

Pertes de charge des fluides non newtoniens thermodependants en écoulement entre deux plaques parallèles

Van Tuan Nguyen *, Michel Lebouche

Laboratoire d'énergétique et de mécanique théorique et appliquée (LEMTA), UMR 7563,
2, avenue de la forêt de Haye, BP 160, 54500 Vandoeuvre-les-Nancy, France

Reçu le 19 septembre 2005 ; accepté après révision le 12 juillet 2006

Disponible sur Internet le 17 janvier 2007

Présenté par Michel Combarous

Résumé

Dans cette Note, le problème des pertes de charge des fluides non newtoniens fortement thermodépendants en écoulement non isotherme entre deux plaques parallèles chauffées est considéré. On étudie, par simulation numérique, l'influence des différents paramètres sur l'évolution du coefficient de frottement local. Les corrélations sont proposées pour calculer les pertes de charge dans deux cas de chauffage pariétal à densité de flux ou à température constante. *Pour citer cet article : V.T. Nguyen, M. Lebouche, C. R. Mecanique 335 (2007).*

© 2007 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Pressure drop of thermodependent non-Newtonian fluids flow between two parallel plates. In this Note, the pressure drop of non-Newtonian thermodependent fluids flowing between two parallel plates is considered. The effects of different parameters on the evolution of local friction factor are numerically investigated in two heating cases and correlations are proposed to compute the pressure drop. *To cite this article: V.T. Nguyen, M. Lebouche, C. R. Mecanique 335 (2007).*

© 2007 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Mécanique des fluides numérique ; Pertes de charge ; Écoulement entre deux plaques parallèles ; Non newtonien ; Thermodépendant ; Corrélation

Keywords : Computational fluid mechanics; Pressure drop; Flow between two parallel plates; Non-Newtonian; Thermodependent; Correlation

1. Introduction

Dans beaucoup de secteurs industriels (agro-alimentaire, chimique, ...), les fluides rencontrés sont en général non seulement non-newtoniens et mais aussi thermodépendants. La loi de comportement la plus souvent utilisée est celle d'Oswald De Waele [1,2]. On considère dans ce travail l'écoulement des fluides rhéofluidifiants dont la consistance dépend de la température. Dans des études antérieures, le problème de transfert de chaleur et des pertes de charge en

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : van-tuan.nguyen@ensem.inpl-nancy.fr (V.T. Nguyen).

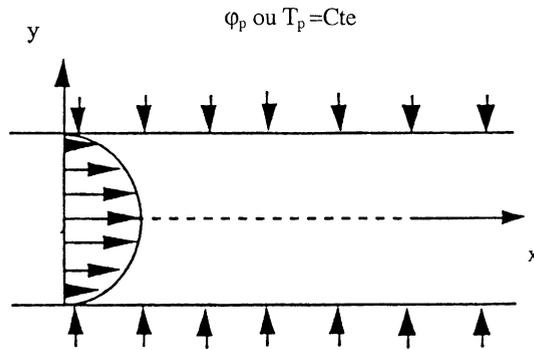


Fig. 1. Le problème étudié.

Fig. 1. The problem under study.

écoulement dans une conduite cylindrique [3,4] et plus récemment celui de transfert de chaleur entre deux plaques parallèles ont été étudiés [5]. Dans cette Note, le problème des pertes de charge de ces fluides, en écoulement entre deux plaques parallèles est considéré. On s'intéresse aux influences des conditions thermique, dynamique sur l'évolution du coefficient de frottement local et à la recherche des corrélations pour les pertes de charge.

2. Position du problème et modèle mathématique

La Fig. 1 schématise le problème étudié.

En adoptant les hypothèses suivantes :

- (a) écoulement stationnaire et axisymétrique,
- (b) conduction de chaleur axiale négligeable,
- (c) chaleur spécifique et conductibilité thermique constantes.

Les équations régissant l'écoulement laminaire s'écrivent alors :

– équation de continuité :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

– équation du mouvement :

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(\tau)}{\partial y} \quad (2)$$

– équation de l'énergie :

$$\rho C_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho C_p v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \tau \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3)$$

De plus la conservation du débit est exprimée par l'équation :

$$\int_0^e u \, dy = \dot{m}(Cte) \quad (4)$$

u et v sont les composantes axiale et radiale de la vitesse en un point M de la section d'abscisse x , τ la contrainte de cisaillement, p la pression (qui ne dépend que de x), T la température, e la demi distance des plaques. La contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse sont liés par la loi d'Oswald De Waele :

$$\tau = K(T) \left(-\frac{\partial u}{\partial y} \right)^{n-1} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (5)$$

où n désigne l'indice de structure et K la consistance qui est fonction exponentielle de la température :

$$K(T) = ae^{-bT} \quad (6)$$

Les conditions aux limites sont :

$$u = u_d \left(\frac{2n+1}{n+1} \right) \left(1 - \left(\frac{y}{e} \right)^{1+1/n} \right)$$

$$T(0, y) = T_0$$

$$u(x, e) = v(x, e) = 0$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)(x, e) = -\frac{\varphi_p}{\lambda} \quad \text{ou} \quad T(x, e) = T_p$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = \frac{\partial v}{\partial y}(x, 0) = \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0) = 0$$

Le code numérique développé pour la simulation numérique dans les études antérieures a été modifié et adapté pour intégrer ce système d'équations. Il est basé sur le schéma aux différences finies de Dufort–Frankel [6,7]. La discrétisation donne un algorithme explicite. A chaque itération, il permet de calculer la pression à l'aide des Éqs. (2) et (4), puis la composante axiale de la vitesse par (2), ensuite la température par (3) et enfin la composante radiale de la vitesse à partir de (1).

3. Résultats et discussions

Le coefficient de frottement Cf est défini par la relation :

$$Cf = -\frac{(D_h/4)(dp/dx)}{1/2\rho u_d^2}$$

où D_h le diamètre hydraulique ($D_h = 4e$).

La Fig. 2 présente, en fonction de la distance x/D_h , l'évolution du coefficient de frottement Cf normalisé, c'est à dire Cf/Cf_{iso} où Cf_{iso} est la valeur de Cf à la température d'entrée. On constate que plus on pénètre dans la zone chauffée, plus les pertes de charge sont affaiblies par le champ thermique imposé. Ce résultat s'explique par une réduction de la viscosité apparente due au chauffage, donc une fluidité accrue du fluide. Elle induit sur la résistance à l'écoulement, d'où une diminution du coefficient de frottement. On note que cet effet est plus prononcé en début de la zone d'entrée, ceci est dû à la présence de forts gradients thermiques dans cette zone. La même figure donne l'influence des conditions de chauffage sur les pertes de charge. Ainsi à débit fixé, une augmentation de la température pariétale engendre une diminution du frottement. L'influence du nombre de Reynolds est montrée à la Fig. 3.

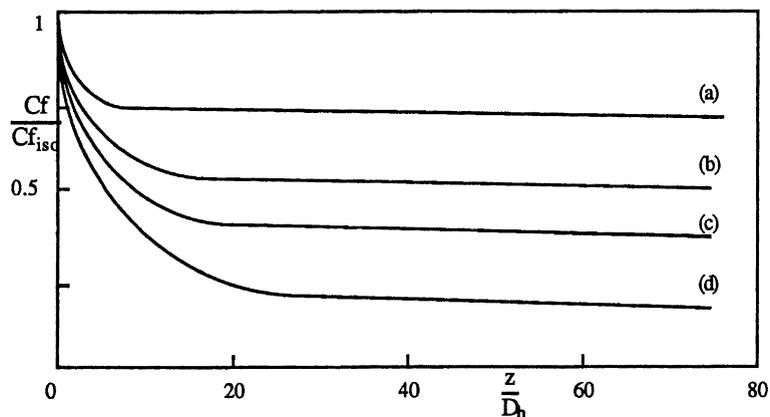


Fig. 2. Evolution du coefficient de frottement (influence de chauffage) : (a) $T_p - T_o = 20^\circ\text{C}$; (b) 30°C ; (c) 40°C ; (d) 50°C . ($Re = 50$, $T_o = 20^\circ\text{C}$, $n = 0,65$.)

Fig. 2. Evolution of friction factor (influence of heating intensity).

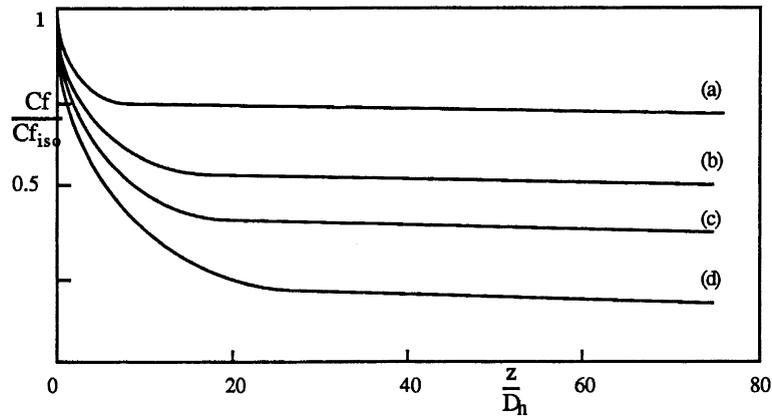


Fig. 3. Evolution du coefficient de frottement (influence du nombre de Reynolds) : (a) $Re = 200$; (b) 100 ; (c) 50 ; (d) 25 . ($T_p - T_o = 40^\circ\text{C}$; $n = 0,65$.)

Fig. 3. Evolution of friction factor (influence of Reynolds number).

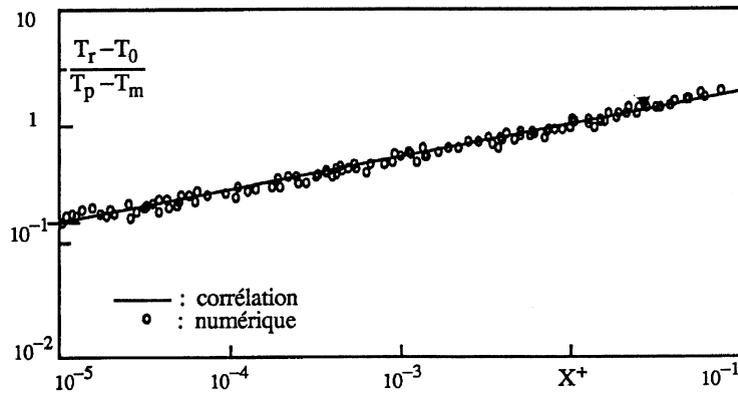


Fig. 4. Evolution de $(T_r - T_o) = (T_p - T_m)$ en fonction du nombre de Cameron X^+ ($T_p - T_o$ de 20° à 50°C , Re de 25 à 500 , n de $0,5$ à 1).

Fig. 4. Evolution of $(T_r - T_o) = (T_p - T_m)$ in function of the Cameron number.

A température pariétale donnée, une augmentation du nombre de Reynolds entraîne un accroissement du frottement. Ce résultat s’explique par l’augmentation de la composante axiale de la vitesse qui réduit l’effet de chauffage. Les mêmes phénomènes sont observés dans le cas d’un chauffage pariétal à densité de flux constante.

Dans la recherche d’une corrélation, une température de référence T_r est introduite. Elle est définie comme température pour laquelle le coefficient de frottement peut être calculé à l’aide de la loi classique :

$$Cf = \frac{16}{Re(T_r)}$$

où

$$Re(T_r) = \frac{\rho u_d^{2-n} D_h^n}{8^{n-1} K(T_r) ((2n + 1)/2n)^n}$$

d’où on obtient :

$$\frac{Cf}{Cf_{iso}} = \frac{Re(T_o)}{Re(T_r)} = \exp(-b(T_r - T_o))$$

La Fig. 3 présente l'évolution de $(T_r - T_o)/(T_p - T_m)$ pour différentes valeurs de la température pariétale ($T_p - T_o$ de 20 à 50 °C), du nombre de Reynolds (Re de 25 à 500) et de l'indice de structure (n de 0,5 à 1). Cette évolution est pratiquement constante et la corrélation suivante est donc obtenue :

$$\frac{Cf}{Cf_{iso}} = \left(\frac{K(T_p)}{K(T_m)} \right)^{3,580(X^+)^{0,280}}$$

où X^+ est le nombre de Cameron. De même manière, dans le cas de chauffage à densité de flux constante :

$$\frac{Cf}{Cf_{iso}} = \exp\left(-2,08\left(\frac{b\varphi_o D_h}{2\lambda}\right)(X^+)^{0,59}\right)$$

On note que dans ces corrélations pour les pertes de charge, on retrouve les mêmes grandeurs caractéristiques adimensionnelles que celles rencontrées en transfert de chaleur.

4. Conclusion

Le problème de l'écoulement des fluides non newtoniens thermodépendants entre deux plaques parallèles chauffées pariétalement a été étudié par simulation numérique. Son modèle mathématique a été intégré numériquement par un code des différences finies basé sur l'approximation de Dufort–Frankel. Les résultats mettent en évidence les effets bénéfiques de la thermodépendance sur les pertes de charge et permettent de proposer des corrélations permettant de calculer efficacement le coefficient de frottement.

Références

- [1] M. Mores, S.L. Presti, M. Mancini, Rheology of scleroglucan dispersions, *J. Food Engng.* 50 (2001) 235.
- [2] H.I. Andersson, E. de Korte, Flow of a power-law fluid over a rotating disk, *Europ. J. Mech. B/Fluids* 21 (2002) 317.
- [3] A. El Ouardighi, V.T. Nguyen, M. Lebouche, Ecoulement et transfert de chaleur par convection forcée pour un fluide non newtonien thermodépendant, *C. R. Acad. Sci. Paris, série II* 308 (1989) 353.
- [4] V.T. Nguyen, A. El Ouardighi, M. Lebouche, Etude expérimentale des pertes de charge d'un fluide non newtonien thermodépendant, *C. R. Acad. Sci. Paris, série II* 319 (1994) 983.
- [5] V.T. Nguyen, M. Lebouche, Etude numérique des pertes de charge des fluides non newtoniens thermodépendants entre deux plaques parallèles, *C. R. Mecanique* 333 (2005) 365.
- [6] E.C. Dufort, S.P. Frankel, *Math. Tables Aids Comp.* 7 (1953) 135.
- [7] G.R. Joubert, Explicit difference approximation of Dufort–Frankel type of the one dimensional diffusion equation, *Numer. Math.* 18 (1971) 18–25.