

# Optimisation du tissage de composites orthogonaux 3D

Rafic Younes<sup>a,\*</sup>, Zoheir Aboura<sup>b</sup>, Malk Benzeggag<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Université Libanaise, faculté de génie, campus universitaire Rafic-Hariri, Beyrouth, Liban*

<sup>b</sup> *Université de technologie de Compiègne, laboratoire Roberval, Compiègne, France*

Reçu le 7 février 2007 ; accepté après révision le 11 juillet 2008

Disponible sur Internet le 20 août 2008

Présenté par Jean-Baptiste Leblond

---

## Résumé

Ce travail présente une optimisation du volume élémentaire représentatif (VER) du renfort 3D orthogonal, permettant de prédire la géométrie interne des mèches ainsi que les propriétés mécaniques et à rupture sous chargement uni axial. La méthode d'optimisation appliquée est celle de la programmation séquentielle quadratique (SQP). Les propriétés mécaniques sont déterminées par une homogénéisation basée sur la sommation moyenne des rigidités des constituants et la résistance du composite est recherchée à partir de l'application du critère 3D de rupture de Tsai-Wu. La géométrie interne du tissage est représentée par les fractions volumiques des fibres, leur proportion dans chaque direction et le pas du tissage du renfort vertical. Les résultats de cette étude sont comparés avec des études expérimentales sur des orthogonaux 3D à renforts en carbone. *Pour citer cet article : R. Younes et al., C. R. Mecanique 336 (2008).*

© 2008 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

## Abstract

**Optimization study of 3D orthogonal reinforcement.** This Note deals with an optimization study for the representative elementary volume (REV) of the 3D orthogonal reinforcement in order to suggest the internal geometry of wicks as well as the prediction of mechanical and damage properties under axial loading. The applied method of optimization is the one of the sequential quadratic programming (SQP). The mechanical properties are determined by a homogenization study based on the average sum of the rigidities of the constituents and the composite resistance is searched starting from the application of the 3D Tsai-Wu failure criterion. The proposition of the weaving is spotted by the internal geometry represented by the fibers volume fractions, their proportions in each direction and the weaving step of the vertical reinforcement. The results of this study are compared to experimental studies about 3D orthogonal with carbon reinforcements. *To cite this article: R. Younes et al., C. R. Mecanique 336 (2008).*

© 2008 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

*Mots-clés :* Rupture ; 3D orthogonal ; Matériaux composites ; Optimisation ; Homogénéisation ; Modélisation

*Keywords :* Rupture ; 3D orthogonal ; Composite materials ; Optimization ; Homogenization ; Modeling

---

\* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : ryounes@ul.edu.lb (R. Younes), aboura@utc.fr (Z. Aboura), benzeggag@utc.fr (M. Benzeggag).

## 1. Introduction

Récemment, l'industrie des matériaux composites tissés tridimensionnels stimule des recherches pour prédire les propriétés mécaniques et à rupture à partir d'études analytiques, numériques ou autres. L'idée de prédimensionner une structure en fonction du type de matériau est assez connue en résistance des matériaux. Par contre l'optimisation des structures est nécessaire pour valider en plus de la résistance, d'autres objectifs comme le poids ou le coût.

Nombreux sont ceux qui ont travaillé sur ce sujet, minimisant le rapport poids/coût [1] ou bien sur une étude à multiples objectifs comme maximiser la performance mécanique et minimiser le coût de fabrication [2]. Les études de Barlow et al. [3] portant sur l'estimation du coût de fabrication de structures aéronautiques ont révélé l'importance du procédé de fabrication dans l'optimisation de la conception et du design. Dans leurs études sur des laminés pour des applications aérospatiales, Park et al. [4,5] ont proposé d'optimiser la structure sous deux objectifs : maximiser la résistance et minimiser le temps d'injection de la résine dans le procédé RTM. Pour les stratifiés en forme de cylindre long à parois mince sous chargement couplé de compression axiale et de torsion, Diaconu et al. [6] proposent une optimisation du flambement maximum par une fonction « objectif » contenant 12 variables dont l'épaisseur, la longueur, le rayon moyen et l'orientation des fibres.

Aucune optimisation n'a abordé le tissage bidimensionnel ou tridimensionnel avec sa complexité géométrique. Nous proposons dans cette étude une optimisation sur un tissu composite orthogonal 3D selon une fonction « objectif » respectant le poids et les performances mécaniques en variant les types de résine, de fibre et le taux de renforcement. Aboura [7], El Hage [8] et Scida [9] ont déjà proposé un modèle analytique d'homogénéisation utilisé sur des tissus 2D ou 3D, permettant de prédire les propriétés mécaniques élastiques ainsi que les contraintes limites de rupture.

## 2. Présentation des matériaux

Les matériaux utilisés dans la partie expérimentale correspondent à un orthogonal 3D à renfort en carbone et à matrice époxyde. Les études microscopiques réalisées à l'aide du microscope électronique à balayage (MEB) de type JOE-JSM 6100 Scanning Microscope, ont permis la visualisation de l'architecture interne de la structure du tissage (Fig. 1). Plusieurs remarques ont été conclues : – La section des mèches est plutôt rectangulaire (Fig. 2). – Trois types de section sont sélectionnés : section verticale selon le sens longitudinale ou sens chaîne (Fig. 2b), section verticale selon le sens transverse ou sens trame (Fig. 2a) et section dans le plan horizontal (Fig. 2c). – Les renforts dans l'épaisseur sont verticaux dans l'âme et prennent une forme de courbure dans les semelles (Fig. 3b).

Les études réalisées sur ces matériaux par Aboura (2005) [7] et El Hage (2005) [8] ont permis le choix du volume élémentaire représentatif (VER). Deux propositions de VER sont ainsi choisies (Fig. 3), une nommée cellule globale (CG) et l'autre cellule unitaire (CU). Le VER de la cellule globale (CG) tient compte de la structure architecturale interne de la préforme dans la totalité de son épaisseur. Les renforts dans les sens chaîne (sens 2 sur la Fig. 3a) et trame (sens 1 sur la Fig. 3a) sont modélisés par des parallélépipèdes juxtaposés, par contre le renfort vertical est modélisé par une partie verticale au centre (sens 3 sur la Fig. 3a) et par des parties courbes dans les semelles (Fig. 3b). Le VER de la cellule unitaire (CU) est largement simplifié, il représente un volume élémentaire répétitif représentant la partie centrale de la préforme. Les trois types de renforts sont représentés par des parallélépipèdes juxtaposés l'un avec l'autre avec des blocks de résines.

Les propriétés tridimensionnelles des constituants, fibre de carbone et résine époxy, sont présentées dans les Tableaux 1 et 2. Les dimensions des mèches pour un composite à base de résine RTM6 et fibre de carbone T300 sont déterminées par mesures directes sur les images du MEB (Tableau 3). Les contraintes limites en traction, compression et en cisaillement des fibres, sont recherchées d'après la littérature. Les études expérimentales de Khellil en 1993 [10], réalisées sur des composites 2D à 0,6 de taux de fibre, ont permis de prédire les contraintes limites,  $X^+$ ,  $X^-$ ,  $Y^+$ ,  $Y^-$ ,  $Z^+$ ,  $Z^-$ ,  $R$ ,  $S$  et  $Q$ .

## 3. Homogénéisation analytique

L'homogénéisation analytique d'un tissu orthogonal 3D est basée sur les matrices de rigidité de chaque mèche unidirectionnelle. La littérature scientifique en est assez riche [11]. Les données principales de l'homogénéisation unidirectionnelle sont le  $\text{Tex}$  : masse linéique en g/km,  $\rho_f$  : la densité en kg/m<sup>3</sup>,  $d_f$  et  $n_f$  : diamètre d'un fil de fibre

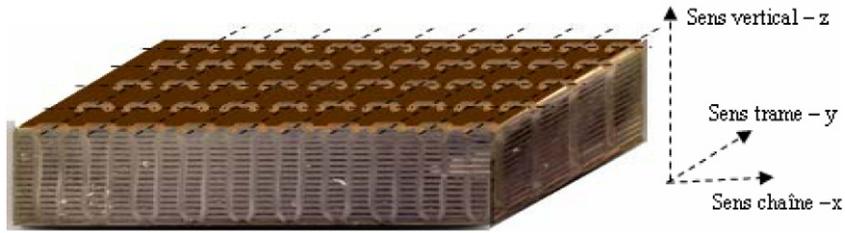
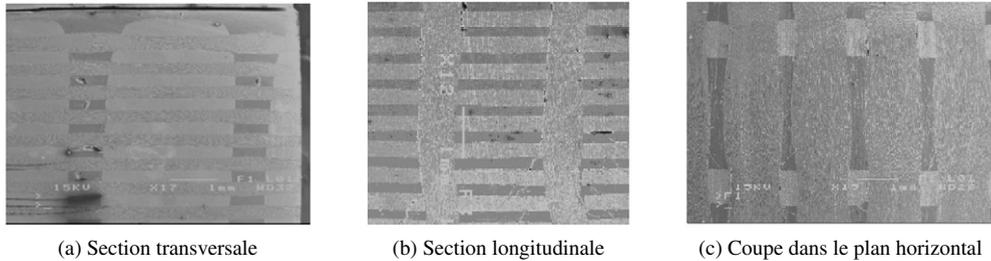


Fig. 1. Présentation du tissage orthogonal 3D.



(a) Section transversale

(b) Section longitudinale

(c) Coupe dans le plan horizontal

Fig. 2. Diverses coupes du composite orthogonal 3D selon les images du MEB.

Tableau 1  
Propriétés des mèches de fibres, Torayca, 2004

Type de fibre de carbone	Les caractéristiques				Les propriétés ultimes en traction, compression et cisaillement pour un composite à $V_f = 0,6$			
	Masse linéique	Densité	Module d'élasticité longitudinale	Coefficient de poisson	$X^+$ [MPa]	$X^-$ [MPa]	$Y^+$ [MPa]	$S$ [MPa]
	Tex [g/1000 m]	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$E_f$ [GPa]	$\nu_f$				
T300	396 Tex	1,76	230	0,34	1760	1570	76	98
T300 J	189 Tex	1,78	230	0,3	2050	1570	80	98
T400 H	396 Tex	1,8	250	0,34	2250	1570	70	98
T700 S	1650 Tex	1,8	230	0,3	2450	1570	70	98
T800 H	445 Tex	1,81	294	0,34	2840	1570	80	98

Tableau 2  
Propriétés de la résine RTM6 et la résine RTM 120, Hexcel Composite, 2004

Type de résine	Densité	Module d'élasticité longitudinale	Coefficient de poisson	Les propriétés ultimes en traction, compression et cisaillement		
	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$E_m$ [GPa]	$\nu_m$	$X^+$ [MPa]	$X^-$ [MPa]	$S$ [MPa]
	RTM 6	1,10	2,89	0,35	75	160
RTM 120	1,20	2,60	0,35	77	160	50

Tableau 3  
Mesure moyenne des dimensions des mèches sur les images de MEB. (Résine RTM 6 et fibre de carbone T300)

Mèche sens chaîne		Mèche sens trame		Mèche verticale	
Largeur (mm)	Epaisseur (mm)	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)	Largeur sens chaîne (mm)	Largeur sens trame (mm)
2,62 ± 0,105	0,18 ± 0,036	2,12 ± 0,051	0,17 ± 0,017	0,45 ± 0,058	0,78 ± 0,038

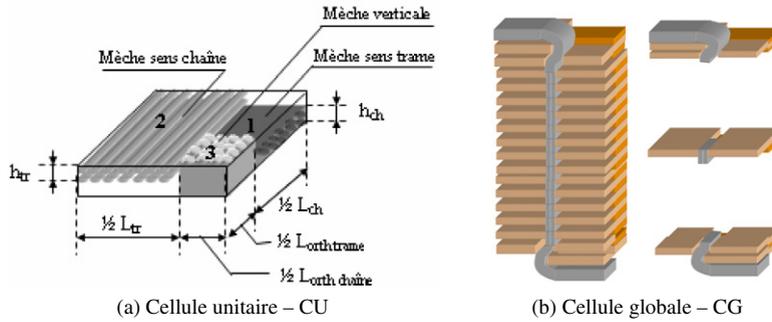


Fig. 3. Les volumes élémentaires représentatifs (VER).

et nombre de fils dans une mèche unidirectionnelle. Ainsi, la section des fibres dans une mèche du tissu sec  $A_f$  est représentée par :

$$A_f = \frac{\pi d_f^2 n_f}{4} = \frac{10^6 \text{ Tex}}{\rho_f} \tag{1}$$

La section d'une mèche après imprégnation de la résine est :

$$A_{\text{mèche}} = \frac{A_f}{V_{f/m}} \tag{2}$$

avec :  $V_{f/m}$  la fraction volumique des fibres dans les mèches. Les relations (1) et (2) sont utilisées dans les études de Scida 2000 [9] sur des tissés 2D. La relation 1 représente la valeur de la section d'une mèche du tissu sec fonction de la masse linéique (Tex) et de la densité des fibres. La relation 2 représente une corrélation entre la section d'une mèche du tissu sec avec celle obtenue après imprégnation de la résine et aussi en fonction de la fraction volumique des fibres. En respectant ces relations, les résultats de sections des mèches obtenus par cette estimation se rapprochent de la réalité. En revanche, une certaine difficulté réside dans l'estimation de la fraction volumique.

Le modèle d'homogénéisation utilisé pour déterminer les propriétés mécaniques élastiques 3D est aussi celui utilisé dans les études de Scida 1998 [9]. Il se base sur la sommation moyenne des produits des rigidités de chaque compartiment du VER par leur volume correspondant. Ce modèle est représenté par la relation (3) où  $C'_{ij,k}$  représente la matrice de rigidité correspondant à chaque compartiment ou mèche, réduite au repère de référence globale, fonction de l'orientation des fibres.  $V_k$  étant les volumes des compartiments et  $V_t$  le volume total du VER.

$$C_{ij,Global} = \frac{1}{V_t} \sum_{k=1}^n V_k C'_{ij,k} ; \quad \text{pour } i = 1, \dots, 6 \text{ et } j = 1, \dots, 6 \tag{3}$$

Pour le calcul des contraintes de rupture, le critère 3D de rupture appliqué est celui de Tsai-Wu décrit par la relation (4) selon Berthelot 1992 [11]. Elle fait intervenir deux tenseurs de résistance,  $F_{ij}$  du second ordre et  $F_i$  du premier ordre. Dans notre modélisation, ce critère sera appliqué sur les trois renforts séparément. Sous une sollicitation quelconque, la rupture du matériau est alors atteinte quand les trois renforts se rompent. La difficulté de l'application de ce critère réside dans le calcul des coefficients d'interaction  $F_{ij}$  des constituants. Dans cette étude pour les fibres, ces coefficients sont déterminés par l'analogie de Von Mises fonction des contraintes limites tridimensionnelles en traction, compression et en cisaillement des constituants décrites dans la Tableau 2.

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_3 \sigma_3 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + 2F_{13} \sigma_1 \sigma_3 + 2F_{23} \sigma_2 \sigma_3 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{33} \sigma_3^2 + F_{44} \sigma_4^2 + F_{55} \sigma_5^2 + F_{66} \sigma_6^2 = 1 \tag{4}$$

#### 4. Étude d'optimisation

Le critère d'optimisation adopté dans notre étude revient à la recherche d'un minimum de volume élémentaire représentatif (VER) de la cellule unitaire (CU). L'optimisation doit permettre de prévoir des propriétés mécaniques élastiques 3D et à rupture résistant sous une contrainte de tension imposée. Le minimum de VER est un critère devant

trouver le minimum de pas de tissage dans chacune des deux directions sens chaîne et sens trame. Ce critère doit aussi satisfaire les propriétés mécaniques 3D renforcées dans la troisième direction et reflétant ainsi le rôle du renfort vertical. Les dimensions des mèches sont recherchées en respectant le modèle analytique d'homogénéisation présenté précédemment. Les propriétés élastiques mécaniques 3D, ainsi que le respect du critère 3D de rupture de Tsai-Wu sont aussi validés dans le problème au sein des contraintes égalités et inégalités.

#### 4.1. La fonction « objectif »

Le volume du volume élémentaire représentatif (VER) de la cellule unitaire (CU) est déterminé par l'expression :

$$V_{\text{VER(CU)}} = (L_{\text{ch}} + L_{\text{orth trame}})(L_{\text{tr}} + L_{\text{orth chaîne}})(h_{\text{ch}} + h_{\text{tr}}) \quad (5)$$

Cette expression est fonction de six paramètres géométriques, représentant les dimensions des trois mèches du tissage de l'orthogonal 3D schématisées dans la Fig. 3.  $L_{\text{ch}}$  et  $h_{\text{ch}}$  représentent respectivement la largeur et l'épaisseur de la section de la mèche sens chaîne.  $L_{\text{tr}}$  et  $h_{\text{tr}}$  représentent respectivement la largeur et l'épaisseur de la section de la mèche sens trame.  $L_{\text{orth trame}}$  et  $L_{\text{orth chaîne}}$  représentent les largeurs de la section de la mèche verticale respectivement en sens trame et chaîne.

#### 4.2. Les contraintes inégalités

Trois contraintes de type inégalités sont proposées : deux ((6) et (7)) sur les critères de rupture des fibres et de la résine et une condition (8) limitant les fractions volumiques des fibres dans la mèche. Ces valeurs sont incluses entre deux valeurs minimale et maximale respectivement  $V_{f \text{ min}}$  et  $V_{f \text{ max}}$ .

Le critère de rupture 3D appliqué sur chaque type de mèche :

$$F_i \bar{\sigma}_i + F_{ij} \bar{\sigma}_i \bar{\sigma}_j - 1 \leq 0 \quad (6)$$

Limite sur la contrainte maximale de la résine en traction :

$$\sigma_m < X^+ \text{ résine} \quad (7)$$

Bornes sur les fractions volumiques des trois mèches :

$$V_{f \text{ min}} \leq V_{f_k/m} \leq V_{f \text{ max}}, \quad \text{pour } k = 1, 2 \text{ et } 3 \quad (8)$$

#### 4.3. Les contraintes égalités

Les fonctions égalités proposées dans cette étude respectent les conditions du processus de fabrication ou de conception structurale représentées par les relations (1) et (2). L'expression (9) relie la section d'une mèche après imprégnation de la résine avec sa fraction volumique, la densité de fibre et la Texture :

$$A_{\text{mèche}} V_{f_k/m} \rho_f = \text{Tex} \quad (9)$$

Avec,  $\text{Tex}$  : la masse linéique en g/km.  $\rho_f$  : la densité en kg/m<sup>3</sup>.  $V_{f/m}$  : fraction volumique des fibres.  $A_{\text{mèche}}$  en (mm<sup>2</sup>) et  $k = 1, 2$  et  $3$ . D'où les trois contraintes égalités, données par les expressions (10), (11) et (12) :

Pour la mèche sens chaîne :

$$L_{\text{ch}} h_{\text{ch}} V_{f_1/m} \rho_f = \text{Tex} \quad (10)$$

Pour la mèche sens trame :

$$L_{\text{tr}} h_{\text{tr}} V_{f_2/m} \rho_f = \text{Tex} \quad (11)$$

Pour la mèche verticale :

$$L_{\text{orth chaîne}} L_{\text{orth trame}} V_{f_3/m} \rho_f = \text{Tex} \quad (12)$$

#### 4.4. Le bilan des paramètres

On divise les paramètres impliqués dans ce problème en deux catégories :

*Les inconnues :*

1. Les paramètres géométriques, au nombre de 6 :  $L_{ch}$ ,  $h_{ch}$ ,  $L_{tr}$ ,  $h_{tr}$ ,  $L_{orth\ trame}$  et  $L_{orth\ chaîne}$ .
2. Les paramètres fonctionnels, au nombre de 3 représentent les fractions volumiques dans les mèches, notées par :  $V_{fk/m}$  pour  $k = 1, 2$  et  $3$  respectivement pour les mèches sens chaîne, trame et vertical.

*Les données :*

3. Les paramètres des matériaux, au nombre de 16 :

Les modules d'élasticité longitudinale pour les types de fibres et de la résine notés respectivement  $E_f$  et  $E_m$ . Les coefficients de poisson pour les types de fibre et de la résine notés respectivement  $\nu_f$  et  $\nu_m$ . La texture des fibres ou masse linéique notée par  $Tex$ . La densité des fibres notée par  $\rho_f$ . Les contraintes limites de rupture en traction, compression et en cisaillement des fibres, notés respectivement :  $X^+$ ,  $X^-$ ,  $Y^+$ ,  $Y^-$ ,  $Z^+$ ,  $Z^-$ ,  $S$ ,  $Q$  et  $R$ . La contrainte limite de traction de la résine notée par  $X_{résine}^+$ .

#### 4.5. Calcul des paramètres de tissage

Les paramètres de tissage sont représentés par le taux de fibre rapporté au volume total des fibres dans la cellule unitaire ( $P_f$ ) et par les proportions de fibre de tissage  $P_{f_1}$ ,  $P_{f_2}$ ,  $P_{f_3}$ , respectivement dans les sens chaîne, trame et vertical. A partir des 9 paramètres variables :  $L_{ch}$ ,  $h_{ch}$ ,  $L_{tr}$ ,  $h_{tr}$ ,  $L_{orth\ trame}$ ,  $L_{orth\ chaîne}$ , et  $V_{fk/m}$  pour  $k = 1, 2, 3$ , ces quatre paramètres de tissage sont déterminés par la succession des expressions (13) à (19)

Calcul des volumes des constituants mèches et résine :

Volume de la mèche sens trame :

$$V_1 = L_{tr}h_{tr}(L_{ch} + L_{orth\ trame}) \quad (13)$$

Volume de la mèche sens chaîne :

$$V_2 = L_{ch}h_{ch}(L_{tr} + L_{orth\ chaîne}) \quad (14)$$

Volume de la mèche sens vertical :

$$V_3 = (h_{ch} + h_{tr})L_{orth\ chaîne}L_{orth\ trame} \quad (15)$$

Volume de la résine :

$$V_m = V_{VER(CU)} - \sum_{i=1}^3 V_i \quad (16)$$

La fraction des fibres dans le volume de la cellule unitaire est calculée par l'expression :

$$V_{f/VER} = \frac{\sum_{i=1}^3 (V_i V_{fi/m})}{V_{VER(CU)}} \quad (17)$$

Le taux de fibre sur le volume total de la cellule unitaire sec est calculé par l'expression :

$$P_f = 100V_{f/VER} \frac{V_{VER(CU)} - V_m}{V_{VER(CU)}} \quad (18)$$

Les proportions de fibre dans les mèches sont déterminées par l'expression :

$$P_{f_i} = 100 \frac{V_{fi/m} V_i}{V_{f/VER} \sum_{i=1}^3 V_i} \quad \text{pour } i = 1, \dots, 3 \quad (19)$$

#### 4.6. Organigramme de l'étude d'optimisation

La Fig. 4 présente l'organigramme des successions des étapes de l'étude d'optimisation. La résolution du problème est obtenue numériquement en utilisant le schéma de Programmation Séquentielle Quadratique. Selon la technique

SQP, on démontre la possibilité de transformer la formulation d'un problème d'optimisation classique en une séquence des problèmes d'optimisation quadratique [12]. La fonction « fmincon » de matlab utilise cette technique pour résoudre les problèmes d'optimisation non linéaire [13].

La condition structurale est imposée par une donnée de base de contrainte minimale de rupture. Les types de fibre de carbone et de résine choisis pour cette base de donnée sont compatibles avec l'application du procédé de moulage par transfert de résine (RTM). Pour les fibres de carbone, la base de donnée est choisie parmi les produits commercialisés par la société Torayca fibre de carbone [14], par contre les résines sont sélectionnées d'après les données de la société Hexcel composite [15]. On se limite dans cette étude uniquement aux fibres de carbone à moyen module et aux résines de type RTM6 et RTM120. Les paramètres pour les fibres et les résines sont représentés par les propriétés mécaniques 3D et les limites de contraintes en traction, compression et en cisaillement. Pour les constituants des échantillons, ces propriétés sont présentées dans les Tableaux 1 et 2.

## 5. Résultats et discussions

Les études microscopiques réalisées sur les échantillons ont permis de déterminer les mesures tridimensionnelles des mèches du tissage orthogonal 3D correspondant aux volumes des VER. Les études expérimentales ont permis de déterminer la contrainte normale de rupture à 770 MPa en valeur moyenne. Les Tableaux 4, 5 et 6 présentent une comparaison avec les dimensions des compartiments mesurées sur les images du MEB et celles prédites par l'étude d'optimisation. Cette comparaison a nécessité les conditions inégalités et égalités suivantes :

La fraction volumique :  $0,45 \leq V_f \leq 0,75$ . Le module d'élasticité dans l'épaisseur :  $10 \leq E_3 \leq 20$ . La contrainte de rupture en traction :  $\sigma_r \geq 770$  MPa. Les modules élastiques longitudinaux dans le sens chaîne et trame sont pris égaux, pour respecter l'équilibre des proportions de fibre selon ces deux sens :  $E_1 = E_2$ .

Le 1<sup>er</sup> tissu (T300J – Tex 396) est considéré comme tissu de référence. Il reflète une conception optimale issue des expériences et tests réalisés au sein de la société partenaire à cette recherche. Les comparaisons effectuées sur le Tableau 4, 5 et 6 reflètent une précision assez acceptable.

Cependant, les études analytiques d'homogénéisation sur ce même matériau, réalisées par Aboura et al. [7], concluent que les propriétés mécaniques élastiques 3D sont mieux estimées par la CG que par la CU. Pour prendre en considération cette déduction, sans être amené à compliquer la fonction objective, on propose un ajustement tenant compte des paramètres géométriques impliqués dans la CG. Cet ajustement est appliqué sur les résultats géométriques

Tableau 4

Comparaison des sections des mèches déterminées sur les images du MEB avec celles obtenues par l'étude d'optimisation

	Mèche sens chaîne		Mèche sens trame		Mèche verticale	
	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)	Largeur sens chaîne (mm)	Largeur sens trame (mm)
1 – Mesure sur les Images du MEB	2,62	0,18	2,12	0,17	0,45	0,78
2 – Etude d'optimisation T300J – Tex 396	2,3578	0,16501	2,358	0,16502	0,6089	0,69895
Ecart entre 1 et 2 (%)	-10,01	-8,33	+11,22	-5,77	+26,10	+10,39

Tableau 5

Comparaison de volume de mèches et ces proportions dans le VER (CU) entre les mesures et le modèle d'optimisation

Les compartiments	Mesures sur le MEB		Etude d'optimisation	
	Volume (mm <sup>3</sup> )	Proportion dans la CU (%)	Volume (mm <sup>3</sup> )	Proportion dans la CU (%)
Mèche sens chaîne	0,2551	35,82	0,2886	39,74
Mèche sens trame	0,2570	36,80	0,2886	39,74
Mèche sens vertical	0,0395	7,58	0,0306	4,21
Résine	0,1189	19,80	0,1185	16,31
VER (CU)	0,6005	100	0,7262	100

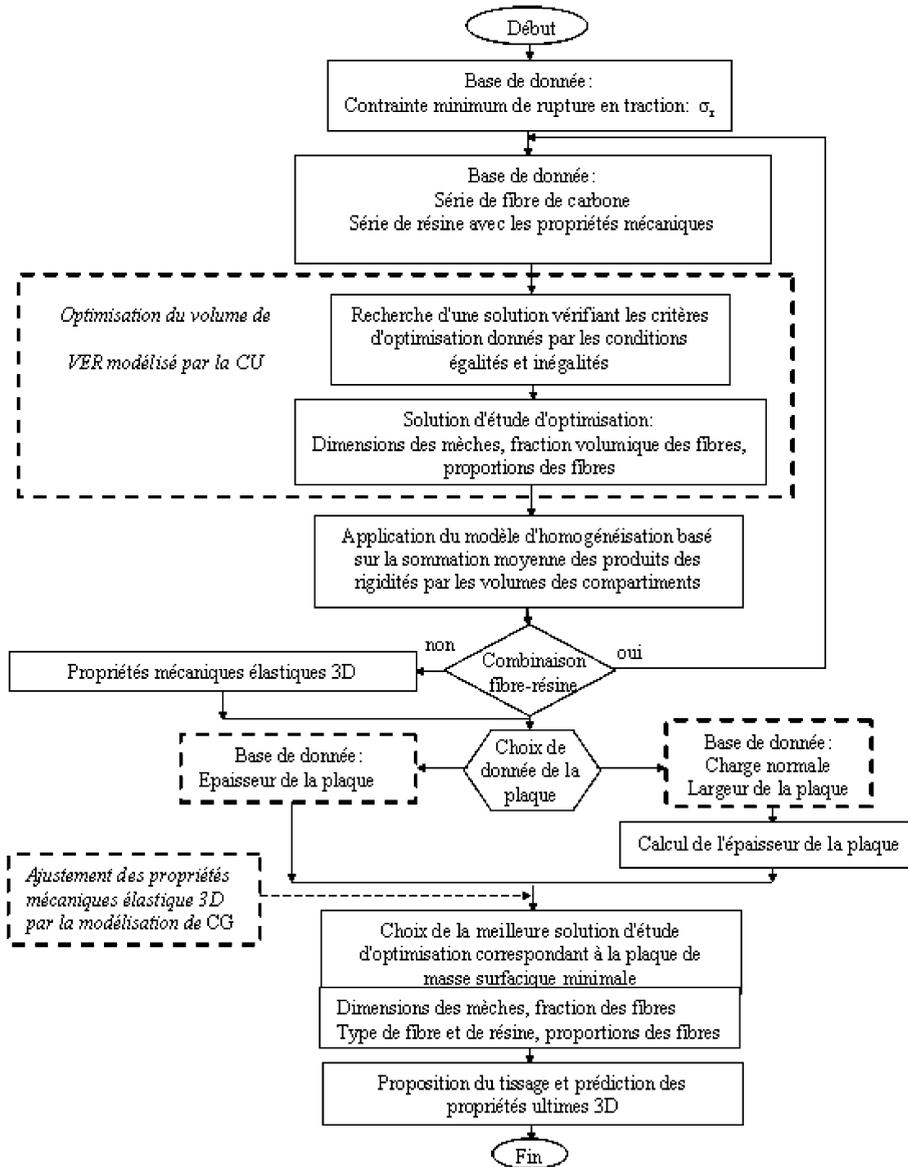


Fig. 4. Organigramme du choix de tissage et les prédictions des propriétés ultimes 3D.

Tableau 6

Comparaison de fraction volumique et proportion de fibre dans le VER (CU) entre les mesures et le modèle d'optimisation

	Contrainte de rupture	Taux de fibre	Densité du composite	Proportion de fibre dans les trois types de mèche		
				Mèche sens chaîne	Mèche sens trame	Mèche sens verticale
	$\sigma_r$ (MPa)	$V_f$	$\rho_f$ (kg/m <sup>3</sup> )	$P_{f1}$ (%)	$P_{f2}$ (%)	$P_{f3}$ (%)
1 – Etudes expérimentales	770	0,5985		46	46	8
2 – Etude d'optimisation T300J – Tex 396	790	0,6	1141	47,969	47,364	5,269
Ecart entre 1 et 2				+1,97 %	+1,97 %	-2,73 %

de la structure déjà estimée par l'optimisation du VER de la CU. Il prend en compte la géométrie interne de la cellule globale dans l'épaisseur du matériau dont la courbure des mèches verticales (Tableau 7).

Tableau 7

Comparaison des propriétés élastiques 3D mesurées à celle estimés par le modèle de l'étude d'optimisation

	Propriétés élastiques 3D du tissage orthogonal								
	$E_1$ [GPa]	$E_2$ [GPa]	$E_3$ [GPa]	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$	$G_{12}$ [GPa]	$G_{13}$ [GPa]	$G_{23}$ [GPa]
Modèle analytique appliqué sur les dimensions des mèches déterminées par mesures sur les images du MEB									
Modèle CU	57,302	58,631	19,808	0,0723	0,2677	0,2692	3,687	3,553	3,451
Modèle CG	57,462	58,944	15,664	0,0676	0,3677	0,3702	4,307	4,114	3,960
Modèle analytique appliqué sur les dimensions des mèches estimées par le modèle d'étude d'optimisation									
Modèle CU T300 J – Tex 396	58,652	58,652	16	0,0628	0,3074	0,3077	3,324	3,154	3,154
Modèle analytique appliqué sur les dimensions des mèches estimées par le modèle d'étude d'optimisation avec ajustement									
CU puis CG	60,05	56,198	16,086	0,0627	0,305	0,339	3,7637	3,6354	3,168
Expérimental	57,5 ± 1,8	–	15,534 ± 1,1	0,028	0,269	0,268	4,114 ± 0,05	–	–

Tableau 8

Dimensions des mèches tissées avec de la résine RTM6 ou la résine RTM120

Type de fibre et de résine	Contrainte de rupture $\sigma_r$ [MPa]	Mèche sens chaîne et trame		Mèche verticale	VER [mm <sup>3</sup> ]
		Largeur [mm]	Epaisseur [mm]	Largeur sens chaîne [mm]	
		$L_{ch} = L_{tr}$	$h_{ch} = h_{tr}$	$L_{vert} chaîne = L_{vert} trame$	
T300J-Tex 198 / RTM6	790	1,6673	0,11668	0,43054	1,02700
T400H-Tex 396 / RTM6	870	2,479	0,15664	0,60572	2,98102
T700S-Tex 1650 / RTM6	940	4,7862	0,33495	1,2360	24,2952
T800H-Tex 223 / RTM6	1090	2,0566	0,10763	0,45323	1,35597
T300J-Tex 198 / RTM120	820	1,2345	0,5655	0,1316	2,110705
T400H-Tex 396 / RTM120	900	2,392	0,6057	0,15463	7,856322
T700S-Tex 1650 / RTM120	980	4,6193	1,236	0,33077	60,57189
T800H-Tex 223 / RTM120	1140	1,984	0,4532	0,10614	3,959776

Tableau 9

Les 9 modules de l'ingénieur prédits pour les tissages orthogonal 3D tissé avec les résines RTM6 ou RTM120

Type de fibre et de résine	Propriétés élastiques mécaniques de l'orthogonal 3D prédits sur le VER de CU								
	$E_1$ [GPa]	$E_2$ [GPa]	$E_3$ [GPa]	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$	$G_{12}$ [GPa]	$G_{13}$ [GPa]	$G_{23}$ [GPa]
T300J-Tex 198 / RTM6	58,65	58,65	16	0,0628	0,3074	0,3077	3,323	3,154	3,154
T400H-Tex 396 / RTM6	63,39	63,38	16	0,0615	0,3188	0,3179	3,301	3,131	3,131
T700S-Tex 1650 / RTM6	58,65	58,65	16	0,0628	0,3077	0,3077	3,323	3,154	3,154
T800H-Tex 223 / RTM6	73,46	73,46	16	0,0526	0,3195	0,3195	3,260	3,087	3,087
T300J-Tex 198 / RTM120	60,567	60,567	16	0,0592	0,2967	0,2970	3,051	3,051	3,223
T400H-Tex 396 / RTM120	65,549	65,549	16	0,0581	0,3081	0,3073	3,028	3,028	3,201
T700S-Tex 1650 / RTM120	60,567	60,567	16	0,0592	0,2967	0,2970	3,051	3,051	3,223
T800H-Tex 223 / RTM120	76,184	76,184	16	0,0496	0,3092	0,3085	2,987	2,987	3,162

Les erreurs observées entre la méthode d'optimisation du VER de la CG et l'expérience permettent de juger sur l'importance de cette manière de procéder pour satisfaire un ensemble de contraintes indispensables pour le dimensionnement des tissus composites 3D. Une extension de ces travaux sur la résine RTM 60 et RTM 120 avec plusieurs types de fibres devient représentative du potentiel que peut fournir cette étude d'optimisation. Les résultats (dimensions des mèches) sont présentés dans le Tableau 8. Les propriétés élastiques mécaniques sont présentées dans le Tableau 9.

Sans aucune contrainte sur les modules de cisaillement, leur valeur est environ de 3 GPa. Si les conditions de chargement exigent des valeurs supérieures pour ces modules, il est indispensable d'en tenir compte. Il est clair sur les Tableaux 8 et 9 qu'une augmentation des propriétés ultimes de rupture améliore aussi la contrainte de rupture dans le

VER prédit par la méthode. Aussi le volume du VER est sensiblement lié au Tex de la mèche utilisée. Par contre, les valeurs des modules de Young dans la direction chaîne et trame semblent être sensiblement proches. L'utilisation de la résine RTM120 est favorable pour la contrainte de rupture du VER calculée mais défavorable pour le volume du VER.

## 6. Conclusion

Trouver une modélisation permettant de prédire les volumes des constituants du VER après imprégnation de la résine, est une partie intéressante, délicate à définir et difficile à vérifier. L'application du modèle d'homogénéisation fonction des volumes des compartiments du VER, avec le modèle d'optimisation de programmation séquentielle quadratique, a donné des résultats satisfaisants par comparaison avec les résultats des études expérimentales dont l'analyse d'image du MEB.

Le modèle d'optimisation, appliqué sur le volume de la cellule unitaire CU dans un premier temps, puis ajusté pour tenir compte de la cellule globale CG, prévoit des modules en cisaillement nettement améliorés que ceux prévus sur le volume de CU. En ajoutant des fonctions inégalités sur les modules de cisaillement, l'optimisation du volume de CU suffira pour la prédiction du tissage et de ces propriétés mécaniques élastiques 3D.

Les résultats d'optimisation comparés avec les études expérimentales sur les échantillons montrent la validité de la méthodologie proposée dans cette étude d'optimisation.

## Références

- [1] K. Wang, D. Kelly, S. Dutton, Multi-objective optimization of composite aerospace structures, *Composite Structures* 57 (1–4) (2002) 141–148.
- [2] K.T. Hsiao, S. Advanci, Flow sensing and control strategies to address race-tracking disturbances in resin transfer molding – Part I: design and algorithm development, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35 (10) (2004) 1149–1159.
- [3] D. Barlow, C. Howe, G. Clayton, S. Brouwer, Preliminary study on cost optimization of aircraft composite structures applicable to liquid moulding technologies, *Composite Structures* 57 (2002) 53–57.
- [4] H.C. Park, W. Lee, S.W. Han, A. Vautrin, Simultaneous optimization of composite structures considering mechanical performance and manufacturing cost, *Composite Structures* 65 (2004) 117–127.
- [5] C.H. Park, W. Lee, W.S. Han, A. Vautrin, Weight minimization of composite laminated plates with multiple constraints, *Composites Science and Technology* 63 (2003) 1015–1026.
- [6] C.G. Diaconu, M. Sato, H. Sekine, Buckling characteristics and layup optimization of long laminated composite cylindrical shells subjected to combined loads using lamination parameters, *Composite Structures* 58 (4) (2002) 423–433.
- [7] Z. Aboura, Ch. El Hage, R. Younes, M.L. Benzeggagh, Prédiction du comportement endommageable de matériaux composites à renfort orthogonal 3D, in : 17<sup>ème</sup> Congrès Français de mécanique, CFM17 Troyes, France, 2005.
- [8] Ch. El Hage, R. Younés, Z. Aboura, M.L. Benzeggagh, Modélisation analytique et numérique des caractéristiques mécaniques d'un composite à renfort carbone 3D orthogonal, in : 14<sup>ème</sup> journées Nationales sur les composites, vol. 2, JNC14 Compiègne, France, 2005, pp. 699–708.
- [9] D. Scida, Etude et modélisation du comportement mécanique des matériaux composites à renfort tissés hybrides et non hybrides, Thèse de Doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne, 1998.
- [10] K. Khellil, Evaluation expérimentale d'un critère de rupture tensoriel polynomial tridimensionnel pour matériaux composites, Thèse de Doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne, 1993.
- [11] J.M. Berthelot, *Matériaux composites : comportement mécanique et analyse des structures*, Edition Masson, 1992.
- [12] M. Minoux, *Programmation mathématique. Tome 1 & 2*, Editions Dunod, 1983.
- [13] User's Guide, Optimization toolbox for use with Matlab. The MathWorks edition, version 2006b.
- [14] Torayca fibre de carbone, <http://www.soficar-carbon.com>.
- [15] Hexcel Composite, <http://www.hexcel.com>.