

# Écoulement turbulent dans une cavité rotor–stator fermée de grand rapport d’aspect

Sébastien Poncet \*, Anthony Randriamampianina

IRPHE, UMR 6594 CNRS, technopôle de château-Gombert, 49, rue Frédéric Joliot-Curie, BP 146, 13384 Marseille cedex 13, France

Reçu le 13 janvier 2005 ; accepté après révision le 30 août 2005

Disponible sur Internet le 7 octobre 2005

Présenté par Paul Clavin

## Résumé

Cet article propose une étude expérimentale et numérique d’écoulement turbulent dans une cavité annulaire fermée de type rotor–stator. Les résultats issus d’une simulation numérique directe sont comparés à des mesures de vitesses par anémométrie laser Doppler pour un écoulement turbulent à nombre de Reynolds  $Re = \Omega R_2^2/\nu = 9,5 \times 10^4$ , dans une cavité de grand rapport d’aspect  $G = (R_2 - R_1)/h = 18,32$ , avec  $R_1$  et  $R_2$  les rayons interne et externe du rotor et  $h$  l’espace interdisque. Un bon accord entre les deux approches a été obtenu pour les champs moyen et turbulent. **Pour citer cet article :** S. Poncet, A. Randriamampianina, C. R. *Mecanique* 333 (2005).

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

## Abstract

**Turbulent flow in a shrouded rotor–stator cavity of large aspect ratio.** A direct numerical simulation is combined with laboratory study to describe the turbulent flow in an annular high speed rotor–stator cavity. Comparisons are made for a turbulent flow characterized by a Reynolds number  $Re = \Omega R_2^2/\nu = 9.5 \times 10^4$  in a shrouded cavity of large aspect ratio  $G = (R_2 - R_1)/h = 18.32$ , where  $R_1$  and  $R_2$  are the inner and outer radii of the rotating disk, and  $h$  is the inter-disk space. A close agreement is found between the computed results and the experimental data for the mean and turbulent fields. **To cite this article :** S. Poncet, A. Randriamampianina, C. R. *Mecanique* 333 (2005).

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

*Mots-clés :* Mécanique des fluides ; Turbulence ; Simulation numérique directe ; Système rotor–stator ; LDA

*Keywords :* Fluid mechanics ; Turbulence ; Direct numerical simulation ; Rotor–stator system ; LDA

## Abridged English version

An increasing interest in rotating disk flows has justified many works over more than a century. Besides its primary concern to many industrial applications such as turbomachinery, the rotor–stator problem has proved a fruitful means of studying the turbulence in confined rotating flows. Daily and Nece [1] have carried out a comprehensive theoretical

\* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : [poncet@irphe.univ-mrs.fr](mailto:poncet@irphe.univ-mrs.fr) (S. Poncet), [anthony.randria@irphe.univ-mrs.fr](mailto:anthony.randria@irphe.univ-mrs.fr) (A. Randriamampianina).

and experimental study of sealed rotor–stator disk flows. They provided an estimated value for the local Reynolds number at which turbulence originates with separated boundary layers,  $Re_r = \Omega^2 r / \nu = 1.5 \times 10^5$  for ratios  $A = h/R_2 \geq 0.04$ . However, experiments have revealed that transition towards turbulence can appear at a lower value of the Reynolds number within the stationary disk boundary layer, even though the flow remains laminar along the rotating disk [2,3]. In their experiment in enclosed systems, Itoh et al. [2] have observed turbulent regime occurring earlier along the stator side at  $Re_r \simeq 8. \times 10^3$ , while along the rotor side, the turbulent flow develops for  $3.6 \times 10^5 < Re_r < 6.4 \times 10^5$ .

In this work, we study the flow between a smooth rotating (the rotor) and a smooth stationary (the stator) disk, enclosed by an inner rotating cylinder and an outer stationary casing (Fig. 1). The cavity is characterized by a large aspect ratio  $G = (R_2 - R_1)/h = 18.32$  and a small curvature parameter  $R_c = (R_2 + R_1)/(R_2 - R_1) = 1.36$ , where  $R_1$  and  $R_2$  are the inner and outer radii of the rotor, and  $h$  is the inter-disk space. For the rotational Reynolds number under consideration here,  $Re = \Omega R_2^2 / \nu = 9.5 \times 10^4$ , the flow is turbulent along the stator side, with two separated boundary layers, known as a Batchelor type of flow [4]. The velocity measurements were performed using a two component laser Doppler anemometer (LDA). This technique was used to measure from above the stator the mean radial  $V_r$  and tangential  $V_\theta$  velocities as well as the associated Reynolds stress tensor components  $R_{11}^* = \overline{v_r'^2} / (\Omega r)^2$ ,  $R_{12}^* = \overline{v_r' v_\theta'} / (\Omega r)^2$ ,  $R_{22}^* = \overline{v_\theta'^2} / (\Omega r)^2$  in a vertical plane  $(r, z)$ .

The numerical approach is based on a pseudo-spectral technique using Chebyshev polynomials in the radial and axial directions with Fourier series in the azimuthal direction associated with a semi-implicit second order time scheme. An efficient projection method is introduced to solve the pressure–velocity coupling [5]. A grid resolution composed of  $N \times M \times K = 300 \times 80 \times 100$  respectively in radial, axial and azimuthal directions has been used, with a dimensionless time step  $\delta t = 2.75 \times 10^{-3}$ .

Fig. 2 shows the axial profiles of the mean radial  $V_r^* = V_r / (\Omega r)$  and tangential  $V_\theta^* = V_\theta / (\Omega r)$  velocities. The flow exhibits a typical Batchelor behaviour [4], similar to the regime IV defined in [1]: two developed boundary layers on each disk, separated by a central rotating core. The rotating core is characterized by a quasi zero radial velocity and by a quasi constant tangential velocity. The entrainment coefficient  $K$  of the fluid, defined as the ratio between the tangential velocity in the core and that of the disk at the same radius, is about 0.4, to be compared with the empirical value 0.44 for fully turbulent flows [6]. The Ekman layer thickness remains constant independently of the radial location, while the Bödewadt layer thickness decreases with the radius. The three-dimensional (3D) computed results are found to be in close agreement with the experimental data for the mean field. On the other hand, the axisymmetric simulation leads to a steady laminar flow and thus fails to predict the characteristic broadening of the turbulent Bödewadt layer as well as the correct coefficient  $K$ .

Comparisons of the axial variations of two components  $R_{11}^*$  and  $R_{22}^*$  of the Reynolds stress tensor are presented in Fig. 3 at four radial locations. The 3D simulation provides behaviours in good agreement with the measured data, even if the turbulent intensities are rather weak. The axial profiles of  $R_{12}^*$  are not shown as  $R_{12}^*$  is indeed close to zero everywhere. The turbulence intensity is mostly concentrated within the Bödewadt layer, whereas the Ekman layer remains laminar. We can notice that the flow along the stator becomes more turbulent, when one approaches the periphery of the cavity. Although the profiles from the simulation resemble the behaviour obtained from measurements, a slight discrepancy observed towards the periphery results from the different closures at the junction between the rotor and the stationary casing.

We display in Fig. 4(a) the variations with the axial wall coordinate  $z^+ = z u_\tau / \nu$  of the viscous dissipation  $\varepsilon$ , dimensionalized with the total friction velocity  $u_\tau$  defined in [7], in the Bödewadt layer for four radial locations. The profiles exhibit the characteristic behaviour within the Bödewadt layer and decrease outside it until vanishing close to the rotor. We note a maximum at  $z^+ \simeq 8$  for all considered radii, with the highest value of  $\varepsilon$  towards the periphery. One characteristic of the 3D turbulent boundary layer is the reduction of the Townsend structural parameter  $a_1$ , defined as the ratio of the shear stress vector magnitude to twice the turbulent kinetic energy. We have reported in Fig. 4(b) the variations of  $a_1$  versus  $z/\delta_B$  at the stator side, where  $\delta_B$  is the Bödewadt layer thickness. We can see clearly such a reduction below the limiting value 0.15, which confirms the 3D turbulent nature of the flow along the stator [2,7].

## 1. Introduction

Les écoulements de disque tournant ont fait l'objet de nombreuses études depuis plus d'un siècle. Outre l'intérêt industriel (turbomachines), les systèmes rotor–stator présentent une des configurations les plus simples pour étudier

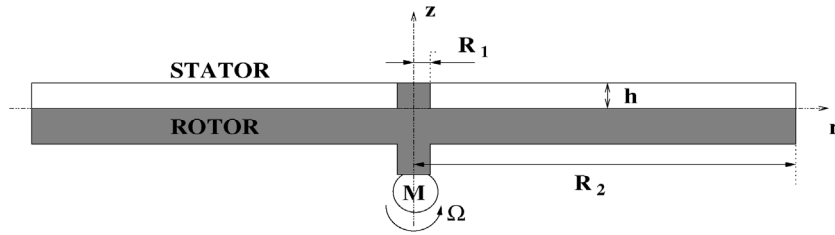


Fig. 1. Schéma de la cavité étudiée et notations.

Fig. 1. Schematic diagram of the experimental rig with relevant notations.

la turbulence en présence de rotation. L'étude expérimentale et théorique de Daily et Nece [1] fournit une contribution majeure pour la compréhension des écoulements dans une cavité de type rotor–stator. Ils ont notamment déterminé une valeur du nombre de Reynolds local critique pour la transition vers la turbulence,  $Re_r = \Omega r^2 / \nu = 1,5 \times 10^5$  pour des rapports d'aspect  $A = h/R_2 \geq 0,04$ . Cependant, des expériences plus récentes ont mentionné que la turbulence peut apparaître pour des valeurs plus faibles du taux de rotation le long du disque fixe, bien que l'écoulement soit laminaire sur le disque tournant [2,3]. Durant leur expérience dans un système fermé de type rotor–stator, Itoh et al. [2] ont observé le développement du régime turbulent le long du stator à  $Re_r \simeq 8 \times 10^3$ , tandis que sur le rotor, la turbulence apparaît plus tard, pour  $3,6 \times 10^5 < Re_r < 6,4 \times 10^5$ . Dans le cas présent, nous avons observé un écoulement turbulent de type Batchelor [4] à couches limites séparées.

## 2. Dispositif expérimental

La cavité est limitée par deux disques lisses (Fig. 1), l'un en rotation (le rotor) et l'autre fixe (le stator), et fermée par deux cylindres coaxiaux. Le rotor et son moyeu central sont en rotation uniforme de vitesse angulaire  $\Omega$ . L'écoulement dans la cavité est gouverné par les trois paramètres de contrôle suivants : le nombre de Reynolds global  $Re = \Omega R_2^2 / \nu = 9,5 \times 10^4$  ( $\nu$  la viscosité cinématique de l'eau), le rapport d'aspect  $G = (R_2 - R_1)/h = 18,32$  de la cavité et le paramètre de courbure  $R_c = (R_2 + R_1)/(R_2 - R_1) = 1,36$ , avec  $R_1 = 38$  mm et  $R_2 = 250$  mm les rayons intérieur et extérieur du rotor et  $h = 11,6$  mm l'espace interdisque. Le système est maintenu à une pression constante de 2 bars pour éviter les effets de la cavitation et à une température de fonctionnement constante ( $23 \pm 0,5$  °C). Le système de mesure par anémométrie laser Doppler (LDA) à deux composantes nous donne accès aux valeurs des vitesses moyennes radiale  $V_r$  et orthoradiale  $V_\theta$  et aux composantes du tenseur de Reynolds associées  $R_{11}^* = \overline{v_r'^2} / (\Omega r)^2$ ,  $R_{12}^* = \overline{v_r' v_\theta'} / (\Omega r)^2$ , et  $R_{22}^* = \overline{v_\theta'^2} / (\Omega r)^2$  mesurées par dessus le stator.

## 3. Approche numérique

L'écoulement est gouverné par les équations incompressibles de Navier–Stokes, formulées en variables primitives dans un repère fixe. Les échelles de référence utilisées pour adimensionner les composantes de la vitesse et le temps sont respectivement  $\Omega R_2$  et  $h/(2R_2\Omega)$ . L'approche numérique utilise une approximation pseudo-spectrale, basée sur un développement en polynômes de Chebyshev dans les directions axiale et radiale et en séries de Fourier dans la direction azimutale, associée à un schéma temporel semi-implicite d'ordre deux. Le couplage vitesse–pression est résolu par une méthode de projection efficace [5]. Une résolution spatiale de  $N \times M \times K = 300 \times 80 \times 100$ , respectivement dans les directions radiale, axiale et azimutale, et un pas de temps adimensionné  $\delta t = 2,75 \times 10^{-3}$  ont été utilisés.

## 4. Résultats

On présente sur la Fig. 2 les profils axiaux (selon  $z^* = z/h$ ) des vitesses moyennes radiale  $V_r^* = V_r/(\Omega r)$  et tangentielle  $V_\theta^* = V_\theta/(\Omega r)$  pour quatre positions radiales  $r^* = r/R_2$ . L'écoulement est de type Batchelor : deux couches limites développées sur chaque disque, séparées par un noyau en rotation solide. Le cœur de l'écoulement est caractérisé par une vitesse radiale presque nulle et une vitesse tangentielle presque constante. Le coefficient d'entraînement du fluide  $K$ , défini comme le rapport entre la vitesse tangentielle dans le noyau et celle du disque au

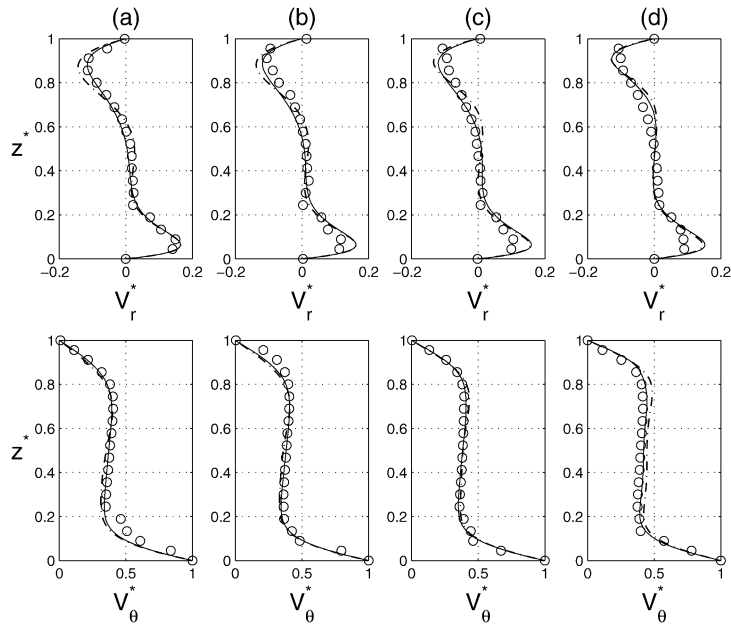


Fig. 2. Profils axiaux des vitesses moyennes radiale  $V_r^*$  et azimutale  $V_\theta^*$  pour quatre positions radiales : (a)  $r^* = 0,44$ , (b)  $r^* = 0,56$ , (c)  $r^* = 0,68$ , (d)  $r^* = 0,8$  ; Comparaison entre la simulation numérique directe 3D (—), la simulation axisymétrique (---) et les mesures par LDA ( $\circ$ ).

Fig. 2. Axial variations of the mean radial  $V_r^*$  and tangential  $V_\theta^*$  velocity components at four radial locations: (a)  $r^* = 0,44$ , (b)  $r^* = 0,56$ , (c)  $r^* = 0,68$ , (d)  $r^* = 0,8$ ; Comparison between the 3D direct numerical simulation (—), the axisymmetric calculation (---) and the measurements ( $\circ$ ).

même rayon, est quasi constant :  $K \simeq 0,4$ , proche de la valeur empirique 0,44 pour les écoulements pleinement turbulents [6]. La couche limite d'Ekman liée au rotor (vers  $z^* = 0$ ) est centrifuge, alors que celle de Bödewadt liée au stator (vers  $z^* = 1$ ) est centripète. L'épaisseur et le maximum de la vitesse radiale de la couche limite du rotor sont quasi constants pour les quatre rayons considérés, ce qui est caractéristique d'un écoulement laminaire, alors que l'épaisseur de la couche limite liée au stator augmente de la périphérie vers le centre de la cavité. Les résultats de la simulation tridimensionnelle (3D) sont en bon accord avec les mesures. Par contre, la simulation axisymétrique conduit à une solution stationnaire laminaire et donc ne peut prédire correctement l'épaississement caractéristique de la couche limite turbulente le long du stator et la valeur précise de  $K$ . Il est à noter que les écarts obtenus dans la couche limite d'Ekman pour  $V_r^*$  sont dus à la LDA qui donne des valeurs intégrées sur un volume de mesure de taille  $0,069h$  dans la direction axiale, ce qui n'est pas négligeable comparée à l'épaisseur des couches limites.

Les profils axiaux des composantes  $R_{11}^*$  et  $R_{22}^*$  du tenseur de Reynolds montrent que les intensités turbulentes sont globalement faibles (Fig. 3). Les profils pour la composante  $R_{12}^*$  du tenseur de Reynolds ne sont d'ailleurs pas représentés car elle vaut pratiquement zéro dans toute la cavité, indiquant l'absence de tension de cisaillement visqueuse. La couche limite liée au stator est plus turbulente que celle du rotor et les intensités turbulentes augmentent dans cette couche du centre vers la périphérie. Le comportement du champ turbulent est bien prédit par la simulation 3D, particulièrement pour la composante  $R_{22}^*$  dont les niveaux sont deux fois plus élevés que pour la composante  $R_{11}^*$ . Les différences sur cette composante peuvent provenir de la prise en compte de la jonction entre le disque tournant et le cylindre externe fixe. Une régularisation est introduite pour la simulation, tandis qu'un faible écartement est présent dans l'expérience.

La Fig. 4(a) présente les variations de la dissipation visqueuse  $\varepsilon$ , adimensionnée par rapport à la vitesse de frottement total  $u_\tau = ((v \frac{\partial V_\theta}{\partial z})^2 + (v \frac{\partial V_r}{\partial z})^2)^{1/4}$ , en fonction de la distance à la paroi  $z^+ = zu_\tau/v$  dans la couche limite de Bödewadt et pour quatre positions radiales. Il est à noter que  $z^+ = 0$  correspond au disque fixe. Les profils le long du stator montrent le comportement caractéristique d'un écoulement turbulent, avec un maximum en  $z^+ \simeq 8$  suivi d'une décroissance en dehors de la couche limite, avant de s'annuler du côté du rotor. En accord avec les résultats précédents, la valeur de  $\varepsilon$  augmente du centre vers la périphérie de la cavité. Une des caractéristiques de la couche limite turbulente tridimensionnelle provient de la diminution du paramètre structural de Townsend, défini par :

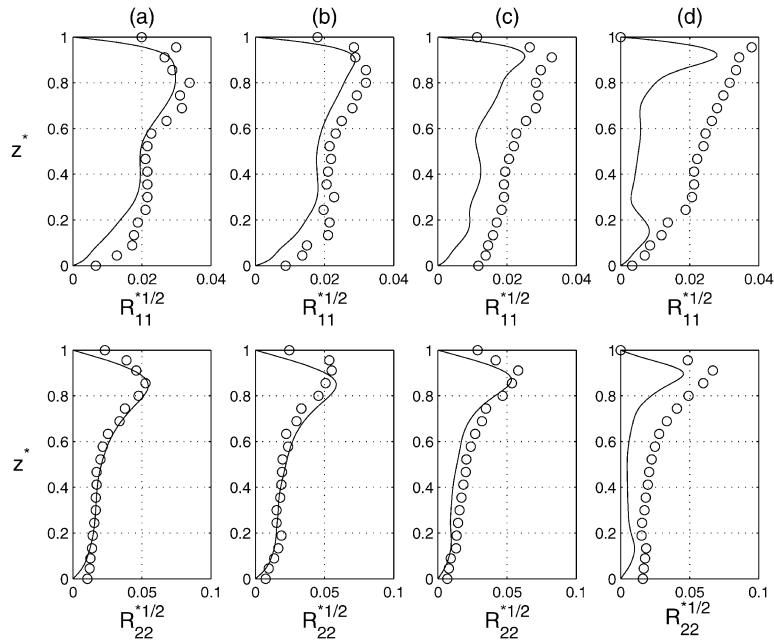


Fig. 3. Profils axiaux des tensions de Reynolds  $R_{11}^*$  et  $R_{22}^*$  pour quatre positions radiales : (a)  $r^* = 0,44$ , (b)  $r^* = 0,56$ , (c)  $r^* = 0,68$ , (d)  $r^* = 0,8$  ; Comparaison entre la simulation numérique (—) et les mesures par LDA (○).

Fig. 3. Computed (—) and measured (○) axial variations of the orthogonal Reynolds stresses  $R_{11}^*$  and  $R_{22}^*$  at four radial locations: (a)  $r^* = 0.44$ , (b)  $r^* = 0.56$ , (c)  $r^* = 0.68$ , (d)  $r^* = 0.8$ .

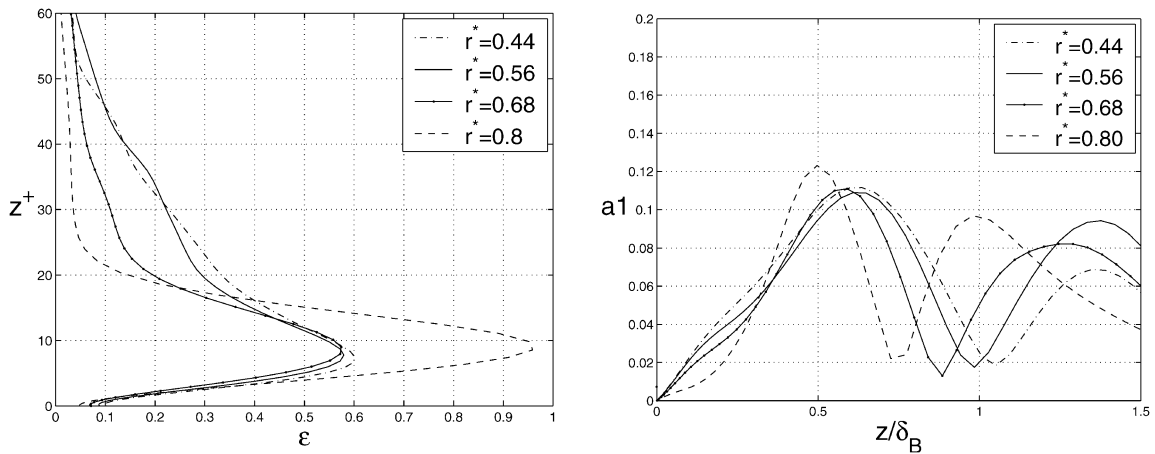


Fig. 4. (a) Profils axiaux de la dissipation visqueuse  $\varepsilon$  dans la couche limite de Bödewadt ; (b) Variation axiale du paramètre structural de Townsend  $a_1$  dans la couche limite de Bödewadt.

Fig. 4. (a) Axial variations of the viscous dissipation in the Bödewadt boundary layer; (b) Axial variations of the Townsend structural parameter  $a_1$  in the Bödewadt boundary layer.

$a_1 = (\overline{v_r'v_\theta'^2} + \overline{v_z'v_\theta'^2})^{1/2}/(2k)$ , avec  $k$  l'énergie cinétique de la turbulence. Les variations de  $a_1$  dans la couche limite du stator sont présentées sur la Fig. 4(b) en fonction de  $z/\delta_B$ , où  $\delta_B$  est l'épaisseur de la couche limite de Bödewadt. Nous observons la décroissance de  $a_1$  au-dessous de la valeur limite 0,15 bien au-delà de la couche limite pour les quatre rayons considérés. Ce comportement est en accord avec les profils reportés dans la littérature, et confirme la nature 3D turbulente de la couche limite du stator [2,7]. Cela n'a pas été observé du côté du disque tournant.

## 5. Conclusion

Nous avons étudié expérimentalement et numériquement l'écoulement turbulent dans une cavité rotor–stator fermée de grand rapport d'aspect. Pour un nombre de Reynolds  $Re = 9,5 \times 10^4$  et un rapport d'aspect  $G = 18,32$ , l'écoulement est de type Batchelor [4] : une couche limite centrifuge sur le rotor, un noyau en rotation solide ( $K \simeq 0,4$ ) et une couche limite centripète sur le stator. Les caractéristiques de l'écoulement indiquent une nature turbulente, bien que les niveaux restent faibles. Alors que la couche limite liée au rotor reste laminaire, la turbulence est concentrée principalement dans la couche liée au stator. Les intensités turbulentes augmentent dans cette couche du centre vers la périphérie de la cavité. La dissipation visqueuse est maximale dans la couche de Bödewadt et s'annule près du disque tournant. La variation axiale du paramètre structurel de Townsend  $a_1 \leq 0,15$  le long du stator confirme que cette couche limite est tridimensionnelle et turbulente. Les résultats de la simulation numérique directe 3D sont en bon accord avec les mesures par LDA pour les champs moyen et turbulent. Par contre, la simulation axisymétrique rend compte d'un écoulement laminaire dans l'ensemble de la cavité.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier R. Schiestel et M.P. Chauve (IRPHE) pour leurs conseils prodigués tout au long de cette étude. Les résultats numériques ont été obtenus sur le NEC-SX5 de l'IDRIS (CNRS, Orsay).

## Références

- [1] J.W. Daily, R.E. Nece, Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed rotating disks, *Trans. ASME J. Basic Engrg.* 82 (1960) 217–232.
- [2] M. Itoh, Y. Yamada, S. Imao, M. Gonda, Experiments on turbulent flow due to an enclosed rotating disk, *Exp. Thermal Fluid Sci.* 5 (1992) 359–368.
- [3] S.C. Cheah, H. Iacovides, D.C. Jackson, H. Ji, B.E. Launder, Experimental investigation of enclosed rotor–stator disk flows, *Exp. Thermal Fluid Sci.* 9 (1994) 445–455.
- [4] G.K. Batchelor, Note on a class of solutions of the Navier–Stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow, *Q. J. Mech. Appl. Math.* 4 (1951) 29–41.
- [5] S. Huges, A. Randriamampianina, An improved projection scheme applied to pseudospectral methods for the incompressible Navier–Stokes equations, *Internat. J. Numer. Methods Fluids* 28 (1998) 501–521.
- [6] S. Poncet, M.P. Chauve, P. Le Gal, Turbulent rotating disk flow with inward throughflow, *J. Fluid Mech.* 522 (2005) 253–262.
- [7] M. Lygren, H.I. Andersson, Turbulent flow between a rotating and a stationary disk, *J. Fluid Mech.* 426 (2001) 297–326.