

Stabilité de l'écoulement à deux couches de films non-newtoniens sur un plan incliné

Séverine Millet *, François Rousset, Valéry Botton, Hamda Ben Hadid

Université de Lyon, INSA-Lyon / Université Lyon 1 / École centrale de Lyon, LMFA, UMR CNRS 5509,
20, avenue Albert-Einstein, 69621 Villeurbanne, France

Reçu le 14 mars 2007 ; accepté après révision le 30 octobre 2007

Disponible sur Internet le 11 janvier 2008

Présenté par René Moreau

Résumé

Il s'agit d'une analyse de stabilité linéaire de l'écoulement de films non-newtoniens stratifiés à deux couches sur un plan incliné. La rhéologie des fluides étudiés est décrite par la loi de Carreau, selon laquelle une augmentation du taux de cisaillement dans l'écoulement génère une diminution locale de la viscosité du fluide. Les effets de la stratification en densité ont été étudiés principalement dans le cas où la couche inférieure est la moins visqueuse, situation propice à l'apparition d'instabilités d'interface. Nous avons pu mettre en évidence l'existence d'un rapport de densité seuil à partir duquel on observe un changement de type d'instabilité avec un basculement d'une instabilité de grande longueur d'onde à une instabilité de longueur d'onde modérée. L'influence des propriétés rhéofluidifiantes des fluides sur la position de ce seuil a été également étudiée. *Pour citer cet article : S. Millet et al., C. R. Mecanique 336 (2008).*

© 2007 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Stability of a non-Newtonian two-layer film flow down an inclined plane. This study is a linear stability analysis of a two-layer non-Newtonian film flow driven by gravity down an inclined plane. The rheology of the studied fluids is described by Carreau law, according to which an increase in the shear rate in the flow locally generates a reduction of the fluid viscosity. The effects of density stratification are studied in the favourable to interface instabilities case of a less viscous layer adjacent to the wall. We highlight the existence of a threshold of density ratio from which is observed a switch from a long wavelength instability to a moderate wavelength instability. We also investigate the influence of the shear-thinning properties of the fluids on the position of this threshold. *To cite this article : S. Millet et al., C. R. Mecanique 336 (2008).*

© 2007 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Mécanique des fluides ; Loi de Carreau ; Films multicouches ; Stabilité ; Interface

Keywords : Fluid mechanics ; Carreau law ; Multilayer films ; Stability ; Interface

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : severine.millet@insa-lyon.fr (S. Millet).

Abridged English version

The stability study of layered film flows driven by gravity down an inclined plane is of practical interest in many engineering applications such as coating processes, or environmental issues such as the modeling of glaciers or mud flows. In the present study we present the linear stability analysis of a two-layer non-Newtonian film flow driven by gravity down an incline. We focus on shear-thinning fluids following the four-parameter Carreau inelastic model [1]. A spectral Tau collocation method based on Chebyshev polynomials is used for the discretization of Orr–Sommerfeld generalized eigenvalue problem (4)–(7).

We focus on the case $E_1 > 1$ (the upper layer is the more viscous) and $M_1 < 1$ (the lower layer is the denser). Fig. 2(a) represents the growth rate of the interfacial instability as a function of the wavelength for different density ratios M_1 for two Newtonian layers. These results are in good agreement with those of the literature from Loewenherz and Lawrence [2] and Chen [3] with the two different wavelengths and quantitatively correspond to those of Hu et al. [4] obtained for small Reynolds numbers. The growth rates associated with the moderate wavelength instability increase when M_1 decreases until it becomes predominant over those of the long wavelength instability. This is not influenced by M_1 . Beyond $M_{1c} = 0.947$, the instability related to the moderate wavelength becomes the most unstable. Figs. 2(b) and 2(c) correspond to the case where the upper and lower fluid, respectively, remain Newtonian and the other is shear-thinning. These curves exhibit the same overall evolution of the moderate wavelength instability as already observed on Fig. 2(a). However, compared to the case of two Newtonian layers, the limiting values of density ratio M_{1c} where the change of instability takes place are lower when the lower layer becomes non-Newtonian ($M_{1c} \approx 0.94$). Moderate wavelength is destabilized by the shear-thinning properties of the non-Newtonian layer. On the opposite, moderate wavelength instabilities are stabilized by the presence of an upper non-Newtonian fluid layer ($0.947 < M_{1c} < 0.95$). In comparison with the case of two Newtonian layers, a decrease of long wavelength instabilities growth rates is noticed whenever one of the fluids is shear-thinning.

The results of the shear-thinning effects, emphasized by the evolution of M_1 limiting value as a function of L_k and n_k parameters of Carreau law are gathered on Fig. 3(a) for the case where the upper layer is shear-thinning and on Fig. 3(b) for the opposite case. According to Fig. 3(a) the threshold of density ratio M_{1c} decreases as the shear-thinning properties increase, that is to say that L_2 increases and n_2 decreases. Let us note that decreasing M_1 amounts stabilizing the flow, whereas increasing the fluids shear-thinning properties leads to the destabilization of the flow. There is thus a competition between the effects of these various parameters when M_1 decreases. Consequently the evolution noted on Fig. 3(a) means that the moderate wavelength instabilities undergo a stronger destabilizing effect due to the shear-thinning behavior of the lower layer than the density stabilizing effect. An opposite and less marked evolution is noted on Fig. 3(b) where the upper fluid is a Carreau fluid. This lighter evolution is explained by the presence of the free surface which induces lower shear rates so that local viscosity is less influenced. Moreover, the two wavelengths are stabilized compared to the case of two Newtonian layers. The stabilizing effects of the density ratio M_1 , added to that of the shear-thinning properties of the upper layer, are combined to increase the limit between the wavelengths.

1. Introduction

L'étude de la stabilité des écoulements de films multicouches sur un plan incliné concerne un grand nombre d'applications. Parmi celles-ci nous pouvons citer en particulier, dans le domaine industriel, les opérations de couchage et dans le domaine environnemental, les écoulements de glaciers et de boues.

L'écoulement de films de fluides newtoniens le long d'un plan incliné a été largement étudié ces dernières décennies. Loewenherz et Lawrence [2], Chen [3] et Hu et al. [4] se sont intéressés à la stabilité linéaire d'écoulements de films à deux couches avec une surface libre. Ces auteurs ont montré que, lorsque la couche supérieure est plus visqueuse que la couche inférieure, l'écoulement est instable même en l'absence d'inertie. Les instabilités qui se développent au sein de tels écoulements trouvent leur origine au niveau de l'interface, et présentent deux longueurs d'onde distinctes : une grande longueur d'onde toujours instable et une longueur d'onde modérée (de l'ordre de l'épaisseur des couches) dont la stabilité dépend fortement des paramètres de l'écoulement, notamment le rapport d'épaisseur entre les couches ou la tension de surface. Ces deux longueurs d'onde sont certainement associées à des mécanismes physiques différents en raison de leur évolution indépendante en fonction des paramètres de l'écoulement.

Dans la configuration opposée, lorsque la couche inférieure est la plus visqueuse, aucune instabilité ne se développe en l'absence d'inertie.

En comparaison du nombre élevé de travaux concernant l'écoulement de fluides newtoniens sur un plan incliné, relativement peu de travaux ont porté sur les écoulements de films non-newtoniens. Weinstein [5] a réalisé une étude numérique centrée sur l'influence de l'équation constitutive de Carreau sur la stabilité spatiale d'un écoulement de films multicouches sur un plan incliné. Balmforth et al. [6] ont exploré la stabilité linéaire de l'écoulement sur un plan incliné de deux couches de fluides dont la rhéologie suit une loi puissance et ont élargi leur étude au cas faiblement non linéaire. Cependant le modèle en loi puissance se révèle peu adapté au cas où la couche supérieure est non-newtonienne en raison du fait que la viscosité devient infinie au niveau de la surface libre. Rousset et al. [7] ont étudié la stabilité temporelle d'un écoulement de fluide de Carreau sur un plan incliné et ont obtenu, dans le cas des grandes longueurs d'ondes, des nombres de Reynolds critiques plus faibles que ceux obtenus pour les fluides newtoniens.

Dans cette étude nous analysons la stabilité linéaire d'un écoulement de deux films non-newtoniens superposés généré par gravité le long d'un plan incliné. Nous concentrons notre étude sur les fluides rhéofluidifiants (la viscosité diminue localement quand le taux de cisaillement augmente) obéissant au modèle inélastique de Carreau à quatre paramètres [1]. De tels fluides correspondent, par exemple, aux suspensions de boue, à de la peinture ou à des polymères en solution. Le modèle de Carreau, à la différence du modèle de loi puissance, prévoit une viscosité qui reste finie quand le taux de cisaillement tend vers zéro. Cette propriété rend la loi de Carreau particulièrement adaptée à l'étude d'écoulements à surface libre.

2. Formulation du problème

La configuration d'étude est présentée sur la Fig. 1. L'indice $k = 1, 2$ utilisé par la suite désigne respectivement la couche supérieure d'épaisseur d_1 et inférieure d'épaisseur d_2 . Le débit par unité de largeur du plan incliné dans chaque couche est noté Q_k et le débit total Q_T .

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de continuité et de Navier–Stokes. Elles s'écrivent :

$$\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} = 0 \quad \text{pour } k = 1, 2 \tag{1}$$

$$\rho_k \left(\frac{\partial u_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial u_k}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p_k}{\partial x} + \left(\frac{\partial \tau_{xxk}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xyk}}{\partial y} \right) + \rho_k g \sin \beta \quad \text{pour } k = 1, 2 \tag{2}$$

$$\rho_k \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial v_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial v_k}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p_k}{\partial y} + \left(\frac{\partial \tau_{xyk}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yyk}}{\partial y} \right) + \rho_k g \cos \beta \quad \text{pour } k = 1, 2 \tag{3}$$

où u_k and v_k sont les composantes de vitesses de la couche k selon les directions x et y respectivement, p_k est la pression, ρ_k la masse volumique, τ_{ijk} est la composante (i, j) du tenseur de contraintes dans la couche k et β l'angle

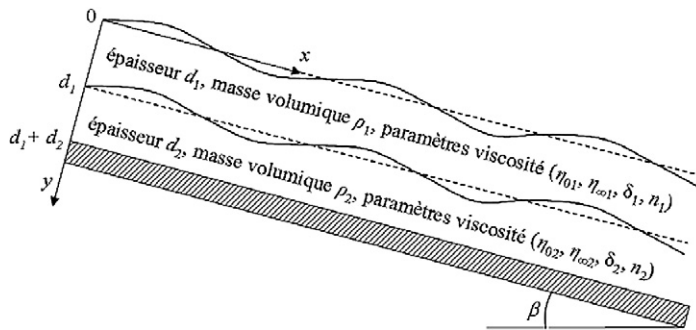


Fig. 1. Schéma de la configuration d'étude.

Fig. 1. Sketch of the studied configuration.

d'inclinaison. Les fluides sont supposés purement visqueux, ce qui signifie que leur viscosité η_k dépend uniquement du taux du cisaillement local $\dot{\gamma}_k = du_k/dy$. Ils suivent la loi de Carreau à quatre paramètres qui s'écrit :

$$\frac{\eta_k - \eta_{\infty k}}{\eta_{0k} - \eta_{\infty k}} = [1 + (\delta_k |\dot{\gamma}_k|)^2]^{(n_k - 1)/2}$$

avec η_{0k} la viscosité newtonienne de la couche k à taux de cisaillement nul, $\eta_{\infty k}$ la limite inférieure de la viscosité obtenue à taux de cisaillement infini, δ_k un temps caractéristique du fluide et n_k un paramètre sans dimension. Le fluide a un comportement quasi-newtonien à faible et fort taux de cisaillement et ces comportements asymptotiques sont joints par un comportement type loi puissance d'exposant $(n_k - 1)$.

Les rapports de densité et viscosité newtonienne sont définis comme $M_k = \rho_k/\rho_2$ et $E_k = \eta_{0k}/\eta_{02}$. Les épaisseurs des couches sont des inconnues, donc à l'instar de Weinstein [5], nous prenons comme longueur caractéristique :

$$d_s = \left(\frac{\eta_{02} Q_T}{\rho_2 g \sin \beta} \right)^{1/3}$$

dont est déduite la vitesse caractéristique Q_T/d_s . Avec ces grandeurs de référence, dans les équations sans dimension du problème apparaissent les nombres sans dimension suivants : $Re = \frac{\rho_2 Q_T}{\eta_{02}}$, $Ca_k = \frac{\eta_{02} Q_T}{\sigma_k d_s}$, où σ_k est la tension de surface au dessus de la couche k , Re est le nombre de Reynolds et Ca_k le nombre capillaire. Les paramètres sans dimension en relation avec la loi de Carreau sont dans ce cas n_k , $L_k = \delta Q_T/d_s^2$ et $I_k = \eta_{\infty k}/\eta_{0k}$. L'expression de la viscosité adimensionnelle s'écrit alors :

$$\bar{\eta}_k = E_k \left\{ I_k + (1 - I_k) \left[1 + \left(L_k \frac{dU_k}{d\bar{y}} \right)^2 \right]^{(n_k - 1)/2} \right\}$$

en considérant que l'écoulement est composé d'un écoulement de base $(U_k(y), 0, P_k)$, auquel se superpose une perturbation $(u'_k(x, y, t), v'_k(x, y, t), p'_k(x, y, t))$, nous avons :

$$(u_k, v_k, p_k) = (U_k(y), 0, P_k) + (u'_k(x, y, t), v'_k(x, y, t), p'_k(x, y, t))$$

La perturbation est considérée comme une onde plane et s'écrit sous la forme suivante :

$$(u'_k, v'_k, p'_k)(x, y, t) = (\hat{u}_k, \hat{v}_k, \hat{p}_k)(y) e^{i\alpha(x - ct)}$$

où α est le nombre d'onde et $c = c_R + ic_I$ la vitesse complexe. Après introduction de ces variables dans les équations du problème (1)–(3) et linéarisation par rapport aux perturbations, nous obtenons un système linéaire aux perturbations, composé de l'équation d'Orr–Sommerfeld généralisée pour les fluides visqueux avec des termes supplémentaires introduits par le modèle de Carreau :

$$\begin{aligned} &(D^2 + \alpha^2)(D^2 \bar{\theta}_k + 2D\bar{\theta}_k D + \bar{\theta}_k(D^2 + \alpha^2))\hat{v}_k - 4\alpha^2 D(\bar{\eta}_k D \hat{v}_k) \\ &= i\alpha Re M_k [(U_k - c)(D^2 - \alpha^2) - D^2 U_k] \hat{v}_k \quad \text{pour } k = 1, 2 \end{aligned} \tag{4}$$

avec $\bar{\theta}_k = E_k \{ I_k + (1 - I_k) [1 + n_k (L_k \frac{dU_k}{d\bar{y}})^2] \cdot [1 + (L_k \frac{dU_k}{d\bar{y}})^2]^{(n_k - 3)/2} \}$.

D représente une dérivation par rapport à y . Les conditions aux limites s'écrivent :

- à la paroi inférieure :

$$\begin{cases} D\hat{v}_2 = 0 \\ \hat{v}_2 = 0 \end{cases} \quad \text{en } y = d_1 + d_2 \tag{5}$$

- à la surface libre :

$$\begin{cases} \left[1 + \frac{E_1}{M_1} (U_1 - c)(D^2 + \alpha^2) \right] \hat{v}_1 = 0 & \text{en } y = 0 \\ i\alpha Re M_1 (c - U_1) D \hat{v}_1 - 3\alpha^2 E_1 D \hat{v}_1 + E_1 D^3 \hat{v}_1 + i\alpha E_1 \left(\cot \beta + \frac{\alpha^2}{Ca_1 M_1} \right) (D^2 + \alpha^2) \hat{v}_1 = 0 \end{cases} \tag{6}$$

• et à l'interface :

$$\left\{ \begin{array}{l} [(1 - M_1) + \bar{\theta}_2(U_2 - c)(D^2 + \alpha^2)]\hat{v}_2 = \bar{\theta}_1(U_2 - c)(D^2 + \alpha^2)\hat{v}_1 \\ \hat{v}_1 = \hat{v}_2 \quad \text{en } y = d_1 \\ (1 - M_1)(D\hat{v}_2 - D\hat{v}_1) = (DU_1 - DU_2)[\bar{\theta}_2(D^2 + \alpha^2)\hat{v}_2 - \bar{\theta}_1(D^2 + \alpha^2)\hat{v}_1] \\ \quad + i\alpha \operatorname{Re} [(c - U_2)D + DU_2]\hat{v}_2 - i\alpha \operatorname{Re} M_1 [(c - U_1)D + DU_1]\hat{v}_1 - 4\alpha^2(\bar{\eta}_2 D\hat{v}_2 - \bar{\eta}_1 D\hat{v}_1) \\ \quad + (D^2 + \alpha^2) \left[D(\bar{\theta}_2\hat{v}_2 - \bar{\theta}_1\hat{v}_1) + i\alpha \left(\cot \beta + \frac{\alpha^2}{Ca_2(1 - M_1)} \right) (\bar{\theta}_2\hat{v}_2 - \bar{\theta}_1\hat{v}_1) \right] = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

Notons que sur la surface libre, nous avons $\bar{\theta}_1 = E_1$. Le système (4)–(7) est discrétisé à l'aide de la méthode spectrale Tau–Chebyshev en utilisant les points de collocation de Gauss Lobatto. Le système d'équations résultant se ramène à un problème aux valeurs propres généralisé de la forme : $[A]\hat{v} = c[B]\hat{v}$ où \hat{v} est le vecteur propre et A et B sont deux matrices complexes.

3. Résultats

Nous étudions l'influence des propriétés rhéofluidifiantes des fluides de Carreau sur les instabilités à travers les paramètres L_k et n_k , en considérant le cas où la couche supérieure est à la fois plus visqueuse et moins dense que la couche inférieure ($E_1 > 1$ et $M_1 < 1$). L'évolution du taux d'amplification αc_I en fonction du nombre d'onde α pour différentes valeurs du rapport de densité M_1 est donnée sur les Figs. 2(a), (b) et (c).

Les résultats concernant le cas de deux couches newtoniennes sont présentés sur la Fig. 2(a). On note sur cette figure la présence dans l'écoulement de deux instabilités, une de grande longueur d'onde, toujours instable, et l'autre de longueur d'onde modérée, ne devenant instable avec un taux de croissance supérieur à celle de la grande longueur d'onde que lorsque la valeur du rapport de densité M_1 dépasse une certaine valeur limite $M_{1c} = 0,947$. Ces résultats sont conformes à ceux de la littérature (Loewenherz et Lawrence [2] et Chen [3]) et sont en bon accord quantitatif avec ceux de Hu et al. [4] obtenus pour de faibles nombres de Reynolds. On note également sur la figure que le taux d'amplification de la longueur d'onde modérée augmente lorsque la valeur de M_1 augmente, alors que celui de la grande longueur d'onde reste inchangé.

Dans le cas où l'une des deux couches est non-newtonienne, les résultats de l'influence du rapport de densité sur la stabilité de l'écoulement sont présentés sur la Fig. 2(b) pour le cas où la couche supérieure est newtonienne et la couche inférieure suit une loi de Carreau, et sur la Fig. 2(c) dans le cas inverse. On peut noter d'après ces figures que globalement l'évolution des courbes est qualitativement similaire à celle du cas où les deux couches sont newtoniennes. Cependant, on observe une différence dans les valeurs des rapports limites de densité M_{1c} où s'opère le basculement de type d'instabilités. Ces valeurs sont plus faibles dans le cas où la couche inférieure est non-newtonienne, $M_{1c} \approx 0,94$. En outre, comme dans le cas de deux couches newtoniennes, seules les longueurs d'onde modérées semblent présenter une sensibilité au changement du rapport de densité M_1 puisque se sont les seules pour lesquelles le facteur d'amplification augmente lorsque M_1 varie. On observe une atténuation des taux de croissance des instabilités de grandes longueurs d'onde dans les cas où le fluide de la couche inférieure est rhéofluidifiant. A l'inverse, par rapport au cas de deux couches newtoniennes, les valeurs limites des rapports de densité M_{1c} sont légèrement plus élevées dans le cas où la couche supérieure est non-newtonienne. La transition s'effectue cette fois pour $0,947 < M_{1c} < 0,95$, ce qui montre que les instabilités de longueur d'onde modérée se trouvent légèrement stabilisées par la présence de cette couche de fluide non-newtonien.

L'évolution des valeurs limites M_{1c} en fonction des paramètres L_k et n_k de la loi de Carreau, sont regroupés suivant la position de la couche non-newtonienne, sur la Fig. 3(a) pour le cas d'une couche supérieure rhéofluidifiante et sur la Fig. 3(b) pour le cas contraire.

Dans le cas où la couche inférieure est un fluide de Carreau, on observe sur la Fig. 3(a) que la valeur limite du rapport de densité M_{1c} diminue au fur et à mesure que les propriétés rhéofluidifiantes du fluide augmentent, soit que L_2 augmente et/ou n_2 diminue. Notons que diminuer M_1 , de manière à avoir une couche inférieure beaucoup plus dense que la couche supérieure, revient d'après la Fig. 2(a) à stabiliser l'écoulement, alors qu'augmenter les propriétés rhéofluidifiantes des fluides conduit d'après la Fig. 2(b) à la déstabilisation de l'écoulement. Il existe par conséquent une compétition entre les effets du rapport de densité M_1 et les effets rhéofluidifiants de la couche inférieure. L'évolution constatée sur la Fig. 3(a), signifie que malgré l'effet stabilisant de la baisse du rapport de densité,

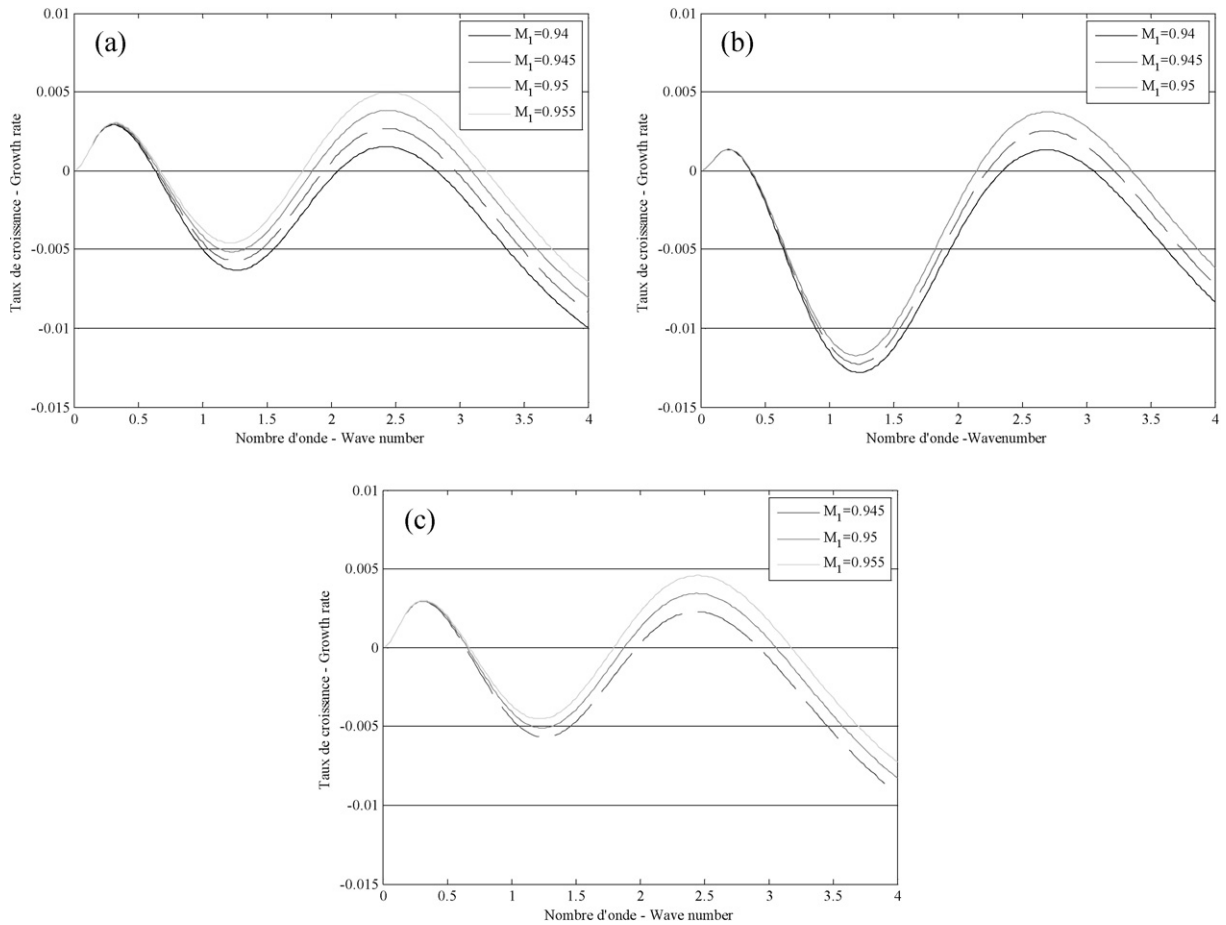


Fig. 2. Taux de croissance αc_I en fonction du nombre d'onde α pour différents rapports de densité M_1 et avec : (a) deux couches de fluides newtoniens (b) la couche du haut newtonienne et du bas rhéofluidifiante avec $L_2 = 0,8$ et $n_2 = 0,2$ (c) la couche du haut rhéofluidifiante et du bas newtonienne avec $L_1 = 0,8$ et $n_1 = 0,2$ pour $Re = 1$, $E_1 = 2,5$, $Q_1 = 0,65$, $Ca_1 = Ca_2 = 100$ et $\beta = 0,2$.

Fig. 2. Growth rate αc_I as a function of the wavenumber α for different density ratios M_1 with: (a) two Newtonian layers (b) upper Newtonian layer and lower shear-thinning layer with $L_2 = 0.8$ and $n_2 = 0.2$ (c) lower Newtonian layer and upper shear-thinning layer with $L_1 = 0.8$ and $n_1 = 0.2$ for $Re = 1$, $E_1 = 2.5$, $Q_1 = 0.65$, $Ca_1 = Ca_2 = 100$ and $\beta = 0.2$.

les perturbations de longueur d'onde modérée subissent un fort effet déstabilisant dû au comportement rhéofluidifiant de la couche inférieure. Une évolution opposée, mais toutefois moins marquée, est constatée sur la Fig. 3(b) quand la couche supérieure est un fluide de Carreau. Le fait qu'elle soit moins marquée peut s'expliquer par le fait que le taux de cisaillement est moins fort dans la couche supérieure, dû à la présence de la surface libre, et donc, à paramètres L_k et n_k équivalents, la viscosité locale est moins influencée. Par ailleurs, avec une couche supérieure rhéofluidifiante, on obtient des seuils du rapport de densité M_{1c} qui augmentent au fur et à mesure que les propriétés rhéofluidifiantes du fluide augmentent, soit que L_1 augmente et/ou n_1 diminue. Par conséquent, la conjugaison des deux effets stabilisants, celui dû au rapport de densité M_1 , ajouté à celui des propriétés rhéofluidifiantes du fluide de la couche supérieure, produit une élévation du seuil de basculement entre les deux instabilités.

4. Conclusions

Nous avons montré dans cette étude que lorsque l'une des deux couches d'un film s'écoulant sur un plan incliné est rhéofluidifiante (fluide de Carreau), la valeur limite du rapport de densité M_{1c} , au delà de laquelle on observe un basculement d'une instabilité de grande longueur d'onde à une instabilité de longueur d'onde modérée, dépend de la position de la couche rhéofluidifiante. Dans le cas où le fluide rhéofluidifiant constitue la couche inférieure,

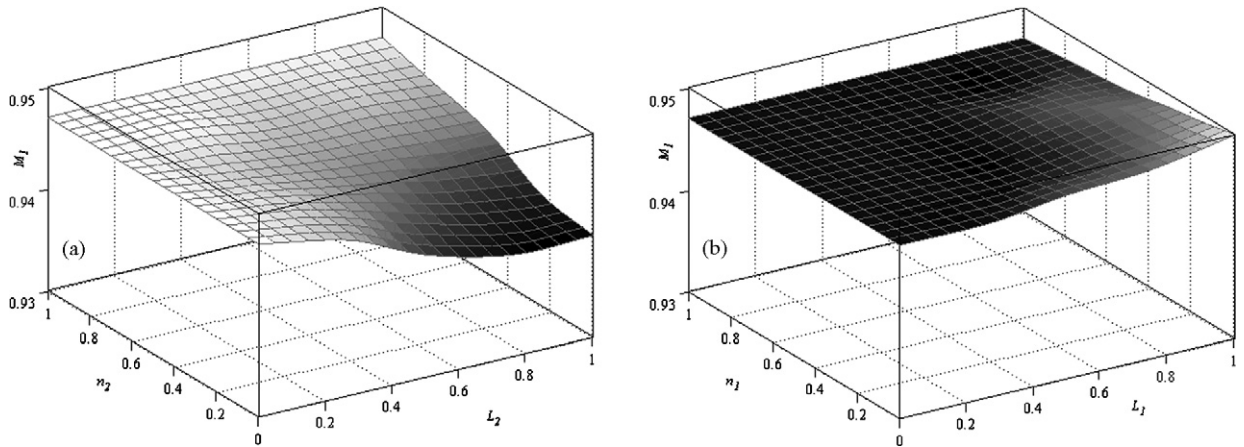


Fig. 3. Rapport de densité limite M_{1c} pour $Re = 1$, $E_1 = 2.5$, $Q_1 = 0.65$, $Ca_1 = Ca_2 = 100$ et $\beta = 0.2$ avec (a) un fluide newtonien en haut et un fluide rhéofluidifiant en bas en fonction de L_2 et n_2 , (b) un fluide rhéofluidifiant en haut et un fluide newtonien en bas en fonction de L_1 et n_1 .

Fig. 3. Density ratio threshold M_{1c} for $Re = 1$, $E_1 = 2.5$, $Q_1 = 0.65$, $Ca_1 = Ca_2 = 100$ and $\beta = 0.2$ with (a) a Newtonian fluid over a shear-thinning fluid as a function of L_2 and n_2 , (b) a shear-thinning fluid over a Newtonian fluid as a function of L_1 and n_1 .

les longueurs d'onde modérées sont déstabilisées, et la limite de basculement est abaissée, élargissant ainsi les zones de prédominance des instabilités de longueur d'onde modérée. Par contre, lorsque la couche supérieure est un fluide rhéofluidifiant, en comparaison avec le cas newtonien, les instabilités de longueur d'onde modérée sont stabilisées et le basculement est observé pour des valeurs de M_1 plus élevées. On montre également qu'indépendamment de la position de la couche rhéofluidifiante, on observe dans tous les cas une stabilisation de l'instabilité de grande longueur d'onde.

Références

- [1] P.J. Carreau, D.D. Kee, M. Daroux, An analysis of the viscous behavior of polymeric solutions, *Can. J. Chem. Eng.* 57 (1979) 135–141.
- [2] D.S. Loewenherz, C.J. Lawrence, The effect of viscosity stratification on the stability of a free surface flow at low Reynolds number, *Phys. Fluids A* 1 (10) (1989) 1686–1693.
- [3] K. Chen, Wave formation in the gravity-driven low-Reynolds number flow of two liquid films down an inclined plane, *Phys. Fluids A* 5 (12) (1993) 3038–3048.
- [4] J. Hu, S. Millet, V. Botton, H. BenHadid, D. Henry, Inertialess temporal and spatio-temporal stability analysis of the two-layer film flow with density stratification, *Phys. Fluids* 18 (10) (2006) 104101.
- [5] S.J. Weinstein, Wave-propagation in the flow of shear-thinning fluids down an incline, *AIChE J.* 36 (12) (1990) 1873–1889.
- [6] N.J. Balmforth, R.V. Craster, C. Toniolo, Interfacial instability in non-Newtonian fluid layers, *Phys. Fluids* 15 (11) (2003) 3370–3384.
- [7] F. Rousset, S. Millet, V. Botton, H. BenHadid, Temporal stability of carreau fluid flow down an incline, *J. Fluid Eng.* 129 (7) (2007) 913–920.