



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com



C. R. Mecanique 333 (2005) 179–186



COMPTES RENDUS

MECANIQUE

<http://france.elsevier.com/direct/CRAS2B/>

Convection mixte en fluide binaire avec effet Soret : étude analytique de la transition vers les rouleaux transversaux 2D

Estelle Piquer^a, Marie-Catherine Charrier-Mojtabi^a, Mejdj Azaiez^b,
Abdelkader Mojtabi^{c,*}

^a Laboratoire d'énergétique (LESETH), EA 810, UFR PCA, université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex, France

^b Laboratoire MASTER, ENSCPB, 16, avenue Pey Berland, 33607 Pessac cedex, France

^c IMFT, UMR CNRS/INP/UPS 5502, UFR MIG, université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex, France

Reçu le 2 février 2004 ; accepté après révision le 21 septembre 2004

Disponible sur Internet le 21 novembre 2004

Présenté par René Moreau

Résumé

Dans cette Note on étudie la convection mixte en fluide binaire avec effet Soret en canal rectangulaire chauffé par le bas. On s'intéresse plus particulièrement à la transition vers les rouleaux transversaux 2D qui apparaissent pour de faibles nombres de Reynolds et de Rayleigh. L'analyse de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille, stratifié linéairement en température et concentration, montre l'influence du facteur de séparation sur le nombre de Rayleigh critique de la transition vers les rouleaux transversaux. A faible nombre de Reynolds, on met en évidence la présence de rouleaux se propageant dans le même sens ou en sens inverse de l'écoulement moyen. On montre également que dans ces conditions, la fréquence de propagation des rouleaux correspond à la somme des fréquences obtenues en convection mixte thermique et en convection naturelle thermosolutale. **Pour citer cet article : E. Piquer et al., C. R. Mecanique 333 (2005).**

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Mixed convection in binary fluid with Soret effect: study of the transition towards transverse 2D rolls. This Note deals with mixed convection in binary fluid with Soret effect in a rectangular duct heated from below. In particular, we study the transition towards transverse 2D rolls appearing at low Reynolds and Rayleigh numbers. The linear stability analysis of Poiseuille flow, with linearly stratified temperature and concentration fields, shows the influence of the separation ratio on the critical Rayleigh number at the transition towards the transversal 2D convective patterns. It highlights the presence, at low Reynolds numbers, of propagating transverse rolls in the downwards as well as in the upwards direction. Finally, we point out that, under these conditions, the propagating frequency of the rolls is the sum of two well defined frequencies: the first related to the Reynolds, the second to the separation ratio. **To cite this article: E. Piquer et al., C. R. Mecanique 333 (2005).**

© 2004 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : mojtabi@cict.fr (A. Mojtabi).

Mots-clés : Mécanique des fluides ; Convection mixte ; Mélange binaire ; Effet Soret ; Stabilité linéaire

Keywords: Fluid mechanics; Mixed convection; Binary fluid; Soret effect; Linear stability

Abridged English version

Many works on mixed convection in pure fluid are available since at least one decade [1–7], but only a few deal with mixed convection in binary fluid with Soret effect [8] (i.e. a mass flux induced by a temperature gradient). The present work, belongs to the last mentioned studies and has practical applications, e.g. in C.V.D. (Chemical Vapour Deposition), of interest in the electronic industry.

We consider a Poiseuille–Rayleigh–Bénard flow between two parallel and horizontal planes, heated from below, in the 2D approximation. We study the transition from the Poiseuille flow, linearly stratified in temperature and concentration, towards the transversal 2D roll patterns (i.e. with their axis perpendicular to the mean flow). This transition appears at low Rayleigh and Reynolds numbers. The linear stability analysis is performed for different values of the separation ratio ($\Psi < 0$ or $\Psi > 0$) and at fixed Lewis and Prandtl numbers.

First, we write the dimensionless equations describing the problem, in the frame of the Boussinesq approximation (Eq. (1)): the equation of continuity, the Navier–Stokes equation, the energy equation and the conservation of the species (system (2)). The associated boundary conditions are described in Eqs. (3).

For low Rayleigh and Reynolds numbers, the Poiseuille flow, linearly stratified in temperature and concentration, is the solution of the system (2) satisfying the boundary conditions (3). The corresponding temperature and concentration fields are independent of the downstream direction x and are linear functions of the vertical direction z . We investigate the transition between this basic state and the onset of transverse 2D rolls.

The dimensionless system (4), describing the dynamics of small perturbations, is associated with the boundary conditions Eqs. (5) and (6). The normal mode analysis (Eq. (7)) is introduced into system (4) and leads, after eliminations of the horizontal velocity component $\hat{u}(z)$ and the pressure $\hat{p}(z)$, to the system (8) with the boundary conditions (9). The perturbations are then expanded using the polynomial form (Eqs. (10)) and the system (8) is solved by the Galerkin method, using a symbolic code. We did recover some previous results of the literature (e.g. $Ra_{C0} = 1707.76$ together with $k_C = 3.12$ when $\Psi = 0$ and $Re = 0$) (Table 1), but we also point out some new observations.

For $\Psi > 0$ and a fixed Reynolds number, more the separation ratio increases more the flow is destabilised (Fig. 1). On the Fig. 1 one can notice that the higher the Reynolds number is, the less the Soret effect is perceptible.

For $\Psi < 0$, the higher the separation ratio is (in absolute value), the more the flow is stabilised (Fig. 3). We also observe that the critical Rayleigh number $Ra_C > Ra_{C0}$. After the transition, transverse rolls appear (Fig. 2) with a propagating frequency $\pm\omega_{1C}$. The two frequencies correspond respectively to the downwards (ω_C^{**}) and upwards (ω_C^*) travelling waves (Fig. 4).

For low Reynolds numbers, the onset of convection might starts the pulsation of the rolls $\omega_C(Re, \Psi)$, obtained at fixed Re and Ψ , is almost to the sum of two pulsations $\omega_{1C}(Re = 0, \Psi)$ and $\omega_{2C}(Re, \Psi = 0)$, which, respectively, correspond to the critical pulsation obtained in natural thermosolutal convection and in mixed thermal convection (Table 2).

To conclude, the originality of this work is that, for negative separation ratio, we point out the existence of two separate branches of rolls, one travelling with the mean flow and an other one opposite to the mean flow.

1. Introduction

L'étude de la convection mixte en fluide monoconstituant a fait l'objet de nombreux travaux durant les dix dernières années aussi bien du point de vue théorique (étude de stabilité linéaire, faiblement non-linéaire [1,2]),

que du point de vue numérique (étude 2D pour l'analyse des rouleaux transversaux [3,4] et 3D pour l'analyse des rouleaux longitudinaux [5]) et d'un point de vue expérimental (visualisation par plan laser et anémométrie laser [6,7]).

Ce sujet présente à la fois un intérêt fondamental et un intérêt pratique. En effet, la convection mixte permet d'expliquer certains phénomènes météorologiques et elle intervient dans des applications industrielles à forts enjeux économiques tel que le refroidissement ou la fabrication de composants électroniques.

Le travail présenté ici, à savoir l'étude de la convection mixte en fluide binaire avec prise en compte de l'effet Soret (i.e. gradient de concentration induit par un gradient de température), constitue une extension des travaux antérieurs avec comme application pratique, par exemple, la C.V.D. (dépôts de vapeurs chimiques). Ce sujet est actuellement ouvert et très peu de publications sont disponibles dans la littérature [8].

On considère l'écoulement de Poiseuille Rayleigh-Bénard entre deux plaques parallèles et horizontales, dans l'approximation 2D.

On étudie la transition de l'écoulement de Poiseuille, stratifié linéairement en température et concentration, vers les rouleaux transversaux 2D (dont l'axe est perpendiculaire à l'écoulement moyen imposé par le gradient de pression). Cette transition a lieu pour de faibles nombres de Reynolds. L'étude de stabilité linéaire est effectuée pour différentes valeurs du facteur de séparation (positif ou négatif) à nombres de Prandtl et de Lewis fixés.

2. Formulation mathématique

On considère une conduite parallélépipédique remplie par un fluide binaire pour lequel on prend en compte l'effet Soret. Dans toute la suite, nous nous plaçons dans l'approximation 2D, avec une cellule d'extension infinie dans la direction horizontale Ox et confinée dans la direction verticale Oz . Les parois horizontales, imperméables, sont maintenues aux températures uniformes T_1 en $z = 0$ et T_2 en $z = H$ où H est la hauteur de la conduite, avec $T_1 > T_2$. L'écoulement moyen est généré par un gradient de pression, constant, appliqué selon l'axe Ox de la conduite. Les équations régissant ce problème sont écrites dans le cadre de l'approximation de Boussinesq : les propriétés thermo-physiques du fluide binaire sont constantes à l'exception de la masse volumique ρ au niveau du terme générateur de la convection. Dans ce cas, la masse volumique dépend linéairement de la température locale et de la fraction massique :

$$\rho = \rho_{\text{réf}}(1 - \beta_T(T - T_{\text{réf}}) - \beta_C(C - C_{\text{réf}})) \quad (1)$$

où β_T et β_C sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et massique, T est la température dimensionnelle et C est la fraction massique du constituant le plus dense du mélange.

Ainsi les équations adimensionnelles de continuité, de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et de conservation des espèces chimiques, prenant en compte l'effet Soret, s'écrivent :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V}^* = 0 \\ \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial \mathbf{V}^*}{\partial t^*} + \mathbf{V}^* \cdot \nabla \mathbf{V}^* \right) = -\frac{1}{Pr} \nabla P^* + \nabla^2 \mathbf{V}^* + Ra_T(T^* + \psi C^*) \mathbf{k} \\ \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{V}^* \cdot \nabla T^* = \nabla^2 T^* \\ \frac{\partial C^*}{\partial t^*} + \mathbf{V}^* \cdot \nabla C^* = \frac{1}{Le} (\nabla^2 C^* - \nabla^2 T^*) \end{cases} \quad (2)$$

Les grandeurs de référence choisies pour rendre adimensionnel le problème sont H pour la longueur, a/H pour la vitesse où a désigne la diffusivité thermique du fluide, H^2/a pour le temps, $\rho_{\text{réf}} (a^2/H^2)$ pour la pression, δT pour la température et δC pour la concentration. Les variables adimensionnelles sont alors :

$$x^* = \frac{x}{H}; \quad z^* = \frac{z}{H}; \quad V^* = \frac{V}{a/H}; \quad t^* = \frac{a}{H^2} t; \quad P^* = \frac{P}{\rho_{\text{réf}} a^2 / H^2}; \quad T^* = \frac{T - T_2}{\delta T}; \quad C^* = \frac{C - C_{\text{réf}}}{\delta C}$$

où $\delta T = T_1 - T_2$, $C_{\text{réf}}$ la fraction massique initiale du constituant le plus dense $C_{\text{réf}} = C_i$ et $\delta C = -\delta T C_i (1 - C_i) (D_T/D)$, où D_T et D sont respectivement le coefficient de thermodiffusion et le coefficient de diffusion de Fick du constituant le plus dense.

Les conditions aux limites associées sont :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{V}^* = 0 & \forall x^* \text{ pour } z^* = 0, 1 \\ T^* = 1 & \text{pour } z^* = 0 \\ T^* = 0 & \text{pour } z^* = 1 \\ \nabla C^* \cdot \mathbf{n} = \nabla T^* \cdot \mathbf{n} & \text{pour } z^* = 0 \\ \nabla C^* \cdot \mathbf{n} = \nabla T^* \cdot \mathbf{n} & \text{pour } z^* = 1 \end{array} \right. \quad (3)$$

Le problème considéré est ainsi régi par cinq paramètres adimensionnels qui sont : le nombre de Reynolds : $Re = \rho U_0 H / \mu$ où μ est la viscosité dynamique et U_0 est la vitesse débitante, pas explicitement présent dans le système d'équations (2), mais qui intervient par le biais des conditions aux limites ; le nombre de Rayleigh thermique : $Ra_T = (g \beta_T \delta T H^3) / (\nu a)$ où ν désigne la viscosité cinématique ; le facteur de séparation : $\psi = -(\beta_C / \beta_T) (D_T / D) C_i (1 - C_i)$; le nombre de Prandtl : $Pr = \nu / a$ et le nombre de Lewis : $Le = a / D$. Par la suite, les grandeurs adimensionnelles seront non étoilées afin d'alléger la notation.

3. Transition vers les rouleaux transversaux 2D

3.1. Écoulement de base

Pour de faibles valeurs des nombres de Rayleigh et de Reynolds, l'écoulement de Poiseuille, linéairement stratifié en température et en concentration, solution du système d'équations (2) avec les conditions aux limites (3) est physiquement observable. Cet écoulement de base est caractérisé par le champ de vitesse $\bar{\mathbf{V}}(\bar{u}(z), 0, 0)$ où $\bar{u}(z) = -6 Re Pr (z^2 - z)$.

Les champs de température et de concentration correspondants sont indépendants de x et sont des fonctions linéaires de z , définies par : $\bar{T}(z) = 1 - z$ et $\bar{C}(z) = c^{\text{st}} - z$.

3.2. Étude de la stabilité linéaire de l'écoulement de base

Pour étudier la stabilité de l'écoulement décrit à la Section 3.1, on introduit des perturbations infinitésimales :

$$\mathbf{v} = \mathbf{V} - \bar{\mathbf{V}}, \quad \theta = T - \bar{T}, \quad c = C - \bar{C} \quad \text{et} \quad p = P - \bar{P}, \quad \text{où } V, T, C \text{ et } P \text{ sont les quantités perturbées.}$$

En négligeant les termes du second ordre on obtient alors les équations linéaires aux perturbations (4) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \\ \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla(\bar{\mathbf{V}}) + \bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla(\mathbf{v}) \right) = -\frac{1}{Pr} \nabla p + \nabla^2 \mathbf{v} + Ra_T (\theta + \psi c) \mathbf{k} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla \theta + \mathbf{v} \cdot \nabla \bar{T} = \nabla^2 \theta \\ \frac{\partial c}{\partial t} + \bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla c + \mathbf{v} \cdot \nabla \bar{C} = \frac{1}{Le} (\nabla^2 c - \nabla^2 \theta) \end{array} \right. \quad (4)$$

auxquelles sont associées les conditions aux limites, en $z = 0$ et $z = 1$:

$$v = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

Afin de faciliter l'étude, nous introduisons la fonction $\eta = \theta - c$, en remplacement de la perturbation de concentration c , nous obtenons alors les conditions aux limites suivantes :

$$v = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \eta}{\partial z} = 0 \quad \text{en} \quad z = 0, 1 \tag{6}$$

Puisque l'on cherche à caractériser la transition entre l'écoulement de Poiseuille stratifié en température et en concentration et les rouleaux transversaux 2D d'axe Oy , perpendiculaire à l'axe Ox de la conduite, la perturbation du champ de vitesse se réduit à : $v = (u, 0, w)$.

Les perturbations sont développées en modes normaux sous la forme :

$$(\mathbf{v}, \theta, \eta) = (\hat{\mathbf{v}}(z), \hat{\theta}(z), \hat{\eta}(z)) e^{(Ikx - \sigma t)} \tag{7}$$

où k désigne le nombre d'onde dans la direction infinie Ox , $\sigma = \sigma_r + I\omega$ où σ_r est le facteur d'amplification temporelle de la perturbation et $I^2 = -1$.

Les perturbations sont remplacées par leurs expressions ci-dessus dans le système (4). En tenant compte de la forme de l'écoulement de base et en éliminant successivement $\hat{u}(z)$ et $\hat{p}(z)$, on obtient le système (7) en $(\hat{w}(z), \hat{\theta}(z), \hat{\eta}(z))$:

$$\begin{cases} L^2(\hat{w}) + \frac{\sigma}{Pr}L(\hat{w}) - \frac{Ik}{Pr}(\bar{u}L(\hat{w}) - D^2(\bar{u}\hat{w})) - Ra_T k^2(\hat{\theta}(1 + \psi) - \hat{\eta}\psi) = 0 \\ L(\hat{\theta}) - (I\bar{u}k - \sigma)\hat{\theta} + \hat{w} = 0 \\ \frac{1}{Le}L(\hat{\eta}) - (I\bar{u}k - \sigma)(\hat{\eta} - \hat{\theta}) - \hat{w} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

où l'opérateur D désigne $\frac{d}{dz}$ et l'opérateur $L = (D^2 - k^2)$.

Le nouveau système (8) ne dépend maintenant plus que de trois variables et quatre paramètres adimensionnels. Les conditions aux limites associées à ce système sont :

$$\hat{w} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} = 0, \quad \hat{\theta} = 0, \quad \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial z} = 0 \quad \text{en} \quad z = 0 \text{ et } z = 1 \tag{9}$$

Pour étudier la transition vers les rouleaux transversaux 2D, on détermine la courbe de stabilité marginale associée au système (8) et correspondant à $\sigma_r = 0$ par la méthode de Galerkin. Pour cela les fonctions $(\hat{w}(z), \hat{\theta}(z), \hat{\eta}(z))$ sont écrites sous la forme d'un développement de fonctions polynomiales vérifiant la totalité des conditions aux limites (9) :

$$\begin{aligned} \hat{w}(z) &= \sum_{n=1}^N a_n (z-1)^2 z^{n+1}, & \hat{\theta}(z) &= \sum_{n=1}^N b_n (z-1) z^n \quad \text{et} \\ \hat{\eta}(z) &= c_1 + c_2 (z^2 - 2z^3/3) + \sum_{n=1}^{N-2} c_{n+2} (z-1)^2 z^{n+1} \end{aligned} \tag{10}$$

où N correspond à l'ordre de troncature de l'approximation.

3.3. Exploitation et synthèse des résultats

L'étude de stabilité linéaire nous a permis de retrouver les résultats obtenus dans les cas limites classiques des problèmes de Rayleigh–Bénard et de Poiseuille Rayleigh–Bénard (Luijckx [1]) à partir de l'approximation d'ordre 4. Pour les autres cas, l'ordre de troncature qui assure la convergence augmente en fonction de $|\psi|$ et du nombre de Reynolds (Tableau 1).

Nous nous sommes restreints aux cas des faibles nombres de Reynolds ($Re \leq 5$) et nous avons considéré des facteurs de séparation positifs et négatifs, pour un nombre de Prandtl égal à 10 et un nombre de Lewis égal à 100

Tableau 1

 Ra_C en fonction de l'ordre d'approximation

Table 1

 Ra_C function of order of approximation

Re	$\Psi = 0$				$\Psi = -0,05$				
	$N = 2$	$N = 4$	$N = 5$	$N = 7$	$N = 3$	$N = 5$	$N = 7$	$N = 9$	$N = 11$
0,00	1749,98	1708,55	1707,76	1707,76	1816,26	1815,17	1815,36	1815,38	1815,38
0,01	1749,98	1708,56	1707,77	1707,77	1815,64	1814,81	1814,80	1814,82	1814,82
0,05	1749,98	1707,87	1707,87	1707,87	1813,17	1812,95	1812,92	1812,91	1812,90
0,07	1707,97	1707,97	1707,97	1707,97	1811,90	1812,08	1812,00	1812,00	1812,00
0,10	1750,00	1708,94	1708,94	1708,95	1810,64	1810,25	1810,08	1810,11	1810,11

(valeurs voisines de celle de l'eau salée). En effet, la thermodiffusion n'a plus d'effet pour des grands nombres de Reynolds.

En fluide monoconstituant, l'écoulement de Poiseuille retarde la naissance des rouleaux convectifs. Si on exclut la naissance des rouleaux longitudinaux, le nombre de Rayleigh critique, noté $Ra_0(Pr, Re)$, associé à la naissance des rouleaux transversaux augmente avec le nombre de Reynolds et dépend du nombre de Prandtl, contrairement au problème de Rayleigh–Bénard où le nombre de Rayleigh critique Ra_{0C} , associé à la première bifurcation est indépendant du nombre de Prandtl.

En convection thermosolutale, avec prise en compte de l'effet Soret, on montre [9] que pour une couche horizontale chauffée par le bas, la première transition est stationnaire pour $\Psi > 0$, alors que pour $\Psi < 0$, la première bifurcation est une bifurcation de Hopf avec des rouleaux propagatifs selon $x > 0$ ou $x < 0$. Qu'en est-il lorsque l'on superpose les effets dus à la convection mixte et à la convection naturelle thermosolutale ?

Pour $\Psi > 0$, le constituant le plus lourd migre vers la paroi supérieure froide rendant plus instable la solution d'équilibre ($Ra_C < Ra_{0C} = 1707,76$) alors que la présence de l'écoulement de base suivant x ($x > 0$) a un effet stabilisant. La Fig. 1 montre que plus on augmente le facteur de séparation Ψ , plus l'écoulement de Poiseuille est déstabilisé à Reynolds fixé. On montre également que pour un Ψ fixé, le nombre de Rayleigh critique Ra_C augmente avec le nombre de Reynolds Re , ce qui est en accord avec l'interprétation physique précédente. On remarque également que pour chaque ψ donné, il existe un nombre de Reynolds au-delà duquel la thermodiffusion n'a plus d'effet sur l'écoulement.

Pour $\Psi < 0$, le constituant le plus lourd migre vers la paroi chaude (i.e. vers le bas), assurant ainsi une plus grande stabilité à la solution de base pour toute valeur du nombre de Reynolds. Pour $Re = 0$, la solution de double diffusion perd sa stabilité pour un nombre de Rayleigh critique $Ra_C > Ra_{0C}$ avec une fréquence angulaire de propagation des rouleaux $\pm\omega_{1C}$. Nous présentons, Fig. 2, l'allure des rouleaux transversaux obtenus à partir de simulations numériques juste à la naissance de la convection.

Pour $\Psi = 0$ et $Re > 0$, la solution de base perd sa stabilité pour $Ra_C = Ra_0(Pr, Re) > Ra_{0C}$ et pour une fréquence angulaire de propagation des rouleaux $\omega_{2C} > 0$.

La Fig. 3 montre que, pour un Reynolds donné, ou un Ψ donné ($\Psi < 0$), plus on augmente $|\psi|$, ou Re , plus on stabilise l'écoulement. Pour $Re \ll 1$, nous avons mis en évidence pour des facteurs de séparation négatifs, la présence de deux branches de solutions distinctes à la naissance de la convection (Fig. 4). Ces solutions naissent avec des fréquences de propagations des rouleaux, correspondant à des pulsations positives ou négatives, ce qui traduit le fait que les rouleaux transversaux 2D vont se propager soit dans le sens de l'écoulement moyen, soit en sens inverse de l'écoulement moyen imposé par le gradient de pression externe.

Nous avons également montré que, pour de faibles nombres de Reynolds et des facteurs de séparation négatifs, la fréquence de propagation des rouleaux trouvée à la naissance de la convection mixte thermosolutale, est égale à

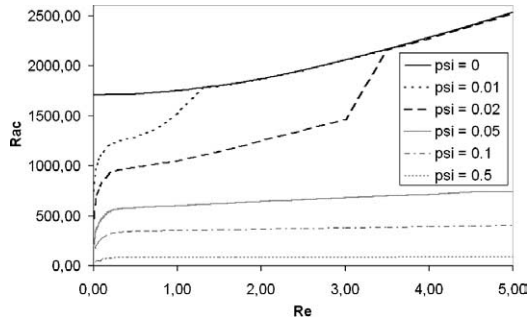


Fig. 1. $Ra_C = f(Re)$ pour différents $\Psi > 0$ à $Le = 100$ et $Pr = 10$.

Fig. 1. $Ra_C = f(Re)$ for different $\Psi > 0$ at $Le = 100$ et $Pr = 10$.

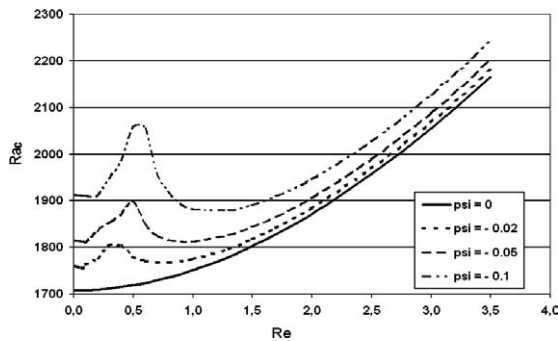


Fig. 3. $Ra_C = f(Re)$ pour différents $\Psi < 0$ à $Le = 100$ et $Pr = 10$.

Fig. 3. $Ra_C = f(Re)$ for different $\Psi < 0$ at $Le = 100$ and $Pr = 10$.

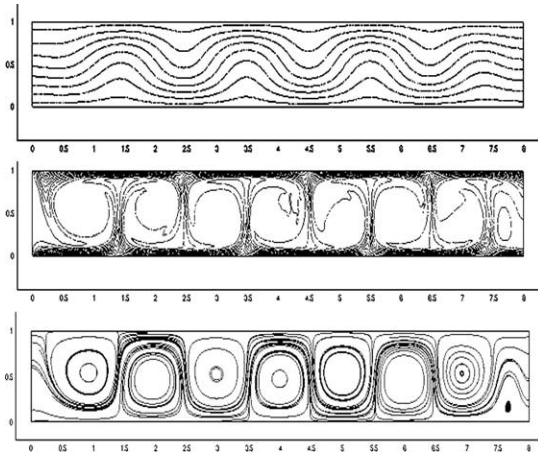


Fig. 2. Champs de température, de concentration et lignes de courant pour $Pr = 10$, $Le = 100$, $Re = 0,05$, $\Psi = -0,05$, $Ra = 2168$.

Fig. 2. Temperature and concentration fields and current lines for $Pr = 100$, $Le = 10$, $Re = 1$, $\Psi = -0.05$, $Ra = 2168$.

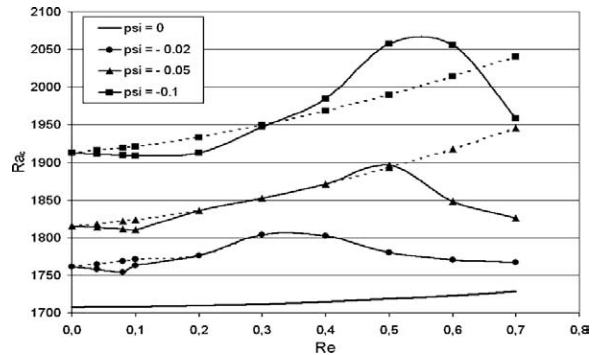


Fig. 4. $Ra_C = f(Re)$ pour $\Psi < 0$ et $Re < 1$. $Le = 100$ et $Pr = 10$. Lignes pointillées : ondes progressives allant dans le sens de l'écoulement, lignes pleines : ondes progressives allant en sens contraire de l'écoulement.

Fig. 4. $Ra_C = f(Re)$ for $\Psi < 0$ and $Re < 1$. $Le = 100$ and $Pr = 10$. Dashed lines: propagative waves going with the mean flow, full lines: propagative waves going against the mean flow.

la somme de la fréquence de Hopf obtenue en convection naturelle thermosolutale et la fréquence de propagation des rouleaux transversaux obtenue en convection mixte thermique, soit (Tableau 1) :

$$\omega_C(Re, \Psi) = \omega_{1C}(Re = 0, \Psi) + \omega_{2C}(Re, \Psi = 0) \tag{11}$$

4. Conclusion

L'étude de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille linéairement stratifié en température et concentration, nous a permis de montrer l'influence du facteur de séparation sur les critères d'apparition des rouleaux transver-

Tableau 2

$\omega_C = f(Re, \Psi)$ trouvée par l'analyse de stabilité linéaire et comparaison avec de $\omega_{C1} + \omega_{C2}$

Table 2

$\omega_C = f(Re, \Psi)$ found by the stability analysis and comparison with $\omega_{C1} + \omega_{C2}$

Re	$\Psi = 0$		$\Psi = -0,05$				$\Psi = -0,5$			
	ω_{C2}	$\omega_C^{(*)}$	$\omega_{C1} + \omega_{C2}$	$\omega_C^{(**)}$	$\omega_{C1} + \omega_{C2}$	$\omega_C^{(*)}$	$\omega_{C1} + \omega_{C2}$	$\omega_C^{(**)}$	$\omega_{C1} + \omega_{C2}$	
0,00	0,00	-4,45	-4,45	4,45	4,45	-19,44	-19,44	19,44	19,44	
0,01	0,40	-4,03	-4,04	4,86	4,85	-19,02	-19,04	19,87	19,85	
0,05	2,02	-2,38	-2,43	6,53	6,46	-17,30	-17,42	21,59	21,46	
0,07	2,83	-1,55	-1,62	7,37	7,27	-16,45	-16,62	22,46	22,27	
0,10	4,04	-0,33	-0,41	8,63	8,48	-15,17	-15,41	23,75	23,48	

$\omega_{C1} = \omega_C(Re = 0, \Psi)$ et $\omega_{C2} = \omega_C(Re, \Psi = 0)$. $\omega_C^{(*)}$ et $\omega_C^{(**)}$ pulsations des ondes allant respectivement contre et dans le sens de l'écoulement moyen. $\omega_C^{(*)}$ and $\omega_C^{(**)}$ wave pulsations going respectively in the upwards and downwards directions.

saux 2D. Nous nous sommes ensuite plus particulièrement intéressés au cas des facteurs de séparation négatifs et nous avons mis en évidence, à Re et Ψ donnés, l'existence d'ondes progressives rapides, dans le sens de l'écoulement moyen, ou plus lentes, dans le sens contraire à l'écoulement moyen. D'autre part, nous avons montré, qu'aux faibles valeurs de Re et Ψ , la pulsation critique obtenue à partir de l'analyse de stabilité linéaire est la somme de deux pulsations critiques clairement identifiées autrement dit : $\omega_C(\Psi, Re) = \omega_1(Re = 0, \Psi) + \omega_2(Re, \Psi = 0)$ et ceux pour les deux branches de solutions possibles.

Des simulations numériques 2D, effectuées à l'aide d'un code spectral de type collocation, ont permis de retrouver avec une bonne précision les résultats de l'analyse de stabilité linéaire.

Références

- [1] J.-M. Lwijkx. Influence de la présence de parois latérales sur l'apparition de la convection libre, forcée et mixte, Thèse de Doctorat, Université de Mons, Belgique, 1983.
- [2] H.-W. Müller, M. Lüke, M. Kamps, Transversal convection patterns in horizontal shear flow, *Phys. Rev. A* 45 (6) (1992) 3714–3725.
- [3] X. Nicolas, A. Mojtabi, J.-K. Platten, Two dimensional numerical analysis of the Poiseuille–Benard flow in a rectangular channel heated from below, *Phys. Fluids* 9 (2) (1997) 337–348.
- [4] X. Nicolas, P. Traore, A. Mojtabi, J.-P. Caltagirone, Augmented Lagrangian method and open boundary conditions in 2D simulation of Poiseuille–Bénard channel flow, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 25 (3) (1997) 265–283.
- [5] C.-H. Yu, M.-Y. Chang, T.-F. Lin, Structures of moving transverse and mixed rolls in mixed convection of air in a horizontal plane channel: a numerical study, *Int. J. Heat Mass Transfer* 40 (2) (1997) 333–346.
- [6] M.-T. Ouazzani, J.-K. Platten, A. Mojtabi, Étude expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes, *Int. J. Heat Mass Transfer* 33 (7) (1990) 1417–1427.
- [7] M.-T. Ouazzani, J.-K. Platten, A. Mojtabi, Intermittent patterns in mixed convection, *Appl. Sci. Res.* 51 (1993) 677–685.
- [8] P. Büchel, M. Lücke, Influence of through flow on binary fluid convection, *Phys. Rev. E* 61 (4) (2000) 3793–3810.
- [9] O. Sovran, M.-C. Charrier-Mojtabi, A. Mojtabi, Naissance de la convection thermo-solutale en couche poreuse infinie avec effet Soret, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. IIB* 329 (2001) 287–293.