1 Hz cyclic loading at times $t = 0$ (solid line), $t = 0.125$ s (+), $t = 0.25$ s (o), $t = 0.375$ s (◇), $t = 0.5$ s (*).

L'hypothèse simplificatrice de porosité et de perméabilité homogènes n'est sûrement pas parfaitement vérifiée puisque la répartition de ces canaux n'est pas complètement uniforme. L'introduction d'une porosité et d'une perméabilité variable peut donc être envisagée. De plus, la structure lamellaire de l'ostéon est simplifiée en utilisant un matériau continu et élastique alors que cette structure pourrait influencer l'écoulement du fluide à travers la matrice solide en particulier entre deux lamelles consécutives non jointives.

L'hypothèse de compressibilité des phases fluide et solide de l'os cortical permet de prendre en compte la contrainte supportée par la partie fluide du milieu poroélastique. Dans le cas de l'os compact, cette contrainte est faible relativement à la contrainte supportée par la matrice poreuse solide. Elle doit néanmoins être prise en compte puisqu'elle induit une différence sur l'amplitude de la pression, et donc sur la vitesse moyenne d'écoulement à travers l'ostéon. La solution proposée par Zeng et al. [7] donne une répartition en pression identique mais une amplitude inférieure d'environ 6%. Cette différence faible s'explique par une porosité faible, et par conséquent un rôle du fluide peu significatif dans le comportement poroélastique du tissu osseux. Néanmoins les résultats obtenus permettent d'augmenter la précision des prédictions de l'intensité des signaux de mécanotransduction envisagées dans le modèle de Zeng et al. [7]. En effet, la forme de la solution est identique pour la répartition en pression et seule l'amplitude doit être modifiée.

De plus, ces résultats sont cohérents avec ceux de Zhang et Cowin [10]. Ces auteurs ont montré que le rôle du fluide dans la répartition des contraintes est proportionnel à la porosité. Dans le cas de la porosité lacuno-canaliculaire, la porosité est faible et la solution approchée du modèle élastique donne une bonne estimation de la répartition de pression du fluide mais sous-estime l'amplitude de la pression, donc celle de la vitesse.

5. Conclusion

La solution analytique exacte du modèle poroélastique d'un cylindre axisymétrique creux, en régime établi, a permis de décrire les variations de la vitesse d'écoulement du fluide. La prise en compte de la compressibilité des phases montre que celle-ci influence la répartition et l'amplitude de la vitesse moyenne d'écoulement. Ce résultat appliqué à la modélisation de l'ostéon montre que le rôle du fluide dans la répartition des contraintes est faible puisque la porosité est faible. Sa prise en compte permet une meilleure estimation de la vitesse d'écoulement du fluide dans la matrice poreuse. Enfin, cette solution exacte peut aussi être utilisée comme référence pour des simulations numériques et permet de prendre en compte la spécificité d'un modèle poroélastique en incluant les effets des contraintes partielles dues au fluide. L'étude de l'influence du chargement cyclique, en particulier de sa fréquence, et de la compressibilité des phases sur les signaux de mécanotransduction sont les prolongements naturels de ce travail.

Références

- [1] S.C. Cowin, *Bone Mechanics Handbook*, second ed., CRC Press, Boca Raton, FL, 2001.
- [2] L.E. Lanyon, Functional strain as a determinant for bone remodeling, *Calcified Tissue Int.* 36 (Suppl. 1) (1984) S56–S61.
- [3] E.H. Burger, J. Klein-Nulend, Mechanotransduction in bone—role of the lacuno-canalicular network, *Faseb J.* 13 (Suppl.) (1999) S101–S112.
- [4] R.B. Martin, D.B. Burr, N.A. Sharkey, *Skeletal Tissue Mechanics*, first ed., Springer, New York, 1998.
- [5] M.A. Biot, Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid, *J. Appl. Phys.* 26 (2) (1955) 182–185.
- [6] S. Weinbaum, S.C. Cowin, Y. Zeng, A model for the excitation of osteocytes by mechanical loading-induced bone fluid shear stresses, *J. Biomech.* 27 (3) (1994) 339–360.
- [7] Y. Zeng, S.C. Cowin, S. Weinbaum, A fiber matrix model for fluid flow and streaming potentials in the canaliculi of an osteon, *Ann. Biomed. Eng.* 22 (3) (1994) 280–292.
- [8] D. Zhang, S. Weinbaum, S.C. Cowin, On the calculation of bone pore water pressure due to mechanical loading, *Int. J. Solids Struct.* 35 (34–35) (1998) 4981–4997.
- [9] Y. Abousleiman, L. Cui, Poroelastic solutions in transversely isotropic media for wellbore and cylinder, *Int. J. Solids Struct.* 35 (34–35) (1998) 4905–4929.
- [10] D. Zhang, S.C. Cowin, Oscillatory bending of a poroelastic beam, *J. Mech. Phys. Solids* 42 (10) (1994) 1575–1599.