



Available online at www.sciencedirect.com



C. R. Mecanique 333 (2005) 405–411



Une condition de déviation des fissures dans les CMC et les multicouches

Stéphane Pompidou ^{a,b,*}, Jacques Lamon ^a

^a Laboratoire des composites thermostructuraux, 3, allée de la Boétie, 33600 Pessac, France

^b LGM²B, IUT Bordeaux 1, domaine universitaire, 33405 Talence cedex, France

Reçu le 13 décembre 2004 ; accepté après révision 22 février 2005

Disponible sur Internet le 9 avril 2005

Présenté par Jean-Baptiste Leblond

Résumé

La condition de déviation d'une fissure par une interface repose sur le mécanisme de Cook et Gordon et la triaxialité des contraintes à l'extrémité de la fissure. La perturbation du champ de contrainte est calculée par la méthode des éléments finis dans une cellule de bimatiériaux. Une condition de rupture de l'interface est exprimée en fonction des résistances à la rupture et des modules d'élasticité des constituants. Une courbe maîtresse universelle est établie. Elle permet de prévoir l'évolution d'une fissure et d'estimer la résistance d'interfaces ou d'interphases nécessaire pour favoriser la déviation des fissures dans les composites à matrice céramique. **Pour citer cet article : S. Pompidou, J. Lamon, C. R. Mecanique 333 (2005).**

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

A crack deflection criterion in CMCs and multilayers. A crack deflection criterion is proposed on the basis of the Cook and Gordon mechanism. The stress state induced by a crack was computed in an elementary cell of bimaterial using the finite element method. An interface failure criterion was established in terms of strengths and elastic moduli of constituents. A master curve was produced. It allows matrix crack deflection to be predicted with respect to constituents properties and interface strength. The model can be used also to evaluate the strength of interfaces and interphases in ceramic matrix composites and in multilayers. **To cite this article: S. Pompidou, J. Lamon, C. R. Mecanique 333 (2005).**

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Endommagement ; Critère de déviation de fissure ; CMC ; Multicouches ; Interface ; Interphase ; Calculs par éléments finis

Keywords: Damage; Crack deflection criterion; CMCs; Multilayers; Interface; Interphase; Finite element computations

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : pompidou@lcts.u-bordeaux1.fr (S. Pompidou).

Abridged English version

It is now well-accepted that crack deflection within the interphase of a ceramic matrix composite strongly depends on the fiber/interphase strength [1,2]. Two approaches to crack deviation are proposed in the literature. The first one considers a stationary crack lying at the interface; further propagation is assumed to result from two competing phenomena: deviation or penetration [3,4]. The second is based on the Cook and Gordon mechanism [5]: a crack nucleates first ahead of the propagating one, and initiates interface fracture; the deflection then results from coalescence of both cracks. This mechanism is the foundation of the analysis developed in this Note.

Cook and Gordon have computed the stress field induced by a semi-elliptical crack (tip radius ρ) placed in a homogeneous material subjected to a uniaxial tension (Fig. 1). They have shown that the stress state at crack tip is multiaxial, although a uniform uniaxial tensile stress is applied. In particular, they evidenced that the stress component σ_{rr} , parallel to the crack plane, reaches a maximum at a distance l from the crack tip in the order of ρ . When an interface is placed perpendicular to the crack extension direction, a crack can nucleate if the opening stress component $\sigma_{rr} \geq \sigma_i^c$, where σ_i^c is the interfacial strength. This mechanism of debonding has been observed on several material combinations [6–13].

However, Cook and Gordon considered a homogeneous material with an interface. Their approach must be generalized in order to be extended to combinations of different materials (composites and multilayered structures). Thus, the stress state induced by a crack was computed in a cell of bimaterial using the finite element method. The cell represents two adjacent constituents, e.g. two layers in a multilayered matrix or a multilayered interphase, or a fiber and an interphase (Fig. 2).

Debonding occurs when the tensile component in the interface exceeds the bond strength (σ_i^c) (relation (1)) whereas the stress in uncracked material 2 remains smaller than the resistance to failure (σ_2^c) (relation (2)). When the bond strength σ_i^c is not available, l_0 and $\sigma_{rr}(r = l_0, z = 0)$ cannot be known. The peak stress $\sigma_{rr}^{\max} = \sigma_{rr}(r = l^*, z = 0)$ was considered (relation (3)) [5]. When condition (1) is fulfilled, it is obvious that relation (3) is also satisfied. The debonding condition can be summarized using the expression derived from (3) and (4) (relation (5)). Expression (5) is convenient for prediction of debonding since it is established in terms of strengths and elastic moduli of constituents. However it only provides a necessary but not sufficient condition of debonding.

Finally, a master curve is produced (Fig. 3). It allows crack deflection to be predicted with respect to constituent properties in a wide range of material combinations. It can also be used to evaluate the strength of fiber/matrix interfaces and interphases in CMCs from experimental observations.

1. Introduction

Le concept d'*interface forte* a été introduit dans l'approche micro/macro du comportement mécanique des composites SiC/SiC_{CVI} renforcés par des fibres de carbure de silicium (SiC) et possédant des interphases monocouches de pyrocarbone ou multicouches de type (SiC/PyC)_n [1]. Il a en effet été montré que l'accroissement de certaines liaisons interfaciales permettait d'augmenter les propriétés mécaniques globales du composite [2]. C'est en particulier le cas de l'interface fibre/interphase ; lorsque l'accrochage de l'interphase à la fibre augmente, on observe que la déviation de la fissure se produit au sein de l'interphase. La résistance à la rupture, la ténacité, la durée de vie en fatigue et la résistance au fluege du composite sont plus élevées.

Optimiser la structure des composites ou concevoir de nouveaux matériaux nécessite d'être en mesure de prévoir les lieux de déviation des fissures. A cet effet, un modèle prédictif qui prend en compte la liaison interfaciale et qui s'exprime en fonction de caractéristiques mécaniques élémentaires est nécessaire.

2. Principales approches de l'interaction entre une fissure et une interface

Deux approches sont généralement proposées dans la littérature pour décrire la déviation d'une fissure par une interface. La première considère une fissure stationnaire ayant atteint l'interface. La propagation ultérieure de la fissure est supposée être le résultat d'une compétition entre la déviation et la propagation au sein du matériau non fissuré [3,4]. Si cette approche est intéressante d'un point de vue qualitatif, elle présente deux inconvénients majeurs. En premier lieu, elle ne reflète pas le mécanisme réel de déviation d'une fissure. En second lieu, elle ne permet pas de prévoir la déviation dans une interphase lamellaire ou anisotrope quand la liaison fibre/interphase est renforcée [2].

La seconde approche est proposée par Cook et Gordon [5]. Une fissure peut être nucléée dans l'interface à l'avant de la fissure principale ; la déviation résulte alors de la coalescence des deux fissures. Ce mécanisme a été observé à l'interface de nombreux bimatériaux [6–13].

Cook et Gordon [5] ont calculé le champ de contrainte à l'extrémité d'une fissure semi-elliptique (rayon de courbure ρ) placée au cœur d'un matériau homogène sollicité en traction uniforme (contrainte appliquée σ_a) (Fig. 1). Le champ de contrainte induit par la fissure est triaxial, même lorsqu'un effort uniaxial est appliqué. La composante σ_{rr} orthogonale à la direction d'application de l'effort présente un maximum à une distance l de la pointe de la fissure ($l \approx \rho$). Si une interface est placée perpendiculairement au chemin de la fissure, celle-ci est soumise à la contrainte d'ouverture σ_{rr} . Ce champ de contrainte σ_{rr} peut en particulier suffire à rompre l'interface si la résistance interfaciale σ_i^c est atteinte et si la composante normale à la fissure σ_{zz} reste inférieure à la résistance du matériau. Cook et Gordon proposent ainsi un mécanisme de nucléation de fissure interfaciale en amont d'une fissure principale, et un critère de déviation dans le cas particulier d'un bimatiériaux homogène (les deux constituants sont de même nature).

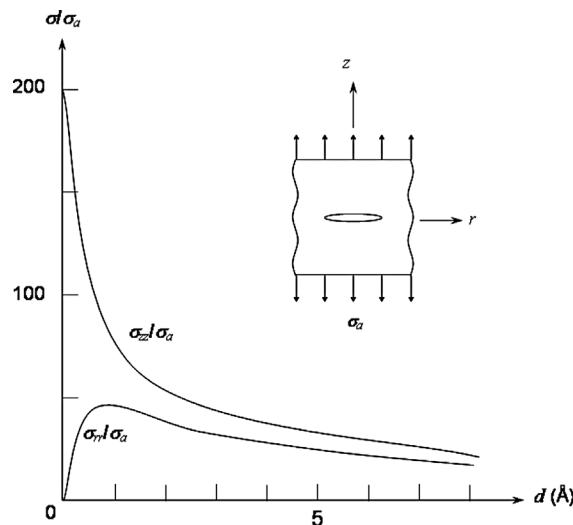


Fig. 1. Composantes des contraintes dans le prolongement de la fissure, parallèles ($\sigma_{zz}(r, z = 0)$) et perpendiculaires ($\sigma_{rr}(r, z = 0)$) à l'axe de chargement, en fonction de la distance à la pointe de la fissure [5] (σ_a est la contrainte de tension appliquée).

Fig. 1. Stress components along crack axis, parallel ($\sigma_{zz}(r, z = 0)$) and perpendicular ($\sigma_{rr}(r, z = 0)$) to the load axis, versus distance to crack tip [5] (σ_a is the applied tensile stress).

3. Modèle

C'est sur l'analyse de Cook et Gordon que repose le modèle proposé. Dans les composites à matrice céramique (CMC), la fissuration est amorcée dans la matrice. Analyser ensuite le chemin de fissuration consiste à étudier l'interaction entre la fissure matricielle et les interfaces qu'elle rencontre successivement. Le problème peut alors être considérablement simplifié en limitant le domaine d'étude à une cellule de bimatiériaux représentant deux constituants adjacents : deux couches en vis-à-vis dans l'interphase ou la matrice multicouche, ou l'interphase et la fibre par exemple Fig. 2. Dans le cas d'une interphase lamellaire, la cellule est placée au cœur de la phase anisotrope. L'interface est alors virtuelle et correspond à la direction la plus faible. En modifiant la position de la cellule, on peut reproduire l'ensemble du matériau.

La cellule élémentaire est constituée de deux matériaux parfaitement liés. L'interface est caractérisée par sa résistance σ_i^c . Chaque constituant est supposé homogène, isotrope, élastique, fragile. Une fissure transverse (fissure principale) est placée dans la première phase notée 1 (module d'Young E_1 , coefficient de Poisson ν_1). Le ligament (l) désigne la distance séparant la pointe de la fissure et l'interface. La fissure principale est perpendiculaire à l'interface et se propage en direction de la seconde phase (2) (E_2 , ν_2 , résistance σ_2^c). La cellule est soumise à une sollicitation de traction σ_a perpendiculaire à l'axe de la fissure (Fig. 2).

Les calculs du champ de contrainte à l'extrémité de la fissure ont été effectués pour des modules d'élasticité dont le rapport E_2/E_1 varie entre 0,01 et 100. Les coefficients de Poisson sont pris égaux ($\nu_1 = \nu_2 = 0,2$).

Le repère local (O, r, z) est centré sur la pointe de la fissure. Dans ce plan, les contraintes dépendent d'une part de leur coordonnées (r, z) et d'autre part de la position de la fissure par rapport à l'interface (l) : $\sigma(r, z, l)$. Toutefois pour simplifier les notations, ce dernier paramètre interviendra seulement comme une abscisse particulière, par exemple $\sigma(r = l, z)$ où l est une longueur de ligament fixée. Enfin, les contraintes $\sigma_{rr}(r, z)$ et $\sigma_{zz}(r, z)$ sont maximales le long de l'axe r ($\max_z \sigma(r, z) = \sigma(r, z = 0)$). On simplifiera l'expression des contraintes en notant $\sigma(r) = \max_z \sigma(r, z)$.

La décohésion en amont de la fissure principale se produit si la composante σ_{rr} perpendiculaire à l'interface atteint la résistance σ_i^c de cette dernière (relation (1)) et si la composante de tension σ_{zz} dans la phase non fissurée reste inférieure à sa résistance à la rupture σ_2^c (relation (2)) :

$$\sigma_{rr}(r = l_0) = \sigma_i^c \quad (1)$$

$$\max_r \sigma_{zz}(r > l_0) < \sigma_2^c \quad (2)$$

l_0 désigne la valeur particulière du ligament pour laquelle la composante $\sigma_{rr}(r = l)$ atteint la résistance de l'inter-

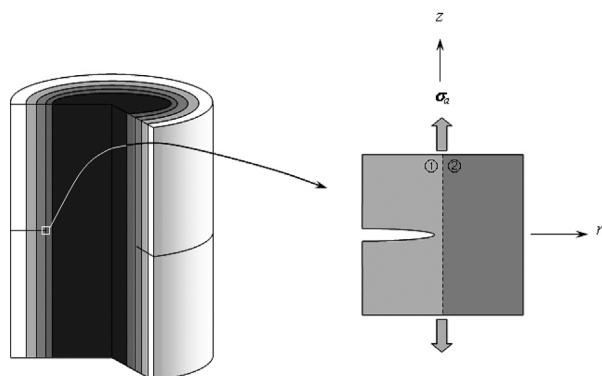


Fig. 2. Cellule bimatiériaux extraite d'un composite à matrice et interphase multicouches, soumise à un effort de traction uniforme (σ_a).

Fig. 2. Bimaterial cell extracted from a multilayered material and subjected to a uniform tensile stress (σ_a).

face (expression (1)). La condition (2) correspond au cas déterministe où la résistance à la rupture du matériau non fissuré est unique. La solution où σ_2^c est une variable statistique n'est pas traitée ici.

Les relations (1) et (2) permettent ainsi de prévoir l'évolution de la fissure. Pour cela il suffit de connaître le champ de contrainte et de vérifier si la valeur particulière l_0 existe. Ceci suppose que σ_i^c et σ_2^c soient connues. Toutefois la résistance à l'ouverture de l'interface (σ_i^c) n'est généralement pas mesurée en raison de difficultés expérimentales. Par conséquent, on ne peut pas déterminer la valeur particulière l_0 ni la contrainte $\sigma_{rr}(r = l_0)$ correspondante. En revanche, $\sigma_{rr}^{\max} = \max_l \sigma_{rr}(r = l) = \sigma_{rr}(r = l^*)$, valeur maximale de $\sigma_{rr}(r = l)$, permet d'exprimer cette condition de décohésion :

$$\sigma_{rr}^{\max} = \sigma_{rr}(r = l^*) \geq \sigma_{rr}(r = l_0) = \sigma_2^c \quad (3)$$

l^* désigne la valeur particulière de la longueur du ligament pour laquelle σ_{rr}^{\max} est atteinte à l'interface ($l^* \leq l_0$). σ_{rr}^{\max} est donc obtenue à l'aplomb de la fissure, lorsque le pic de la contrainte σ_{rr} atteint l'interface. La condition de non rupture du matériau 2 devient :

$$\max_r \sigma_{zz}(r > l_0) \leq \sigma_{zz}^{\max} < \sigma_2^c \quad (4)$$

où $\sigma_{zz}^{\max} = \max_r \sigma_{zz}(r > l^*)$. Ainsi quand la condition (3) est vérifiée, la condition (1) l'est aussi et réciproquement. De même quand la condition (4) est satisfaite, la relation (2) l'est également. Le rapport des conditions (3) et (4) conduit à la condition unique suivante de décohésion :

$$\frac{\sigma_i^c}{\sigma_2^c} \leq \frac{\sigma_{rr}^{\max}}{\sigma_{zz}^{\max}} \quad (5)$$

L'inéquation (5) exprime une condition nécessaire mais non suffisante. Lorsqu'elle n'est pas remplie, les trois situations suivantes sont possibles :

- Les conditions (3) et (4) ne sont pas satisfaites. La fissure n'est pas déviée et il y a rupture de la phase 2 : propagation de la fissure principale dans le second constituant.
- La condition (3) est satisfaite et la (4) ne l'est pas. Il y a déviation de la fissure et rupture de la phase 2 : rupture complète.
- La condition (3) n'est pas satisfaite et la (4) l'est. Il n'y a ni déviation de la fissure, ni rupture de la phase 2 : arrêt de la fissure à l'interface.

4. Résultats et discussion

Les valeurs du maximum de la composante d'ouverture le long de l'interface σ_{rr}^{\max} et de la contrainte maximale de tension dans la seconde phase σ_{zz}^{\max} ont été déduites du champ de contrainte à l'extrémité de la fissure pour différents contrastes des modules de part et d'autre de l'interface. Le graphique de la Fig. 3 présente le rapport de ces maxima en fonction du rapport des modules d'élasticité. La courbe divise le plan en deux régions. La première, sous la courbe, est associée au domaine de $(E_1, E_2, \sigma_i^c, \sigma_2^c)$ pour lequel la condition (5) est vérifiée : il y a décohésion de l'interface et donc déviation de la fissure principale [14]. La seconde, au-dessus, se rapporte au domaine pour lequel la condition (5) n'est pas remplie.

On note que la courbe présente un maximum pour $E_2/E_1 = 3,86$. Pour ce contraste de matériaux, la déviation de la fissure est favorisée (l'intervalle des valeurs σ_i^c/σ_2^c favorables à la déviation est le plus grand). La contrainte d'ouverture σ_{rr}^{\max} reste cependant constamment inférieure à la contrainte σ_{zz}^{\max} ($\sigma_{rr}^{\max}/\sigma_{zz}^{\max} < 1$).

Par ailleurs, lorsque le rapport des modules tend vers zéro, c'est-à-dire lorsque le matériau non fissuré devient extrêmement souple par rapport au matériau fissuré, la condition (5) n'est pas remplie : la décohésion ne se produit pas. La pénalisation de la déviation dans cette configuration est confirmée dans la littérature par des approches énergétiques [15]. En revanche pour un rapport des modules d'élasticité supérieur, la décohésion devient plus favorable. Cette dissymétrie de la courbe dépend donc de la résistance que la phase non fissurée oppose à la

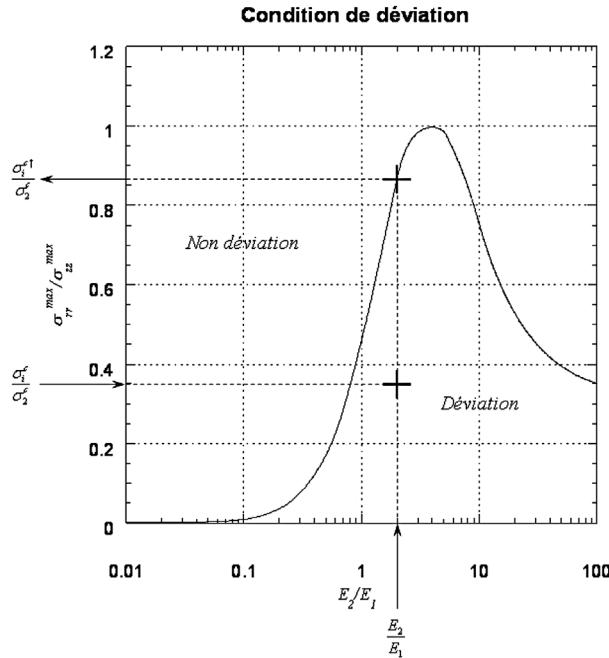


Fig. 3. Condition de déviation d'une fissure en fonction des propriétés des constituants.

Fig. 3. Condition of crack deflection with respect to constituent properties.

déformation latérale du second constituant sous l'effet de la contrainte σ_{rr} . Parallèlement, il est à noter que la composante de tension σ_{zz} dans la seconde phase (et donc la capacité à la rompre) décroît régulièrement lorsque le rapport des modules d'élasticité augmente [14].

La capacité d'une fissure à être déviée le long de l'interface entre deux matériaux dépend donc de la rigidité relative des constituants.

5. Applications

Il est intéressant d'examiner l'exemple trivial d'un matériau homogène isotrope. La cellule élémentaire est constituée de deux matériaux identiques ($E_1 = E_2$, $\sigma_1^c = \sigma_2^c$). L'interface se réduit à une ligne dont la résistance est égale à celle du matériau ($\sigma_i^c = \sigma_1^c = \sigma_2^c$). La Fig. 3 montre que le point correspondant de coordonnées (1,1) est situé dans la région de non déviation. Ce résultat est bien conforme à ce qui était attendu : dans un matériau homogène, une fissure se propage suivant une direction perpendiculaire à la sollicitation.

Plus généralement, si les caractéristiques ($E_1, E_2, \sigma_i^c, \sigma_2^c$) sont toutes connues, il suffit d'introduire les rapports des modules et des résistances dans le diagramme $\sigma_{rr}^{\max}/\sigma_{zz}^{\max} = f(E_2/E_1)$ de la Fig. 3. Ainsi pour une valeur fixée de E_2/E_1 , la déviation se produit si le rapport σ_i^c/σ_2^c se place sous la courbe $\sigma_{rr}^{\max}/\sigma_{zz}^{\max}$. En revanche si le rapport des résistances se trouve dans la partie supérieure du diagramme, la décohésion ne se produit pas et la fissure peut éventuellement se propager dans la seconde phase (cf. relations (3) et (4)). L'analyse doit alors être répétée au voisinage de l'interface suivante, et ainsi de suite.

En pratique, la résistance interfaciale σ_i^c est généralement inconnue. Elle peut être estimée par *méthode inverse*. Une borne $\sigma_i^{c\dagger}$ se déduit de l'ordonnée $\sigma_i^{c\dagger}/\sigma_2^c$ de l'intersection de la droite E_2/E_1 fixé et de la courbe maîtresse (Fig. 3). Si l'expérience montre que la déviation se produit à l'interface (1)/(2), la borne supérieure de σ_i^c est obtenue ($\sigma_i^c \leq \sigma_i^{c\dagger}$) ; si elle montre au contraire que la fissure n'est pas déviée, la méthode fournit une borne inférieure de σ_i^c ($\sigma_i^c \geq \sigma_i^{c\dagger}$).

La courbe maîtresse peut enfin être utile à la conception ou l'optimisation de nouveaux multimatériaux. Sa dissymétrie montre que l'ordre des couches a une importance capitale et que la déviation des fissures sera favorisée si les phases rencontrées au cours de la propagation sont de plus en plus rigides. En outre, il est possible de définir les caractéristiques du matériau déviateur à introduire et de déterminer les constituants entre lesquels il faut le placer pour réduire l'endommagement du composite.

6. Conclusions

Une condition de déviation de fissure fondée sur le mécanisme de Cook et Gordon a été établie. Elle se réduit à une courbe maîtresse universelle qui relie le rapport des résistances au rapport des modules d'élasticité des constituants. Elle a été obtenue à partir de la perturbation du champ de contrainte calculée par éléments finis au voisinage de la pointe de fissure. Si les propriétés des interfaces et des constituants sont connues, la courbe permet de déterminer l'évolution de la fissure : déviation, arrêt ou propagation dans la seconde phase. Toutefois en pratique, la mesure expérimentale de σ_i^c reste délicate et des essais mécaniques spécifiques doivent être menés en ce sens [14].

En revanche si les résistances interfaciales sont inconnues, ce qui est aujourd'hui le cas le plus fréquent, une borne supérieure de la résistance σ_i^c peut être estimée si la déviation de fissure a été observée, ou une borne inférieure dans le cas contraire. La prévision de la déviation des fissures au cœur d'une interphase en fonction de l'intensité de la liaison interphase/fibre est également possible [2,16].

Références

- [1] C. Droillard, J. Lamon, Fracture toughness of 2-D woven SiC/SiC CVI-composites with multilayered interphases, *J. Am. Ceram. Soc.* 79 (4) (1996) 849–858.
- [2] J. Lamon, Interfaces and interfacial mechanics: influence on the mechanical behaviour of ceramic matrix composites (CMCs), *J. Phys. IV* 3 (1993) 1607–1616.
- [3] A.K. Kaw, N.J. Pagano, Axisymmetric thermoelastic response of a composite cylinder containing an annular matrix crack, *J. Compos. Mater.* 27 (6) (1993) 540–571.
- [4] M.Y. He, J.W. Hutchinson, Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials, *Int. J. Solids Structures* 25 (9) (1989) 1053–1067.
- [5] J. Cook, J.E. Gordon, A mechanism for the control of crack propagation in all-brittle systems, *Proc. Roy. Soc. A* 28 (1964) 508–520.
- [6] P.S. Theocaris, J. Milios, The disruption of a longitudinal interface by a moving transverse crack, *J. Reinf. Plast. Comp.* 2 (1983) 18–28.
- [7] W. Lee, S.J. Howard, W.J. Clegg, Growth of interface defects and its effect on crack deflection and toughening criteria, *Acta Mater.* 44 (10) (1996) 3905–3922.
- [8] W.J. Clegg, K.S. Blanks, J.B. Davis, F. Lanckmans, Porous interfaces as crack deflecting interlayers in ceramic laminates, *Key Engng. Mater.* 132–136 (1997) 1866–1869.
- [9] J. Zhang, J.J. Lewandowski, Delamination study using four-point bending of bilayers, *J. Mater. Sci.* 32 (1997) 3851–3856.
- [10] S.G. Warrier, B.S. Majundar, D.B. Miracle, Interface effects on crack deflection and bridging during fatigue crack growth of titanium matrix composites, *Acta Mater.* 45 (12) (1997) 4969–4980.
- [11] Y. Kagawa, K. Goto, Direct observation and modelling of the crack-fibre interaction process in continuous fibre-reinforced ceramics: model experiments, *Mater. Sci. Engrg. A* 250 (1998) 285–290.
- [12] B.S. Majumdar, D.B. Gundel, R.E. Dutton, S.G. Warrier, N.J. Pagano, Evaluation of the tensile strength in brittle-matrix composite systems, *J. Am. Ceram. Soc.* 81 (6) (1998) 1600–1610.
- [13] A.H. Barber, E. Wiesel, H.D. Wagner, Crack deflection at a transcrystalline junction, *Compos. Sci. Technol.* 62 (2002) 1957–1964.
- [14] S. Pompidou, Déviation des fissures par une interface ou une interphase dans les composites et les multicouches, Thèse de l'Université Bordeaux 1 N°2694, 11 juillet 2003.
- [15] N. Carrère, E. Martin, D. Leguillon, J. Lamon, Interaction fissure-interphase dans les matériaux composites à matrice céramique, in: *Comptes rendus des onzièmes journées nationales sur les composites*, vol. 2, 1998, pp. 435–444.
- [16] S. Pompidou, J. Lamon, Model of deviation of cracks at interfaces/interphases based on the Cook and Gordon's mechanism, in: M. Singh, R.J. Kerans, E. Lara-Curzio, R. Naslain (Eds.), *Fifth International Conference on High Temperature Ceramic Matrix Composites*, September 2004, pp. 285–290.