

# Localisation expérimentale des effets 3D et transitoires en pointe de fissure pour différentes vitesses de propagation sur des matériaux fragiles

Stéphen Hedan \*, Valéry Valle, Mario Cottron

Université de Poitiers, laboratoire de mécanique des solides – U.M.R. 6610, S.P. 2 M.I., boulevard Marie et Pierre Curie, Téléport 2, B.P. 30179, 86962 Futuroscope Chasseneuil cedex, France

Reçu le 16 novembre 2006 ; accepté le 6 mars 2007

Disponible sur Internet le 19 avril 2007

Présenté par Jean-Baptiste Leblond

## Résumé

L'objet de notre étude est de définir l'étendue de la zone des effets 3D et transitoires proche de la pointe de fissure lors de sa propagation sur des matériaux fragiles (PMMA) en utilisant une méthode optique de mesure. Pour cela, nous employons des éprouvettes de type SEN (Single Edge Notch) sollicitée en mode I suivant un chargement constant  $\sigma$ . Nous mesurons le champ de déplacements hors plan en utilisant l'interférométrie. Nous comparons les données expérimentales du déplacement avec une solution théorique 2D et nous proposons une formulation 3D. La solution 2D caractérise le déplacement hors-plan dans des conditions de contraintes planes. L'expression 3D proposée se base sur des travaux de la littérature ayant permis de mettre en évidence l'apparition des effets 3D pour des fissures stationnaires. Dans notre cas, lors de propagation de fissure, les effets 3D sont toujours présents, mais il faut aussi prendre en compte les effets transitoires. La présence d'effets 3D et transitoires se traduit par un écartement progressif entre la solution 2D et la formulation 3D lorsque l'on se rapproche de la pointe de fissure. Ainsi, par une étude de l'éloignement entre les deux expressions, nous pouvons déterminer l'étendue de la zone des effets 3D et transitoires en fonction de la vitesse de propagation de la fissure. Des résultats sont montrés pour un essai en statique et deux essais en dynamique. L'analyse des résultats montre que la zone de décrochement des deux expressions, s'étend de manière importante et proportionnellement à la vitesse de propagation de la fissure. *Pour citer cet article* : S. Hedan et al., *C. R. Mécanique* 335 (2007).

© 2007 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

## Abstract

**Experimental localisation of the 3D and transient effects near the crack tip for different crack velocities in brittle materials.** We propose to use an optical method to define the area of the 3D effects and transient zone near the crack tip during crack propagation in brittle materials (PMMA). For the experimental data, we measure the out-of-plane displacements field by using the interferometry on SEN (Single Edge Notch) specimens loaded in mode I with a constant loading  $\sigma$ . We compare the experimental data of out-of-plane displacements with a theoretical 2D solution and we propose a 3D formulation. The 2D solution characterizes out-of-plane displacements in plane stress. The proposed 3D expression is based on works of the literature relating to the presence of the 3D effects for stationary cracks. In our case, during crack propagation, the 3D effects are always present, but it is also necessary to take into account of the transient effects. The presence of 3D and transient effects results in a progressive

\* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : [hedan@lms.univ-poitiers.fr](mailto:hedan@lms.univ-poitiers.fr) (S. Hedan).

gap between the 2D solution and the 3D formulation when we approach the crack tip. So, by a study of the detachment between the both expressions, we can determine the area of the 3D and transient effects zone according to the crack propagation velocity. Results are shown for one static test and two dynamic tests. The analysis of the results shows that the detachment zone of the two expressions is large and proportional to the crack propagation velocity. *To cite this article: S. Hedan et al., C. R. Mécanique 335 (2007).*

© 2007 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

*Mots-clés* : Rupture ; Dynamique ; Interférométrie de Michelson ; Déplacements hors plan ; Propagation de la fissure ; Effets tridimensionnels et transitoires

*Keywords* : Rupture; Dynamic; Michelson interferometer; Out-of-plane displacements; Crack propagation; Three-dimensional and transient effects

## Abridged English version

The aim of this study is to determine the size of the zone of 3D and transient effects for different crack propagation speeds. The crack propagation velocity is modified by changing the static loading intensity on SEN (Single Edge Notch) specimens in PMMA material. To obtain the experimental data of out-of-plane displacement fields, we used an optical method composed by a laser, a Michelson interferometer and a high speed CCD camera. The experimental interferograms are analysed using the MPC method (Modulated Phase Correlation), which allows one to extract the phase fields from only one fringe pattern. By the use of optical relations, we can determine the relief of the crack from the phase field. To determine the out-of-plane displacement field, we subtract the relief at each time of measurement from the initial relief. Moreover, the position of the reference mirror introduces an unknown  $u_0$ . By using a photomultiplier in the experimental device, it's possible to count dynamically the fringes at one point on the field and to determine  $u_0$ . A comparison is then possible between the 2D solution and the 3D formulation proposed. We made some tests with different crack velocities. The 3D formulation proposed is applicable to the out-of-plane displacement fields near the crack tip in crack propagation. We observe that the area of the 3D and transient effects zone, increase in function to the crack propagation speed  $V$ .

## 1. Introduction

De nombreux travaux traitent de la rupture des matériaux, les premiers ayant permis de caractériser le champ de contraintes proche de la pointe de fissure. Tout naturellement un champ de déplacements hors plan a pu être formulé en faisant l'hypothèse des contraintes planes [1–3]. Au milieu des années 1980 [4], utilisant la méthode des caustiques, ces auteurs ont mis en évidence qu'une différence existait entre les déplacements hors-plan calculés par la théorie 2D et par les données expérimentales. Lors des années 1990, des travaux qui portaient sur l'étude expérimentale du champ de déplacements hors-plan sur des matériaux fragiles ont permis d'établir des formulations du déplacement hors-plan pour des fissures stationnaires en utilisant des méthodes interférométriques [5,6].

Dans cette étude, nous analysons l'évolution du déplacement hors-plan  $U_z$  mesuré expérimentalement lors d'une propagation de fissure. La confrontation de ces résultats avec deux formulations théoriques permet de quantifier l'influence de la vitesse de propagation sur l'étendue de la zone des effets 3D et transitoires. La première solution théorique (Éq. (3)) [1] qui est la solution 2D est proportionnelle au premier terme de contrainte et fait l'hypothèse d'un état de contraintes planes. La seconde (Éq. (6)) basée sur les travaux d'Humbert [6] a permis de mettre en évidence l'apparition d'effets 3D proches de la pointe de fissure ( $R < 0,5$ ) pour des fissures stationnaires. En statique, les effets 3D sont directement liés à l'effet Poisson. En dynamique, la présence d'effets liés à la vitesse de propagation de la fissure ne peut être négligée, c'est pour cela que l'on parlera dans ce cas d'effets 3D et transitoires.

## 2. Montage expérimental et méthode optique

Pour notre étude, nous avons choisi des éprouvettes en polyméthylméthacrylate (PMMA) possédant les dimensions géométriques suivantes : longueur  $L = 290$  mm, largeur  $W = 190$  mm, épaisseur  $h = 6$  mm et une pré fissure  $a_p = 1$  mm. Suivant les travaux de Rotinat [7], les caractéristiques mécaniques sont obtenues expérimentalement : Module d'Young  $E = 3000$  MPa; coefficient de Poisson  $\nu = 0,39$ . Les éprouvettes sont chargées en mode I avec

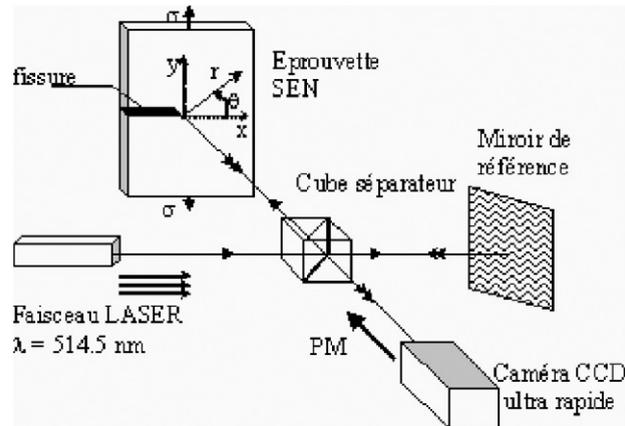


Fig. 1. Montage expérimental pour mesurer le relief proche de la pointe de fissure : Interféromètre de Michelson.

Fig. 1. Experimental setup to measure relief near the crack tip: Michelson interferometer.

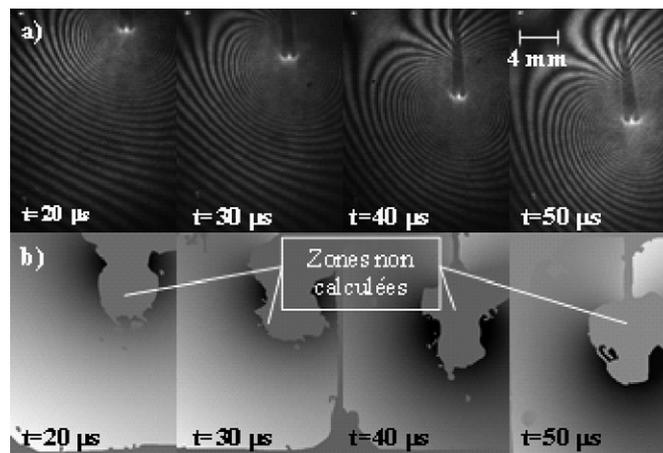


Fig. 2. (a) Succession d'interférogrammes acquis pendant une propagation de fissure. (b) Cartographie des champs de phase associés proche de la pointe de fissure (MPC).

Fig. 2. (a) Succession of interferograms stored during a crack propagation. (b) Associated phase fields cartography in the vicinity of the crack tip (MPC).

une contrainte appliquée  $\sigma$ . Les interférogrammes (Fig. 2(a)) sont obtenus à partir d'un interféromètre de Michelson (Fig. 1) qui est composé d'une source monochromatique divisée par un cube séparateur en deux faisceaux à angles droit ( $\alpha = \pi/2$ ). Ceux-ci sont respectivement réfléchis par un miroir de référence et par la surface de l'éprouvette. Ils sont ensuite recombinaés en repassant dans le cube séparateur. Enfin, leurs interférences sont enregistrées par une caméra CCD ultra rapide.

La propagation de la fissure est réalisée par l'impact d'une lame de cutter sur la pré fissure. A l'aide d'un dispositif électrique, nous synchronisons l'acquisition de la caméra lors du passage de la fissure dans la zone d'étude. Pour une bonne réflexion optique, la surface de l'éprouvette est recouverte d'une très fine couche d'aluminium ( $\approx 50$  nm). Les conditions expérimentales nécessitent l'utilisation d'une caméra ultra rapide (un million d'images par seconde) car la vitesse de propagation de la fissure peut atteindre 700 m/s.

### 3. Résultats expérimentaux et analyse

La Fig. 2(a) montre une succession d'interférogrammes acquis pendant la propagation d'une fissure. La détermination du déplacement hors-plan est réalisée par étapes successives. La première consiste à démoduler les images de

franges (i.e. interférogrammes) afin d'extraire la phase. Pour cela, nous utilisons la méthode MPC (Modulated Phase Correlation), développée dans notre laboratoire [8], qui offre l'avantage d'exploiter des franges à partir d'une seule image.

Sur la Fig. 2, la présence de zones non calculées est due à une densité de franges trop importante proche de la pointe de fissure. A partir de ces champs de phase (Fig. 2(b)), nous pouvons déterminer le relief en pointe de fissure en utilisant une relation optico-géométrique suivante :

$$u_{\text{exp}}(x, y) = \frac{\varphi(x, y)}{2\pi} \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} \quad (1)$$

avec la longueur d'onde  $\lambda = 514,5$  nm et l'angle d'incidence  $\alpha = \pi/2$ .

L'emploi de l'interférométrie de Michelson nécessite que la surface de l'éprouvette soit parfaitement plane. Comme cela n'est jamais le cas, nous avons décidé de soustraire au relief expérimental  $u_{\text{exp}}(x, y)$  un relief de référence  $u_{\text{ref}}(x, y)$ , c'est-à-dire le relief de la première image lorsque la fissure n'est pas encore présente [9].

Enfin pour déterminer le déplacement hors-plan en pointe de fissure, il nous faut connaître la position du miroir de référence. Celle-ci étant expérimentalement difficile à déterminer, nous avons préféré ajouter une constante supplémentaire  $u_0$  au relief mesuré. En plaçant un photomultiplicateur (PM) dans le montage optique (Fig. 1), nous pouvons compter temporellement les franges en un point du champ et ainsi obtenir la valeur de  $u_0$ .

Nous pouvons alors écrire la relation du déplacement hors-plan en coordonnées cylindriques ( $R = r/h, \theta, z$ ) (voir Fig. 1) centrées en pointe de fissure par la formule suivante.

$$U_z(R, \theta) = u_{\text{exp}}(R, \theta) - u_{\text{ref}}(R, \theta) + u_0 \quad (2)$$

A partir des données expérimentales du déplacement hors-plan, une comparaison avec des formulations théoriques peut être menée.

#### 4. Nouvelle expression théorique du déplacement hors plan $U_{3D}$

Lors de ses travaux, Humbert [6] a montré la présence d'effets 3D pour des plaques en PMMA chargées en mode I avec une fissure stationnaire. Ces effets se traduisent par un « décrochement » (écartement progressif) entre les données expérimentales et la formulation 2D  $U_{2D}(R, \theta)$  lorsque  $R < 0,5$ . Rappelons que  $U_{2D}(R, \theta)$  a été obtenue dans des conditions de contraintes planes à partir des travaux de Westergaard [1], et s'exprime par :

$$U_{2D}(R, \theta) = -\frac{\nu K_I \sqrt{h}}{E} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} + cte, \quad \text{avec } cte = 0 \quad (3)$$

où  $K_I$  est le facteur d'intensité de contraintes.

Ainsi une formulation  $U_{3D\text{stat}}(R, \theta)$  a été proposée permettant de suivre fidèlement les données expérimentales lorsque  $R < 0,5$  tout en conservant la forme de l'expression 2D lorsque  $R > 0,5$ .

$$U_{3D\text{stat}}(R, \theta) = \frac{\nu K_I \sqrt{h}}{E} \left[ b E_i(2, a(\theta)R) + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) (1 - e^{-cR}) \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \right]$$

$$\text{avec } E_i(2, R) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-Rt}}{h^2} dh, \quad R > 0 \quad (4)$$

où  $b, c$  sont des constantes inconnues et  $a(\theta)$  une fonction inconnue de  $\theta$ .

Nous pouvons constater que cette expression utilise une fonction intégrale exponentielle. Pour simplifier cette formulation, nous avons choisi une autre représentation qui respecte les critères définis dans le paragraphe précédent et nous avons remplacé le terme  $b E_i(2, a(\theta)R)$  par  $\frac{c_2 e^{-c_1 R}}{1 + \sqrt{c_1 R}}$ . Ceci donne la nouvelle expression suivante :

$$U_{3D\text{stat}}(R, \theta) = U_{3D}(R, \theta) = -\frac{\nu K_I \sqrt{h}}{E} \left[ \frac{c_2 e^{-c_1 R}}{1 + \sqrt{c_1 R}} + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) (1 - e^{-c_3 R}) \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \right] \quad (5)$$

avec  $c_1, c_2$  et  $c_3$  qui sont des constantes inconnues.

L'écart entre les deux formulations reste inférieur à 4% du déplacement mesuré. La détermination de  $c_1, c_2$  et  $c_3$  est réalisée par un processus de minimisation des écarts entre  $U_{3D}(R, \theta)$  et  $U_z(R, \theta)$ .

Tableau 1

Tableau récapitulatif des conditions expérimentales pour les trois essais

Table 1

Summary table of the experimental conditions for the three tests

Essais	$a$ [mm]	$\sigma$ [MPa]	$K_{Id}$ [MPa $\sqrt{m}$ ]	$V$ [m/s]
1	60	0.75	0.699	0
2	38.8	5.49	2.42	540
3	47.6	7.85	3.62	690

## 5. Confrontation entre résultats expérimentaux et formulations théoriques

Afin d'évaluer l'influence de la vitesse de propagation sur l'étendue de la zone des effets 3D et transitoires, il faut comparer les données expérimentales avec la solution 2D et la formulation 3D. Ces deux expressions théoriques font intervenir le Facteur d'Intensité de Contraintes  $K_I$ . Cette valeur de  $K_I$  [10] peut être calculée en fonction de la géométrie de l'éprouvette [11] et du chargement (Mode I) par les relations :

$$K_I = \sigma \sqrt{a} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{avec} \quad f\left(\frac{a}{W}\right) = 1.99 - 0.41\left(\frac{a}{W}\right) + 18.40\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 38.48\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 53.85\left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (6)$$

où  $a$  est la longueur de la fissure de l'éprouvette.

Pour prendre en compte les conditions dynamiques de l'expérience [12,13], nous utilisons une valeur corrigée de  $K_I$  noté  $K_{Id}$  donnée par l'expression suivante [14] :

$$K_{Id} = f(v) \cdot K_I \quad \text{avec} \quad f(v) = \frac{4\beta_1\beta_2 - (1 + \beta_2^2)^2}{(1 + \beta_2^2) \cdot (\beta_1^2 - \beta_2^2)} \quad \text{et} \quad \beta_i = \left(1 - \left(\frac{V}{v_i}\right)^2\right)^{1/2}, \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

où  $V$  est la vitesse de propagation de la fissure,  $v_1$  et  $v_2$  respectivement la vitesse des ondes longitudinales et transversales. Pour le PMMA,  $v_1$  et  $v_2$  sont égales à 2080 et 1000 m/s.

Nous avons réalisé plusieurs essais pour différents chargements : un essai en statique (essai 1) et deux essais en dynamiques (essais 2 et 3) dont les principales caractéristiques sont présentées dans le Tableau 1.

Les résultats expérimentaux et théoriques sont tracés en fonction de  $R$  pour une longueur de fissure  $a$ . Nous présentons des courbes pour des valeurs d'angles  $\theta$  définis ( $0^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 90^\circ$ ,  $\pm 135^\circ$ ). La Fig. 3 concerne l'essai N° 3 dont la fréquence d'acquisition  $f$  est égale à 125 kHz et le temps d'intégration de la caméra  $\Delta t$  vaut 200 ns. Dans notre exemple,  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont calculées et donnent des valeurs respectivement égales à 1,7, 0,4 et 0,4.

Sur ces figures, nous voyons clairement apparaître les écarts entre la solution 2D et les autres données.

## 6. Influence de la vitesse de propagation sur la zone des effets 3D et transitoires

L'analyse des écarts entre les courbes issues de la formulation 3D et de la solution 2D nous permet d'évaluer l'étendue de la zone des effets 3D et transitoires en fonction de la vitesse de propagation de la fissure. Pour cela nous considérons que les deux courbes ( $U_{2D}(R, \theta)$  et  $U_{3D}(R, \theta)$ ) se séparent lorsque la différence entre les deux devient supérieure à une valeur arbitrairement que nous définissons égale à 0,5  $\mu\text{m}$ .

$$U_{2D}(R, \theta) - U_{3D}(R, \theta) < 0,5 \mu\text{m}$$

Pour différents angles  $\theta$ , la Fig. 4 montre cette divergence en fonction de la vitesse de propagation  $V$ . Sur cette figure, nous ne pouvons dépasser la vitesse de Rayleigh  $V_{\text{max}}$  du PMMA que nous avons expérimentalement mesurée à 700 m/s. Au dessus de cette valeur, il y a branchement du matériau et la vitesse de propagation ne croît plus. Une analyse de cette figure semble montrer que la zone des effets 3D et transitoires croît de façon linéaire en fonction de la vitesse de propagation de la fissure.

Sur la Fig. 5, nous avons tracé la position des zones de décrochement en surface de la plaque et en coordonnées  $(R, \theta)$ . Nous pouvons remarquer une augmentation homothétique de la courbe de décrochement en fonction de la vitesse de propagation de la fissure et ceci jusqu'à des grandes valeurs de  $R$ .

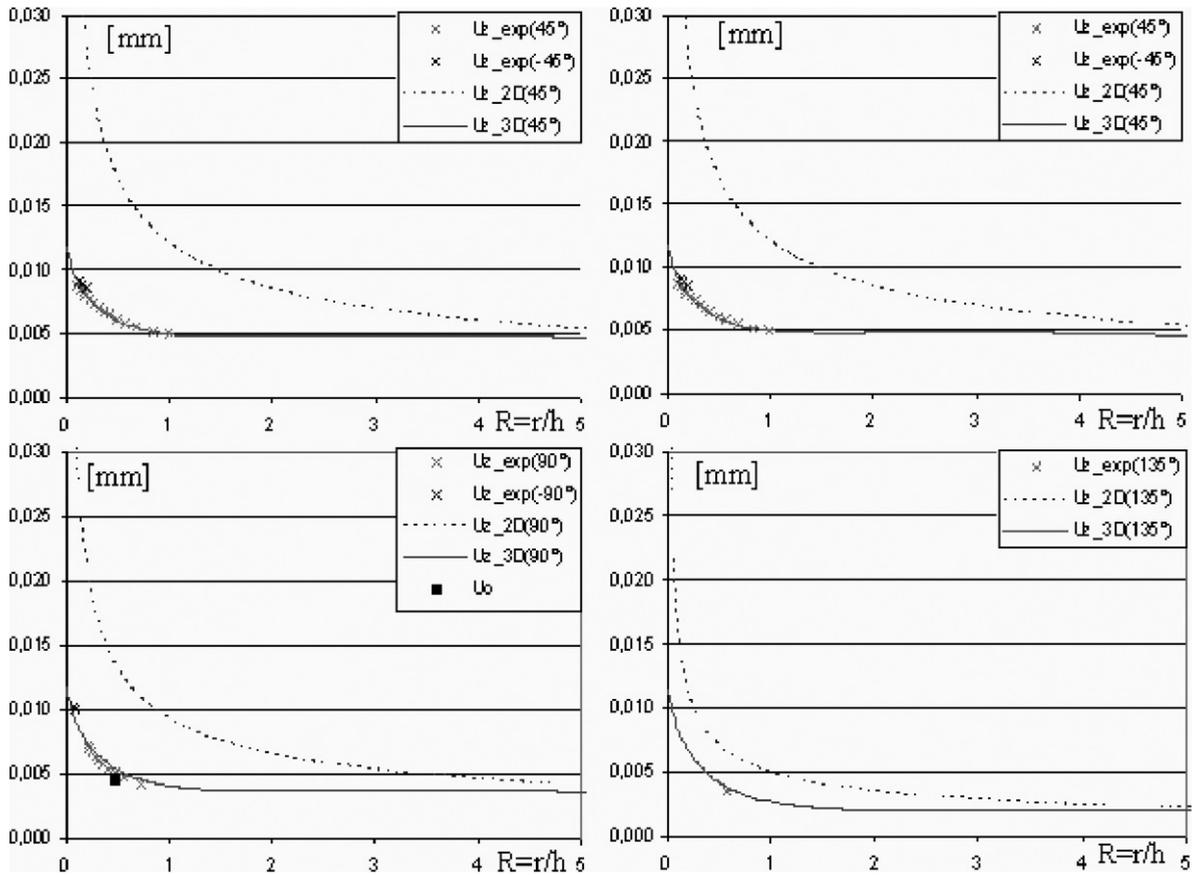


Fig. 3. Champ des déplacements théoriques et expérimentaux de l'essai N° 3.

Fig. 3. Field of theoretical and experimental displacements for test N° 3.

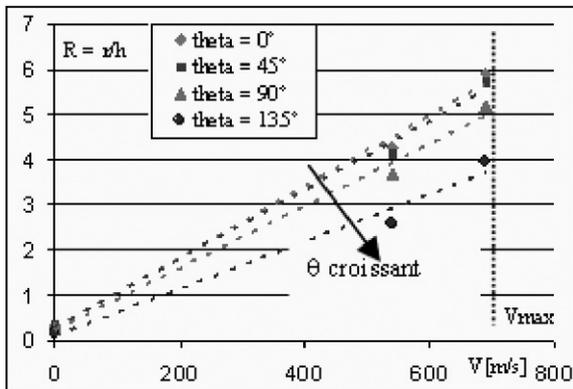


Fig. 4. Etendue de la zone des effets 3D et transitoires en fonction de la vitesse  $V$  pour  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  et  $135^\circ$ .

Fig. 4. Area of the 3D and transient effects zone in function of the speed  $V$  for  $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  and  $135^\circ$ .

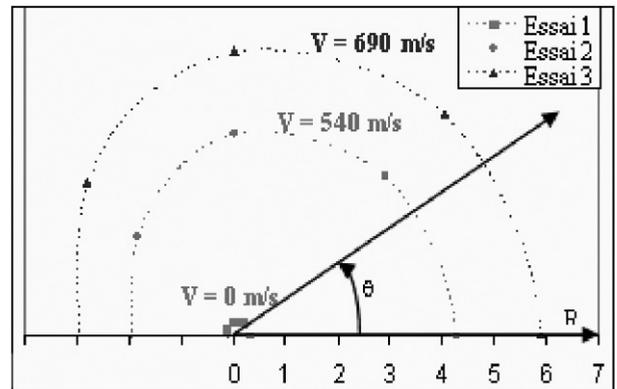


Fig. 5. Etendue de la zone des effets 3D et transitoires en fonction de  $(R, \theta)$  pour  $V = 0, 540$  et  $690$  m/s.

Fig. 5. Area of the 3D and transient effects zone in function of  $(R, \theta)$  for  $V = 0, 540$  and  $690$  m/s.

### 7. Conclusions et perspectives

L'interférométrie est une méthode optique parfaitement adaptée à l'obtention du champ de déplacements hors-plan proche de la pointe de fissure lors sa propagation. L'expression 3D proposée  $U_{3D}(R, \theta)$  représente correctement l'évo-

lution du champ de déplacements et tient compte des écarts induits par les effets 3D et transitoires. La comparaison entre les formulations théoriques 2D et 3D permet de mettre en évidence la présence d'effets 3D et transitoires et de quantifier son étendue. La dimension de cette zone croît, dans toutes les directions angulaires  $\theta$ , lorsque la vitesse de propagation de la fissure augmente et cela de façon linéaire. Il faut toutefois rester prudent sur ce dernier point et mener des investigations pour des faibles vitesses de propagation afin de disposer de plus d'informations. Ces premiers résultats démontrent que les méthodes de calcul de  $K_I$  en statique et en dynamique à partir de la mesure du déplacement  $U_z$  ou de la courbure du champ de déplacement hors-plan (méthode des caustiques [15]) doivent prendre en compte ces effets 3D et transitoires.

La formulation 3D doit être utilisée pour d'autres matériaux afin d'étendre son domaine de validité. Une étude du déplacement dans le plan ( $U_x$ ,  $U_y$ ) doit aussi être menée afin de montrer l'influence de la vitesse de propagation de la fissure sur le calcul de  $K_{I_d}$  en dynamique par des méthodes basées sur la mesure  $U_x$  et  $U_y$ .

## Références

- [1] H.M. Westergaard, Bearing pressures and cracks, *J. Appl. Mech.* 6 (1939) 49–53.
- [2] M.L. Williams, On the stress distribution at the base of a stationary crack, *J. Appl. Mech.* (1957) 109–114.
- [3] J. Eftis, H. Liebowitz, On the modified Westergaard equations for certain plane crack problems, *Int. J. Fract. Mech.* 8 (4) (1972) 383–392.
- [4] A.J. Rosakis, K. Ravi-Chandar, On crack-tip stress state: an experimental evaluation of three-dimensional effects, *Int. J. Sol. Struct.* 22 (1986) 121–134.
- [5] R.D. Pfaff, P.D. Washabaugh, W.G. Knauss, An interpretation of Twyman–Green interferograms from static and dynamic fracture experiments, *Int. J. Sol. Struct.* 32 (1995) 939–955.
- [6] L. Humbert, V. Valle, M. Cottron, Experimental determination and empirical representation of out-of-plane displacements in a cracked elastic plate loaded in mode I, *Int. J. Sol. Struct.* 37 (2000) 5493–5504.
- [7] R. Rotinat, R. Tié Bi, V. Valle, J.-C. Dupré, Three optical procedures for local large-strain for measurement, *Strain* 37 (3) (2001) 89–98.
- [8] E. Robin, V. Valle, Phase demodulation from a single fringe pattern based on a correlation technique, *J. Appl. Opt.* 43 (2004) 4355–4361.
- [9] P.D. Washabaugh, W.G. Knauss, A reconciliation of dynamic crack velocity and Rayleigh wave speed in isotropic brittle solids, *Int. J. Fract.* 65 (1994) 97–114.
- [10] G.R. Irwin, Fracture testing of high-strength sheet materials under conditions appropriate for strength analysis, NRL Report 5486, 1960.
- [11] R. Labbens, Introduction à la mécanique de la rupture, éd. Pluradis, 1980, p. 70.
- [12] J. Carlsson, L. Dahlberg, F. Nilsson, Experimental studies of the unstable phase of crack propagation in metals and polymers, in: G.C. Sih (Ed.), *Dynamic Crack Propagation*, Noordhoff, 1972, pp. 165–181.
- [13] L.R.F. Rose, An approximate (Wiever–Hopf) Kernel for dynamic crack problems in linear elasticity and viscoelasticity, *Proc. Royal Soc. London A* 349 (1976) 497–521.
- [14] J. Beinert, J.F. Kalthoff, Experimental determination of dynamic stress intensity factors by shadow patterns, in: G.C. Sih (Ed.), in: *Mechanics of Fracture, Experimental Fracture Mechanics*, vol. 7, 1981, pp. 280–330.
- [15] A.J. Rosakis, Analysis of the optical method of caustics for dynamic crack propagation, *Engrg. Fract. Mech.* (1980) 331–347.