



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Mecanique 333 (2005) 325–330



<http://france.elsevier.com/direct/CRAS2B/>

Couplage d'un modèle stochastique lagrangien sous-maille avec une simulation grandes échelles

Ivana Vinkovic^{a,*}, Cesar Aguirre^b, Serge Simoëns^a, Jean-Noël Gence^a

^a LMFA, UMR CNRS 5509, université de Lyon I, École centrale de Lyon, INSA, 69131 Ecully cedex, France

^b Universidad Nacional de Entre Rios, Ruta Pcial 11, Km 10, Oro Verde, Parana, Entre-Rios, Argentina

Reçu le 1^{er} décembre 2004 ; accepté après révision le 26 janvier 2005

Présenté par Sébastien Candel

Résumé

Une simulation des grandes échelles (SGE) est utilisée pour étudier la dispersion de scalaires passifs dans un écoulement turbulent. Les particules fluides contenant le scalaire sont suivies, donc la description est lagrangienne. Une équation stochastique de Langevin est utilisée pour déterminer la composante sous-maille de la vitesse des particules. Ce modèle stochastique est reformulé en termes de grandeurs filtrées et il est exprimé uniquement en fonction des grandeurs obtenues par la SGE. L'intérêt de cette étude réside dans le couplage et dans la formulation du modèle stochastique tridimensionnel adaptée à une SGE en turbulence inhomogène. Les résultats sont comparés à l'expérience de Fackrell et Robins [J. Fluid Mech. 117 (1982) 1–26].

Pour citer cet article : I. Vinkovic et al., C. R. Mecanique 333 (2005).

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Coupling of a subgrid Lagrangian stochastic model with large-eddy simulation. A large eddy simulation (LES) is used to compute passive scalar dispersion in a turbulent flow. Instead of resolving the passive scalar transport equation, fluid particles are tracked in a Lagrangian way and a Langevin stochastic modelling is used for the small scale component of the velocity of fluid particles at a subgrid-scale level. The stochastic model is written in terms of subgrid-scale statistics. The specificity of this study resides in the coupling of a LES with a stochastic model using the filtered subgrid-scale statistics in inhomogeneous turbulence. The results are compared with the wind tunnel experiments of Fackrell and Robins [J. Fluid Mech. 117 (1982) 1–26]. **To cite this article:** I. Vinkovic et al., C. R. Mecanique 333 (2005).

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Mécanique des fluides ; Modèle stochastique lagrangien ; Sous-maille ; Scalaire passif ; Dispersion

Keywords: Fluid mechanics; Lagrangian stochastic model; Subgrid-scale; Passive scalar; Dispersion

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : Ivana.Vinkovic@ec-lyon.fr (I. Vinkovic).

Abridged English version

The velocity of fluids particles is considered to have an Eulerian large-scale part $\tilde{u}_i(\vec{x}_p(t))$ and a fluctuating subgrid-scale contribution $v'_i(t)$ (Eq. (1)). While the large-scale velocity is directly computed by the LES with a modified dynamic Smagorinsky subgrid-scale model [13], the movement of fluid elements containing a scalar below the grid is given by a three-dimensional Langevin model (Eq. (2)). Since $\vec{v}(t)$ is Markovian, the local Lagrangian subgrid probability density function (PDF) of the fluid velocity $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}(\vec{v}; \vec{x}^{(m)}, t)$ satisfies a Fokker–Planck equation (3). By integrating this equation all the subgrid statistical moments of $\vec{v}(t)$ can be obtained (Eqs. (5), (6)). The coefficients of the stochastic model, α_{ij} , β_{ij} and γ_i , are determined by relating the subgrid statistical moments of $\vec{v}(t)$ to the filtered Eulerian moments of the fluid velocity. Here, we proceed by analogy with van Dop et al. [16] who developed this approach in the case of the Reynolds averaged decomposition. By assuming that at a mesh level Lagrangian and Eulerian statistics are equivalent, the subgrid Lagrangian mean fluid velocity, at a given position and at a given time is supposed equal to the filtered Eulerian fluid velocity (Eqs. (7) and (8)) given by the filtered Navier Stokes equations. Finally, knowing that the subgrid turbulence is homogeneous and isotropic, the coefficients of the stochastic model are given by Eqs. (10), (13) and (14). The velocity of fluid particles can be written as in Eq. (15). The large-scale part is directly computed by the LES, while the subgrid-scale contribution is determined from the subgrid Reynolds stress tensor τ'_{ij} , the turbulent kinetic energy \tilde{E} and the turbulent dissipation rate $\tilde{\epsilon}$, given by the dynamic subgrid-scale model and by the turbulent kinetic energy transport equation [17], respectively.

The results of our simulations are compared with the experiments on passive scalar dispersion in a turbulent boundary layer of Fackrell and Robins [18]. A plume from an elevated point source is studied. Vertical profiles of mean concentration and concentration fluctuations at two different positions along the plume are shown on the right-hand side of Figs. 1 and 2. The simulations match well with the experimental profiles.

1. Introduction

Depuis Deardorff [1], on étudie les écoulements turbulents ou stratifiés [2], le transport turbulent de scalaires passifs [3,4] ou réactifs [5,6] à l'aide de la simulation numérique des grandes échelles (SGE). Cette démarche est particulièrement intéressante pour simuler la dispersion atmosphérique de polluants, la prédiction des taux de ségrégation ou des pics de pollution [7] parce qu'elle permet la prise en compte de l'évolution séparée des grandes échelles ne participant pas forcément à une dynamique modélisable simplement. En ce qui concerne la concentration, quelques travaux résolvent l'équation de transport de la variance des fluctuations filtrées [8], alors que d'autres résolvent l'équation aux densités de probabilité de présence (d.d.p.) grande échelle associée [9]. Afin d'obtenir les flux de masse, les taux de ségrégation et les fluctuations de concentration, nous proposons ici la résolution d'une équation stochastique lagrangienne de Langevin sous-maille pour les particules porteuses de scalaire, couplée à une SGE, au modèle de Smagorinsky dynamique et à un modèle de coalescence/dispersion pour la diffusion moléculaire [10].

Gicquel et al. [11] proposent une équation de transport de la d.d.p. filtrée de la vitesse du fluide. Celle-ci est fermée de différentes manières en ce qui concerne les termes visqueux. Ils sont résolus via une équation de Langevin globale pour la vitesse dont les coefficients sont obtenus par identification aux équations eulériennes filtrées déduites de l'équation de transport de la d.d.p. filtrée. Cette résolution n'utilise pas un modèle de sous-maille dynamique. Or, dans le cadre de la dispersion atmosphérique de polluants, où interviennent des écoulements de paroi, des effets de convection, et où la présence d'obstacles doit être prise en compte, les modèles de sous-maille sans une constante dynamique (variable en temps et en espace) donnent de moins bons résultats à cause des fortes inhomogénéités [12].

Nous proposons une approche par d.d.p. locale en conservant la SGE avec un modèle de Smagorinsky dynamique modifié [13], et nous n'avons pas établi une analogie dynamique pour l'équation de Langevin. La

modélisation stochastique est bien adaptée à l'étude de la dispersion de scalaires passifs [14]. Elle permet de traiter les sources ponctuelles et les géométries complexes. D'autre part, l'introduction de la diffusion moléculaire [10] et des réactions chimiques se fait à moindre coût, même si ce coût reste initialement important à cause du grand nombre de particules injectées. Afin de réaliser le couplage voulu, le modèle de Langevin [15] est reformulé en termes de grandeurs locales (dans la maille) pour simuler les petites échelles en sous-maille de la SGE. Le modèle stochastique est ainsi exprimé uniquement en fonction des grandeurs obtenues par la SGE avec le modèle dynamique de sous-maille de Smagorinsky [13]. La diffusion moléculaire est prise en compte classiquement par un modèle de coalescence/dispersion dont on trouvera les détails dans [10].

L'intérêt de cette étude réside dans le couplage du modèle stochastique tridimensionnel avec la SGE, et dans la formulation de celui-ci à l'aide de la notion de d.d.p. locale adaptée à une SGE avec modèle dynamique de sous-maille. Par ailleurs, son application à la simulation d'un cas de dispersion atmosphérique de polluants, illustre les prédictions d'une telle modélisation.

2. Modèle stochastique couplé avec une SGE

Dans un écoulement turbulent la vitesse d'une particule fluide peut être écrite sous la forme suivante :

$$v_i(t) = \tilde{u}_i(\vec{x}_p(t), t) + v'_i(t) \quad (1)$$

où v_i est la vitesse lagrangienne de la particule fluide dans la direction x_i , et u_i la vitesse eulérienne du fluide à la position $\vec{x}_p(t)$ de la particule fluide. Le signe tilde est une convolution traduisant un opérateur de filtrage spatial, et v'_i est la fluctuation lagrangienne autour de la valeur eulérienne grande échelle \tilde{u}_i . A chaque instant t , la position d'une particule fluide est notée $\vec{x}_p(t) = \vec{x}^{(m)} + \vec{x}^{(pm)}$, où $\vec{x}^{(m)}$ est celle de la maille où se trouve la particule fluide et $\vec{x}^{(pm)}$ celle de la particule fluide par rapport au centre de cette maille. Pour modéliser le mouvement de la particule fluide à l'intérieur d'une maille on utilise le modèle de Langevin :

$$\begin{cases} dx_i^{(pm)} = v_i dt \\ dv_i = (\gamma_i(\vec{x}^{(pm)}, \vec{x}^{(m)}, t) + \alpha_{ij}(\vec{x}^{(pm)}, \vec{x}^{(m)}, t)(v_j - \tilde{u}_j(\vec{x}^{(m)}, t))) dt + \beta_{ij}(\vec{x}^{(pm)}, \vec{x}^{(m)}, t)\eta_j(t) \end{cases} \quad (2)$$

où $\eta_j(t)$ est un bruit blanc gaussien isotrope de moyenne nulle et de variance dt , tel que $\langle \eta_i(t')\eta_j(t'') \rangle = \delta_{ij}\delta(t' - t'')dt$. La vitesse d'une particule fluide à l'instant t est donnée par une partie déterministe $\gamma_i + \alpha_{ij}v'_j$ et une partie aléatoire $\beta_{ij}\eta_j(t)$. Au sein de la maille, la turbulence étant supposée homogène, les coefficients α_{ij} , β_{ij} et γ_i , ne dépendent pas de $\vec{x}^{(pm)}$. L'appartenance à la maille locale est traduite par la variable $\vec{x}^{(m)}$ dont on tient compte pour déterminer les coefficients de (2). Nous définissons une d.d.p. locale $P(\vec{x}^{(pm)}, \vec{v}; \vec{x}^{(m)}, t)$ des vitesses \vec{v} et positions $\vec{x}^{(pm)}$ des particules fluides dans une maille, à partir des seules particules fluides constituant cette maille. Le couple $(\vec{x}^{(pm)}, \vec{v})$ étant markovien, l'évolution de cette d.d.p. locale est donnée par une équation de Fokker-Planck. En intégrant cette dernière par rapport à $\vec{x}^{(pm)}$, on obtient l'équation d'évolution de la d.d.p. lagrangienne locale de \vec{v} , $\mathcal{P}_{\mathcal{L}}(\vec{v}; \vec{x}^{(m)}, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{P}_{\mathcal{L}}(\vec{v}; \vec{x}^{(m)}, t)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial v_l} [(\gamma_l + \alpha_{lq}(v_q - \tilde{u}_q(\vec{x}^{(m)}, t)))\mathcal{P}_{\mathcal{L}}(\vec{v}; \vec{x}^{(m)}, t)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v_l \partial v_q} (\beta_{lk}\beta_{qk}\mathcal{P}_{\mathcal{L}}(\vec{v}; \vec{x}^{(m)}, t)) \end{aligned} \quad (3)$$

En intégrant l'Éq. (3) on peut obtenir l'évolution de tous les moments statistiques de \vec{v} au sein d'une maille, comme par exemple :

$$v_{i_1} \cdots v_{i_n}(\vec{x}^{(m)}, t) = \int_{\mathbb{R}^3} v_{i_1} \cdots v_{i_n} \mathcal{P}_{\mathcal{L}}(\vec{v}; \vec{x}^{(m)}, t) dv_v \quad (4)$$

Le signe tilde représente une moyenne sur l'ensemble statistique des particules fluides constituant la maille centrée en $\vec{x}^{(m)}$. Ce processus de moyenne correspond au filtrage spatial propre à la SGE. Avec (4) et (3) on obtient alors :

$$\frac{d\tilde{v}_i}{dt} = \gamma_i + \alpha_{iq}(\tilde{v}_q - \tilde{u}_q) \quad (5)$$

$$\frac{d\tilde{v}_i\tilde{v}_j}{dt} = \gamma_i\tilde{v}_j + \gamma_j\tilde{v}_i + \alpha_{iq}(\tilde{v}_j\tilde{v}_q - \tilde{v}_j\tilde{u}_q) + \alpha_{jq}(\tilde{v}_i\tilde{v}_q - \tilde{v}_i\tilde{u}_q) + \beta_{ik}\beta_{jk} \quad (6)$$

Or, la SGE ne permet d'accéder qu'aux moments eulériens des grandeurs filtrées. Afin de déterminer α_{ij} , β_{ij} et γ_i , les quantités \tilde{v}_i et $\tilde{v}_i\tilde{v}_j$ sont supposées égales aux moments eulériens correspondant calculés avec la SGE. Nous procédons ainsi de façon analogue à la démarche van Dop et al. [16] qui utilisaient la décomposition de Reynolds pour les fluctuations de vitesse. Dans l'esprit du modèle de van Dop et al. [16], à un instant donné, t_o , et pour une position donnée, $\vec{x}^{(m)}$, à l'échelle de la maille les statistiques eulériennes et les statistiques lagrangiennes sont confondues. On écrit alors dans le même esprit :

$$\tilde{v}_i(\vec{x}^{(m)}, t_o) = \tilde{u}_i(\vec{x}^{(m)}, t_o) \quad \text{et} \quad \left(\frac{d\tilde{v}_i(\vec{x}^{(m)}, t)}{dt} \right)_{t=t_o} = \left(\frac{d\tilde{u}_i(\vec{x}, t)}{dt} \right)_{(\vec{x}=\vec{x}^{(m)}, t=t_o)} \quad (7)$$

$$\tilde{v}_i\tilde{v}_j(\vec{x}^{(m)}, t_o) = \tilde{u}_i\tilde{u}_j(\vec{x}^{(m)}, t_o) \quad \text{et} \quad \left(\frac{d\tilde{v}_i\tilde{v}_j(\vec{x}^{(m)}, t)}{dt} \right)_{t=t_o} = \left(\frac{d\tilde{u}_i\tilde{u}_j(\vec{x}, t)}{dt} \right)_{(\vec{x}=\vec{x}^{(m)}, t=t_o)} \quad (8)$$

En appliquant l'opération de filtrage aux équations de Navier Stokes, on obtient par ailleurs :

$$\left(\frac{d\tilde{u}_i}{dt} \right)_{(\vec{x}=\vec{x}^{(m)}, t=t_o)} = \left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial\tau_{ij}^r}{\partial x_j} \right)_{(\vec{x}=\vec{x}^{(m)}, t=t_o)} \quad (9)$$

où τ_{ij}^r est le tenseur de sous-maille donné par le modèle dynamique de sous-maille [13]. Compte tenu de (5), (7) et (9), on déduit :

$$\gamma_i(\vec{x}^{(m)}, t_o) = \left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial\tau_{ij}^r}{\partial x_j} \right)_{(\vec{x}=\vec{x}^{(m)}, t=t_o)} \quad (10)$$

Comme $\tilde{v}_i = \tilde{u}_i$ et sachant que $v_i = \tilde{u}_i + v'_i$:

$$\frac{d\tilde{v}_i\tilde{v}_j}{dt} = \alpha_{iq}\tilde{v}_j\tilde{v}'_q + \alpha_{jq}\tilde{v}_i\tilde{v}'_q + \beta_{ik}\beta_{jk} \quad (11)$$

Si l'on suppose que les structures qui constituent les fluctuations de sous-maille sont dans un état statistique voisin de l'isotropie $\tilde{v}'_i\tilde{v}'_j = 2/3\tilde{E}\delta_{ij}$, où \tilde{E} est l'énergie cinétique turbulente de sous-maille, on obtient :

$$\alpha_{ij}(\vec{x}^{(m)}, t_o) + \alpha_{ji}(\vec{x}^{(m)}, t_o) = \frac{1}{\tilde{E}(\vec{x}^{(m)}, t_o)} \left(\frac{d\tilde{E}}{dt} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \beta_{ik}\beta_{jk} \right)_{(\vec{x}=\vec{x}^{(m)}, t=t_o)} \quad (12)$$

Sous ces mêmes conditions, par analogie au cas classique de la turbulence homogène isotrope [15], on peut choisir, au sein de la maille un terme β_{ik} de la forme :

$$\beta_{ik}(\vec{x}^{(m)}, t_o) = \sqrt{C_0\tilde{\epsilon}(\vec{x}^{(m)}, t_o)}\delta_{ik} \quad (13)$$

où C_0 est la constante de Kolmogorov et $\tilde{\epsilon}$ le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Par la même hypothèse d'isotropie, les trois composantes de la vitesse données par l'Éq. (2) ne sont par ailleurs pas couplées entre elles. Le tenseur α_{ij} est donc isotrope, et on a $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$, d'où :

$$\alpha_{ij}(\vec{x}^{(m)}, t_o) = \frac{3}{2\tilde{E}(\vec{x}^{(m)}, t_o)} \left(\frac{1}{3} \left(\frac{d\tilde{E}}{dt} \right)_{(\vec{x}^{(m)}, t_o)} - \frac{C_0\tilde{\epsilon}(\vec{x}^{(m)}, t_o)}{2} \right) \delta_{ij} \quad (14)$$

Tout calcul fait, on obtient pour v_i :

$$dv_i = \left[\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}^r}{\partial x_j} + \frac{3}{2} \frac{v_i - \tilde{u}_i}{\tilde{E}} \left(\frac{1}{3} \frac{d\tilde{E}}{dt} - \frac{C_0 \tilde{\varepsilon}}{2} \right) \right] dt + \sqrt{C_0 \tilde{\varepsilon}} \delta_{ij} \eta_j(t) dt \quad (15)$$

D’après l’Éq. (15) chaque particule fluide possède une vitesse grande échelle associée à une vitesse petite échelle (sous-maille). La vitesse grande échelle est obtenue par interpolation du champ eulérien filtré \tilde{u}_i , directement résolu au sein de la maille où se trouve la particule fluide. La composante petite échelle est déterminée par (2). Les grandeurs instantanées \tilde{E} , $\tilde{\varepsilon}$ sont obtenues en résolvant leur équation de transport [17]. Le tenseur τ_{ij}^r est donné par la fermeture de sous-maille.

3. Résultats

Nous avons confronté ce modèle à l’expérience menée par Fackrell et Robins [18] (FR) pour un scalaire passif émis par une source au sein d’une couche limite neutre. Les profils verticaux de la vitesse et de l’énergie cinétique turbulente moyennes de la Fig. 1 (gauche et centre) sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Les profils de concentration moyenne et de fluctuation de concentration à différentes distances de la sources sont calculés (Fig. 1 droite et Fig. 2). En régime établi, il y a dans le domaine de calcul 110.000 particules, initialement émises de la source et contenant une concentration constante de scalaire. Les données de FR [18] s’arrêtent à $z/H = 0.02$. La simulation numérique surestime manifestement l’énergie cinétique dont la valeur maximale n’a pas pu être mesurée par FR, d’où une légère surestimation de la variance de la concentration. Sans le modèle dynamique en

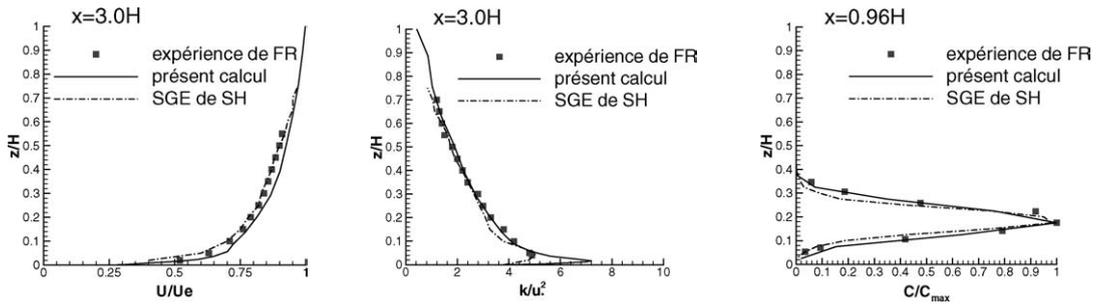


Fig. 1. Vitesse (gauche), énergie cinétique turbulente (centre) et concentration (droite), moyennes.

Fig. 1. Mean velocity (left), mean turbulent kinetic energy (center) and mean concentration (right).

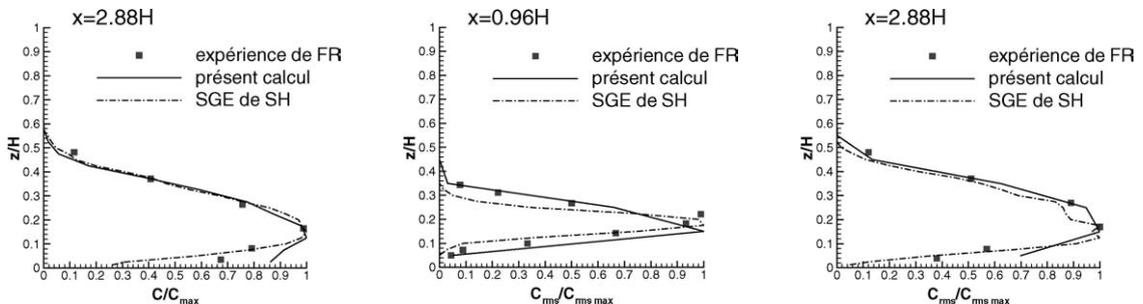


Fig. 2. Concentration moyenne (gauche) et variance de concentration c^2 (centre et droite).

Fig. 2. Mean concentration (left) and mean-square fluctuation concentration c^2 (center and right).

sous-maille, les particules fluides ne sont pas assez dispersées loin de la paroi [4]. Notons que Sykes et Henn (SH) [4] modifient la rugosité pour approcher les résultats expérimentaux, ce que nous ne faisons pas.

Ce modèle stochastique semble ainsi bien adapté à la modélisation du mouvement des particules fluides dans une maille. Cela permet d'obtenir directement la concentration moyenne et la variance. Cette variance n'est pas calculée seulement avec les statistiques du champ filtré contrairement aux SGE classiques [7]. Elle tient compte ici des fluctuations induites par les petites échelles et donc fournit les valeurs instantanées des champs. Ainsi les statistiques au sens de Reynolds classiquement présentes dans tous les travaux expérimentaux de référence sont obtenues. Le flux de masse ainsi que tous les autres moments du champ de concentration peuvent aussi être calculés sans fermeture supplémentaire.

Références

- [1] J.W. Deardorff, A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.* 41 (1970) 453–480.
- [2] O. Métais, M. Lesieur, Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence, *J. Fluid Mech.* 239 (1992) 157–194.
- [3] J.P. Chollet, M. Lesieur, Modélisation sous-maille des flux de quantité de mouvement et de chaleur en turbulence tridimensionnelle isotrope, *La Météorologie* 6 (1982) 183–191.
- [4] R.I. Sykes, D.S. Henn, Large-eddy simulation of concentration fluctuations in a dispersing plume, *Atmos. Environ.* 26 (1992) 3127–3144.
- [5] R.I. Sykes, D.S. Henn, S.F. Parker, Large-eddy simulation of a turbulent reacting plume, *Atmos. Environ.* 26 (1992) 2565–2574.
- [6] J.P. Meeder, F.T.M. Nieuwstadt, Large-eddy simulation of the turbulent dispersion of a reactive plume from a point source into a neutral atmospheric boundary layer, *Atmos. Environ.* 34 (2000) 3563–3573.
- [7] Z. Xie, P. Hayden, P.R. Voke, A.G. Robins, Large-eddy simulation of dispersion: comparison between elevated and ground-level sources, *J. Turbulence* 5 (2004) 1–16.
- [8] S.S. Girimaji, Y. Zhou, Analysis and modeling of subgrid scalar mixing using numerical data, *Phys. Fluids* 8 (1996) 1224–1236.
- [9] X.Y. Zhou, J.C.F. Pereira, Large-eddy simulation (2D) of a reacting plane mixing layer using filtered density function closure, *Flow, Turbulence Comb.* 64 (2000) 279–300.
- [10] S. Simoëns, C. Michelot, M. Ayrault, V. Sabelnikov, Modèle stochastique de diffusion continu en temps, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. II* 324 (1997) 667–678.
- [11] L.Y.M. Gicquel, P. Givi, F.A. Jaber, S.B. Pope, Velocity filtered density function for large eddy simulation of turbulent flows, *Phys. Fluids* 14 (2002) 1196–1213.
- [12] S. Murakami, Current status and future trends in CWE, in: *Second International Symposium on Computational Wind Engineering, CWE96*, Colorado State University, August 4–8, 1996.
- [13] D. Lilly, A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, *Phys. Fluids* 4 (1992) 633–635.
- [14] P.A. Durbin, *Stochastic differential equations and turbulent dispersion*, NASA reference publication (1983) 1103.
- [15] D.J. Thomson, Criteria for the selection of stochastic models of particle trajectories in turbulent flows, *J. Fluid Mech.* 180 (1987) 529–556.
- [16] H. van Dop, F.T.M. Nieuwstadt, J.C. R. Hunt, Random walk models for particle displacement in inhomogeneous unsteady turbulent flows, *Phys. Fluids* 28 (1985) 1639–1653.
- [17] J.W. Deardorff, Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model, *Bound.-Lay. Meteorol.* 18 (1980) 495–527.
- [18] J.E. Fackrell, A.G. Robins, Concentration fluctuations and fluxes in plumes from point sources in a turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.* 117 (1982) 1–26.