



Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)



C. R. Mecanique 333 (2005) 293–298



<http://france.elsevier.com/direct/CRAS2B/>

# Étude de la rupture fragile d'un stratifié quasi-isotrope à plis tissés : mise en évidence d'une longueur interne

Noël Lahellec\*, Cyril Bordreuil, Christian Hochard

*Laboratoire de mécanique et d'acoustique, CNRS, 31, chemin Joseph-Aiguier, 13402 Marseille, France*

Reçu le 4 octobre 2004, accepté après révision le 14 décembre 2004

Disponible sur Internet le 18 janvier 2005

Présenté par Pierre Suquet

---

## Résumé

Cette Note traite de l'étude expérimentale et de la modélisation de la rupture fragile d'un stratifié quasi-isotrope. On met en évidence que la rupture de ce matériau ne peut être correctement estimée par un critère local en présence de forts gradients de contraintes. Un critère non local est identifié et appliqué à différentes structures. Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec ceux issus de la modélisation. *Pour citer cet article : N. Lahellec et al., C. R. Mecanique 333 (2005).*

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

## Abstract

**Brittle fracture of quasi-isotropic laminate: internal length characterisation.** This Note is an experimental and numerical study of the fracture of a quasi-isotropic laminate. It is shown that a local criteria fail to predict accurately such a fracture in the presence of large stress gradients. Good agreement is obtained with a nonlocal criteria involving a characteristic length which is determined experimentally. *To cite this article: N. Lahellec et al., C. R. Mecanique 333 (2005).*

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

*Mots-clés :* Rupture ; Rupture fragile ; Composite tissé ; Critère non-local ; Effet d'échelle

*Keywords:* Rupture; Brittle fracture; Woven laminate; Nonlocal criteria; Size effect

---

\* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : lahellec@lma.cnrs-mrs.fr (N. Lahellec), cyril\_bordreuil@yahoo.fr (C. Bordreuil), hochard@unimeca.univ-mrs.fr (C. Hochard).

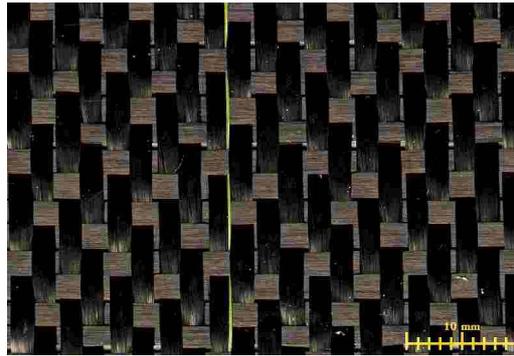


Fig. 1. Structure d'un pli tissé.

## 1. Introduction

Cette étude traite de la modélisation et de la caractérisation expérimentale de la rupture de composites stratifiés constitués de plis tissés. Ces plis tissés ont une forme complexe (voir Fig. 1) où des mèches de fibres de carbone sont tissées et imprégnées de résine epoxy. Les stratifiés sont généralement modélisés à l'échelle des plis, chaque pli étant considéré comme homogène et orthotrope. Pour décrire la rupture de ces plis, on utilise généralement des critères locaux de type multi-critère ou quadratique qui prennent en compte les différences de comportement des plis suivant les directions de sollicitation. Il existe également des modèles qui prennent en compte les non linéarités du matériau (endommagement, déformations anélastiques) principalement observées pour des sollicitations de cisaillement dans le repère du pli (Ladevèze [1], Hochard [2]). Notons que dans le cas de stratifiés quasi-isotropes tous ces modèles donnent des résultats similaires car, d'une part, les phénomènes non linéaires ne peuvent se développer et, d'autre part, la rupture est conditionnée par le comportement sens fibre qui est linéaire élastique fragile.

Les paramètres de ces modèles locaux sont généralement identifiés par des essais homogènes. Si on utilise ces paramètres pour prévoir la rupture d'une plaque trouée constituée d'un stratifié quasi-isotrope qui présente également un comportement global linéaire, on s'aperçoit que ces critères locaux en contrainte, en déformation ou autres, sous-estiment largement le chargement à rupture. Des études, dont [3], confirment que la rupture de ces matériaux hétérogènes est mal estimée par des critères locaux dans le cas de structures dont le champ de contrainte présente de forts gradients. Deux arguments peuvent expliquer cette caractéristique du comportement :

- L'argument statistique : la résistance de ces matériaux est liée à la présence de défauts. La probabilité d'activer un défaut dans une zone est proportionnelle à la taille de cette dernière. Ceci peut expliquer que pour prédire la rupture d'un tel matériau, un critère ne doit pas seulement tenir compte de la valeur de la contrainte, mais aussi de sa répartition.
- L'argument microstructural : dans le cas d'un essai homogène, la rupture d'un pli peut être décrite à partir d'un méso modèle où la contrainte est considérée constante sur l'épaisseur du pli bien que, microscopiquement, les contraintes soient plus élevées dans les fibres ou la matrice. De même dans le plan du pli, le matériau est hétérogène et la rupture du pli peut être associée à une contrainte moyenne maximale définie à partir d'une dimension ou d'une surface dans le plan, bien que localement elle soit plus élevée.

Ce travail concerne l'étude d'un critère non local introduisant une longueur interne en vue d'estimer la rupture de structures constituées de matériaux décrits plus haut. Le travail présenté est principalement expérimental et ne concerne que des stratifiés quasi-isotropes. Différentes structures présentant des gradients de contrainte différents

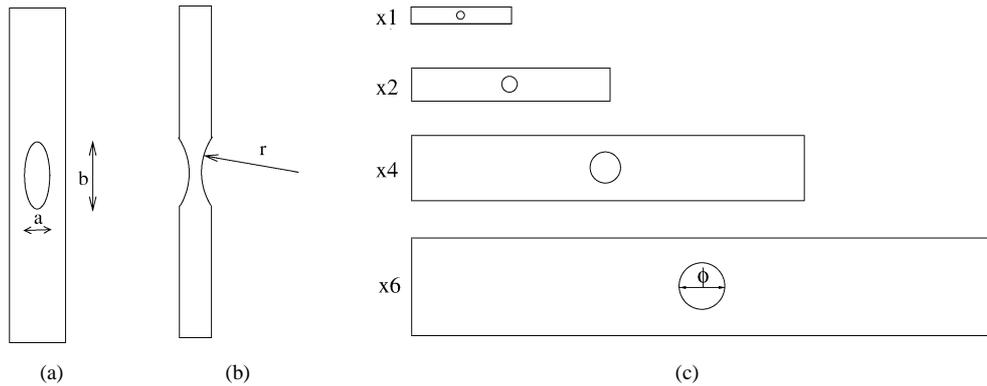


Fig. 2. Géométries des éprouvettes utilisées.

permettent de définir une longueur caractéristique du matériau. Le modèle basé sur une contrainte moyenne calculée à partir de cette longueur caractéristique est utilisé (en considérant le matériau isotrope) et validé sur d'autres essais. Nous montrons également que ce modèle permet de prendre en compte l'effet d'échelle observé pour ce type de matériau.

## 2. Etude expérimentale

### 2.1. Description des expériences

L'objectif de cette partie est de mettre en évidence, expérimentalement, l'influence de la répartition des contraintes sur la rupture fragile d'un matériau. On teste plusieurs éprouvettes présentant des facteurs de concentration de contrainte différents. La Fig. 2 montre les éprouvettes qui ont été utilisées :

- (a) Des plaques rectangulaires (300 mm × 50 mm) percées de trous elliptiques (petit axe  $a = 15$  mm et grand axe  $b = 15, 30, 50$  et 80 mm).
- (b) Des plaques rectangulaires (300 mm × 30 mm) découpées en forme d'altère (rayon  $r = 60, 150, 300$  et 1000 mm).
- (c) Des plaques rectangulaires percées de trous circulaires présentant un effet d'échelle : [x1 (140 mm × 25 mm,  $\phi = 7,5$  mm), x2, x4, x6].

Le matériau considéré est un stratifié quasi-isotrope de séquence d'empilement  $[90, 0, 45, -45]_s$ , composé de plis tissés à fibres de carbone 936 associé à de la résine G963. Ces éprouvettes sont soumises à un effort de traction (aligné avec leur plus grande dimension) que l'on mesure à l'aide d'un capteur résistif. Le champ de déformation est mesuré à l'aide du système de corrélation d'images Correli<sup>TM</sup> [4].

### 2.2. Résultats

Les caractéristiques élastiques du matériau, sous l'hypothèse des contraintes planes, sont obtenues à partir de l'essai réalisé sur l'éprouvette «  $r = 1000$  ». Pour cette éprouvette, le champ de déformation mesuré est quasiment homogène dans la section utile ce qui permet de relier la contrainte à la déformation. Nous avons fait l'hypothèse que le drapage étudié donnait un comportement isotrope dans le plan de l'éprouvette ce qui permet de définir le comportement à partir du module d'Young et du coefficient de Poisson ( $E = 33$  GPa et  $\nu = 0,3$ ). Cet essai

Tableau 1

Comparaison des valeurs des efforts à rupture, mesurées et estimées par le critère local et par le critère non local, pour les éprouvettes définies en partie 2, les essais utilisés pour l'identification des paramètres sont en en gras

Éprouvette	Effort à rupture mesuré (N)	Estimation de l'effort à rupture donnée par le critère local (N)	Erreur (%)	Estimation de l'effort à rupture donnée par le critère non local (N)	Erreur (%)
<b>ellipse <math>b = 80</math> mm</b>	<b>42424</b>	<b>38990</b>	<b>8</b>	<b>43405</b>	<b>2,3</b>
ellipse $b = 50$ mm	42082	36220	13,9	41100	2,3
ellipse $b = 30$ mm	39044	31725	18,75	37840	3
<b>ellipse <math>b = 15</math> mm</b>	<b>32550</b>	<b>23510</b>	<b>27,7</b>	<b>33225</b>	<b>2</b>
rayon $r = 60$ mm	38200	33665	11,87	37330	2,28
rayon $r = 88$ mm	38550	34995	9,22	38270	0,7
rayon $r = 150$ mm	39550	36485	7,75	39750	0,5
<b>rayon <math>r = 300</math> mm</b>	<b>40300</b>	<b>37565</b>	<b>6,79</b>	<b>40415</b>	<b>0,2</b>
rayon $r = 600$ mm	39600	38095	3,8	40800	3
x6	78060	70530	9,6	80300	2,8
x4	56576	47020	16,89	55770	1,4
x2	32550	23510	27,7	33225	2
x1	18054	11755	34,9	19040	5,4

montre aussi que le comportement du matériau étudié est élastique jusqu'à la rupture brutale de toute une section. Les autres éprouvettes présentent le même mode de ruine : rupture brutale de toute une section sans dégradation progressive. Les valeurs des efforts à rupture sont mesurées et présentées dans le Tableau 1 en colonne 2.

La 3<sup>ème</sup> colonne de ce tableau montre l'estimation de l'effort à rupture donnée par un critère local en contrainte maximale, identifiée à partir de l'essai réalisé sur l'éprouvette «  $r = 1000$  ».

*Différentes géométries* : Pour l'éprouvette présentant la plus faible concentration de contrainte, éprouvette «  $r = 600$  », le critère local donne une bonne estimation de l'effort à rupture mesuré, l'erreur est inférieure à 4 %, l'erreur est définie par :

$$\text{erreur} = |F_{\text{estimée}} - F_{\text{mesurée}}| / F_{\text{mesurée}} \times 100.$$

Pour les autres éprouvettes l'erreur augmente avec le facteur de concentration de contrainte pour atteindre 27 % dans le cas de l'ellipse  $b = 15$  mm.

*Effet d'échelles* : On teste quatre séries d'éprouvettes rectangulaires percées d'un trou circulaire (nommées x1 → x6) dont toutes les dimensions du plan sont multipliées par un rapport d'échelle. Contrairement aux mesures expérimentales, les estimations de l'effort à rupture données par le critère local sont reliées par le facteur d'échelle (l'effort à rupture estimé pour l'éprouvette x6 est six fois plus grand que celui estimé pour l'éprouvette x1, expérimentalement ce rapport n'est que de 4,3).

Ceci confirme ce qui a été dit en introduction : Un critère local ne peut pas correctement estimer la rupture de telle structures dont le champs de contrainte présente de forts gradients.

### 3. Critère non local portant sur une moyenne de la contrainte normale maximale

Le critère de rupture que nous adoptons pour interpréter ces essais est donné par Isupov et Mikhailov [5] (plus références dans l'article). Il porte en chaque point non pas sur la contrainte normale maximale en ce point, mais sur une moyenne de celle-ci sur un voisinage. Pour les éprouvettes utilisées, le point le plus sollicité et la direction pour laquelle la contrainte normale est maximale sont connus, respectivement le bord du trou et la direction de

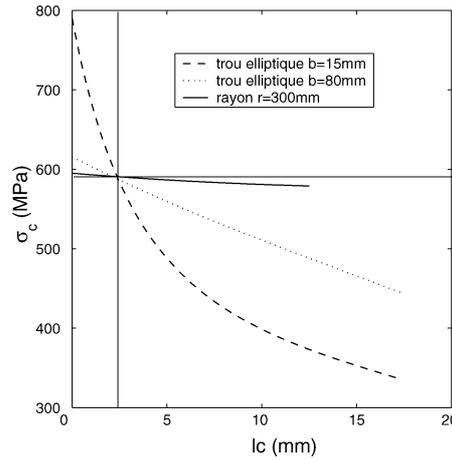


Fig. 3. Identification des paramètres entrant dans le critère (1).

traction, ce qui simplifie le critère énoncé dans [5]. Au point le plus sollicité de l'éprouvette (noté M) on calcule la contrainte normale maximale,  $\sigma_{yy}$ , moyennée sur un segment de longueur  $l_c$ . Le critère s'écrit donc :

$$\frac{1}{l_c} \int_0^{l_c} \sigma_{yy}(\mathbf{OM} + \rho \mathbf{x}) d\rho = \sigma_c \tag{1}$$

La contrainte  $\sigma_c$  et la longueur  $l_c$  intervenant dans le critère (1) sont des caractéristiques du matériau que l'on identifie à partir de trois des essais décrits en Section 2 : trous elliptiques  $b = 15$  et  $80$  mm et rayon  $r = 300$  mm. La procédure d'identification est la suivante :

1. On simule ces trois essais sous l'hypothèse des contraintes planes par la méthode des éléments finis. Les éprouvettes sont considérées élastiques et isotropes et sont chargées par l'effort de traction mesuré à la rupture de chacune des trois éprouvettes. Les caractéristiques élastiques  $E$  et  $\nu$  sont identifiées en Section 2.
2. Les résultats de ces calculs E.F. permettent de tracer l'évolution du critère (1) en fonction de  $l_c$ , voir Fig. 3.
3. Fig. 3 montre que pour  $l_c = 0$ , ce qui correspond au critère local, la rupture des trois éprouvettes intervient à des niveaux de contraintes différents :  $790$  MPa,  $620$  MPa et  $590$  MPa. On cherche la longueur caractéristique  $l_c$  pour laquelle le critère (1) appliqué à chacun des trois essais prend au mieux la même valeur. Une procédure d'optimisation permet de trouver les caractéristiques recherchées :  $l_c = 2,4$  mm et  $\sigma_c = 590$  MPa.

#### 4. Résultats

*Prédictions* : Le critère (1) est intégré dans un code de calcul M.E.F. Dès que le critère est vérifié en un point de la structure, on suppose qu'il y a rupture de tout le stratifié conformément aux observations.

*Différentes géométries* : Dans le Tableau 1 on compare les estimations de l'effort à rupture données par le critère local et le critère non local, défini par(1), avec les mesures expérimentales. Contrairement à l'estimation de l'effort à rupture donnée par le critère local, celle donnée par le critère non local est de bonne qualité quelque soit l'éprouvette considérée, l'erreur maximale est de 3 %.

*Effet d'échelles* : Le critère non local prédit correctement l'évolution de l'effort à rupture en fonction du facteur d'échelle en estimant un rapport de 4,2 entre l'effort à rupture de l'éprouvette x6 et celui de l'éprouvette x1, avec une erreur maximale, pour l'éprouvette x1, de 5,4 %.

## 5. Conclusion

Cette étude montre que l'utilisation d'un critère en contrainte local ne permet pas d'estimer la rupture de structures constituées de matériaux stratifiés carbone-époxy dont le champ de contrainte présente de forts gradients. Par contre, l'utilisation du critère non local du type contrainte moyenne présenté dans [5] permet d'estimer précisément la rupture de telles structures.

Un travail en cours concerne la définition de ce critère non local à l'échelle du pli orthotrope. Ce critère non local a été introduit dans le logiciel de calcul éléments finis (associé au comportement non linéaire en cisaillement) et les premiers résultats sur des stratifiés autres que quasi-isotropes confirment la pertinence du modèle.

## Références

- [1] P. Ladevèze, E. Le Dantec, Damage modelling of the elementary ply for laminates composites, *Compos. Sci. Technol.* 43 (1992) 257–268.
- [2] C. Hochard, P.A. Aubourg, J.P. Charles, Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric cfrp laminates up to failure, *Compos. Sci. Technol.* 61 (2001) 221–230.
- [3] J. Withney, R. Nuismer, Strain gradient in composite laminate structure, *J. Compos. Mater.* 35 (2003) 733–745.
- [4] F. Hild, J.N. Périé, M. Coret, Mesure de champs de déplacements 2d par corrélation d'images numériques : *correli<sup>2D</sup>*, rapport interne LMT, 230, 1999.
- [5] S.E. Isupov, L.P. Mikhailov, A comparative analysis of several nonlocal fracture criterion, *Arch. Appl. Mech.* 68 (1998) 597–612.