

Effet du rapport de forme transverse sur l'écoulement tridimensionnel d'un fluide incompressible dans une cavité entraînée

Nader Ben Cheikh*, Nasreddine Ouertatani, Brahim Ben Beya, Taieb Lili

Faculté des sciences de Tunis, département de physique, campus universitaire 2092 El-Manar II, Tunisie

Reçu le 14 mai 2008 ; accepté après révision le 31 juillet 2008

Disponible sur Internet le 8 octobre 2008

Présenté par Sébastien Candel

Résumé

Une étude numérique tridimensionnelle a été menée pour déterminer les effets du rapport de forme transverse, A_y , sur la structure générale de l'écoulement au sein d'une cavité entraînée. La méthode numérique est basée sur une formulation de type volumes finis et une accélération multigrille. Pour un nombre de Reynolds fixe $Re = 1000$, quatre rapports de forme $A_y = 1, 0,5, 0,25$ et $0,125$ ont été envisagés. Des lignes de courant dans le plan médian sont présentées, relativement aux différents rapports de forme transverses considérés, montrant la complexité de l'écoulement lorsque A_y devient faible. On note également que la diminution du rapport de forme entraîne une nette diminution de la transmission de l'énergie cinétique fournie par la paroi d'entraînement vers le fond de la cavité. **Pour citer cet article :** *N. Ben Cheikh et al., C. R. Mécanique 336 (2008).*

© 2008 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Span-wise aspect ratio effect on a three-dimensional incompressible flow in a driven cavity. A three-dimensional numerical study has been carried out to determine the effects of the aspect ratio, A_y , on the general flow structure in a driven cavity. The numerical method is based on the Finite Volume formulism and multigrid acceleration. For a fixed Reynolds number, $Re = 1000$, four span-wise aspect ratios, $A_y = 1, 0.5, 0.25$ and 0.125 , have been considered. The stream lines in the central plane are displayed, relative to the different aspect ratios considered, and show the complexity of the flow when A_y becomes low. One sees also that lowering the aspect ratio leads to a clear lowering of the kinetic energy transmission from the casing to the bottom of the cavity. **To cite this article :** *N. Ben Cheikh et al., C. R. Mécanique 336 (2008).*

© 2008 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Mécanique des fluides ; Cavité entraînée 3D ; Méthode des volumes finis ; Multigrille ; Rapport de forme

Keywords : Fluid mechanics; 3D driven cavity; Finite volumes method; Multigrid; Aspect ratio

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : nader_bc@yahoo.fr (N. Ben Cheikh).

Abridged English version

A numerical model is employed to analyze the flow structure in three-dimensional driven cavities. Using the finite volume approach [9] and the projection method [10], a computer program based on a full multigrid acceleration [11,12] was developed. The numerical method is first validated by the classical lid cubical driven cavity problem for $Re = 100$ and 1000 on non-uniform grids (48^3). Our solutions were compared with those of Wong et al. [4] and, as seen in Fig. 2, good concordances are observed. In Fig. 3 are presented the particles motion in the x - z plan at $y = 0.5$ (at left) and the iso-vorticity contours in the y -direction (at right). It is observed that the flow structure is dominated by a primary vortex situated in the centre of the cavity. Two smaller eddies are also observed in the left and right corners.

Some non-uniform grids were then used to simulate the flow at $Re = 1000$ for different span-wise aspect ratios, i.e., $A_y = 1, 0.5, 0.25$ and 0.125 . The flow patterns for the different considered aspect ratios are shown in Fig. 4. As far as A_y is decreased, a new eddy appears from the left wall dragging the primary vortex to the upper right corner of the cavity. It is also observed that kinetic energy is less dragged downstream the cavity when A_y decreases. That behaviour is well reflected in Fig. 5 by the iso-contour plots of the kinetic energy defined as $E_c = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$.

1. Introduction

Le problème de la cavité entraînée en deux dimensions a été étudié par de nombreux auteurs [1–3]. Depuis quelques années et grâce aux nouvelles technologies informatiques, le problème tridimensionnel est devenu de plus en plus accessible numériquement. En effet des auteurs comme Wong et al. [4] ont simulé l'écoulement de la cavité entraînée en régime laminaire et ont proposé des résultats numériques sur une grille de dimension 49^3 . Des résultats Benchmark en régime laminaire aussi, ont également été proposés par Albensoeder et al. [5] qui utilisèrent une méthode spectrale et des grilles allant jusqu'à 96^3 .

En régimes transitoires ou turbulents, les travaux relatifs à la cavité entraînée sont moins fréquents. On peut néanmoins citer les travaux numériques de Bouffanais et al. [6], d'E. Leriche et al. [7] ou encore les travaux expérimentaux de Prasad et al. [8].

Malgré sa simplicité, la physique de la cavité entraînée tridimensionnelle contient une grande variété de phénomènes. On peut en effet y trouver, selon les régimes, des zones laminares, transitoires ou turbulentes. La présence des parois latérales impose une contrainte de cisaillement supplémentaire et influe fortement sur le comportement de l'écoulement.

L'objectif de ce travail est d'étudier les effets du rapprochement de ces parois sur la structure globale de l'écoulement. Ainsi, des rapports de formes transverses variant de 1 à 0,125 ont été considérés.

2. Problème physique et méthode de résolution

La configuration du problème est schématisée par la Fig. 1 et correspond à une enceinte remplie de fluide, dont la paroi supérieure est animée d'une vitesse constante u_0 .

La cavité est un parallélépipède de hauteur H , de largeur L et de profondeur D .

Les paramètres du problème sont le nombre de Reynolds, défini par $Re = \frac{u_0 L}{\nu}$, ainsi que les rapports de forme transverses et longitudinaux, A_y et A_z , définis par $A_y = \frac{D}{L}$ et $A_z = \frac{H}{L}$. Les équations adimensionnelles régissant le mouvement sont :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \left(\frac{1}{Re}\right) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

Ces équations, représentent respectivement l'équation de conservation de la masse et celle de la quantité de mouvement. Elles ont été discrétisées à l'aide d'une méthode de type volumes finis [9]. Le problème du couplage vitesse pression a été contourné par une méthode de projection [10]. Un schéma QUICK a été retenu pour le calcul des termes de convection et une technique multigrille a été mise en place pour accélérer la convergence des calculs. Le principe et les détails de cette technique peuvent être consultés (relativement au cas bidimensionnel) dans les références [11,12].

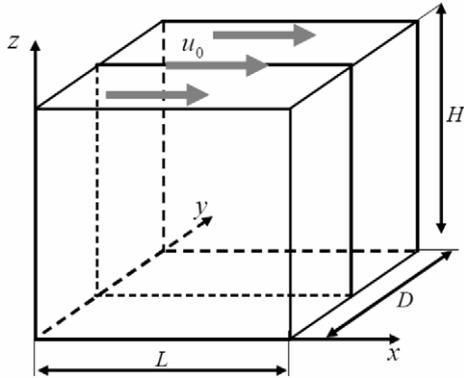


Fig. 1. Géométrie de la cavité entraînée.
Fig. 1. Geometry of the driven cavity.

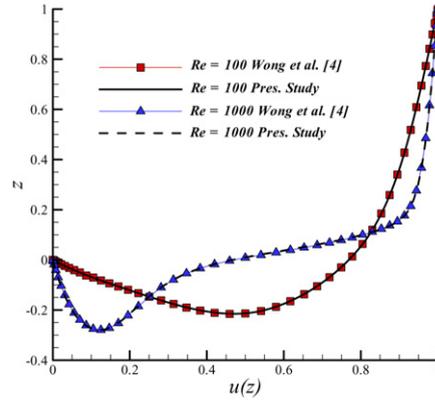


Fig. 2. Vitesse moyenne à l'abscisse $x = 0.5$.
Fig. 2. Mean velocity at central line $x = 0.5$.

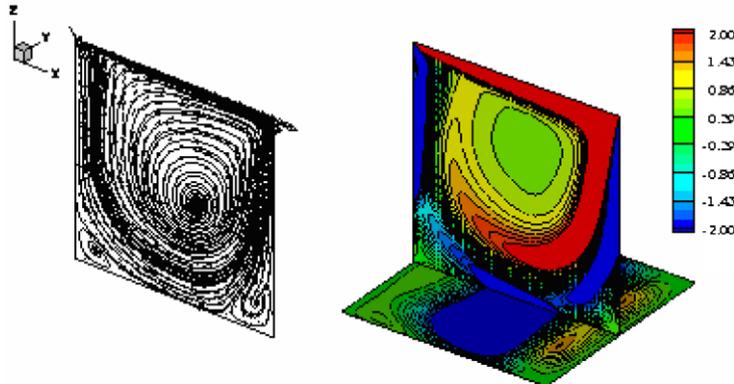


Fig. 3. Trajectoire des particules fluides (gauche) et iso-vorticités (droite) pour $Re = 1000$.
Fig. 3. Trajectory of particles (left) and iso-vorticity contours (right) for $Re = 1000$.

3. Résultats et discussion

3.1. Validation de la méthode numérique

Le code de calcul a préalablement été validé par le problème de la cavité entraînée en géométrie cubique ($A_y = A_z = 1$). Deux nombres de Reynolds en régime laminaire ont alors été testés, à savoir $Re = 100$ et 1000 . Les simulations ont été effectuées sur des grilles à maillage non uniforme de dimensions 48^3 . La Fig. 2 représente l'allure des profils verticaux de la vitesse longitudinale à l'abscisse $x = 0,5$ relativement aux deux nombres de Reynolds considérés. Sur cette même figure sont portés les résultats numériques de Wong et al. [4] montrant la bonne concordance de nos résultats. Dans le Tableau 1, sont reportées les valeurs des vitesses minimales et maximales obtenues dans le plan médian relativement aux profils $u(z)$ et $w(x)$. Une comparaison de nos résultats avec ceux de S. Albensoeder [5] et al. montre que des erreurs relatives comprises entre 0,1 % et 1,3 % sont obtenues. Il est à noter que S. Albensoeder [5] et al. ont utilisé une méthode spectrale et des grilles relativement fines de dimension $96 \times 64 \times 96$.

La Fig. 3, représentant la trajectoire des particules dans le plan médian (à gauche) et les iso-vorticités selon y (à droite) pour $Re = 1000$, est également en très bon accord avec ce que l'on rencontre généralement dans la littérature [4,5]. Un tourbillon principal occupe en effet la majeure partie du volume, et deux tourbillons secondaires se situent au niveau des coins des parois amont et aval de la cavité.

Tableau 1
 Comparaison de nos résultats avec ceux de S. Albensoeder [5] et al.

Table 1
 Comparison of our results with those of S. Albensoeder [5] et al.

Pres. study	Reference [5]	Erreur relative (%)
u_{\min}	u_{\min}	
-0,27648	-0,27292	1,30
w_{\min}	w_{\min}	
-0,24431	-0,24407	0,10
w_{\max}	w_{\max}	
0,43646	0,43423	0,51

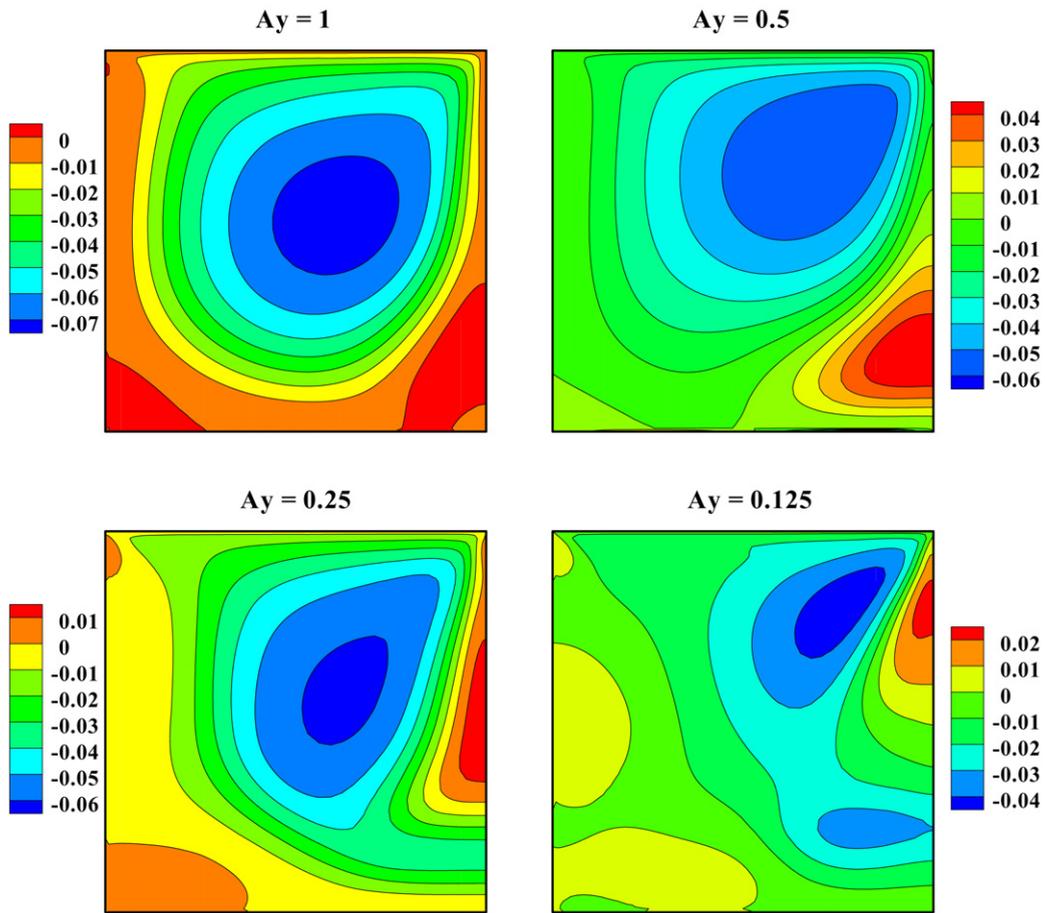


Fig. 4. Lignes de courant pour différents rapports de forme à $Re = 1000$.

Fig. 4. Stream lines plot for different aspect ratios at $Re = 1000$.

3.2. Effet du rapport de forme transverse

Dans ce paragraphe nous présentons les résultats relatifs aux effets du rapport de forme transverse sur la structure générale de l'écoulement. Le nombre de Reynolds est fixé à 1000, les grilles sont à pas non uniformes, de dimension 48^3 et trois nouveaux rapports de forme sont étudiés, i.e., $A_y = 0, 5$, $A_y = 0, 25$ et $A_y = 0, 125$. La valeur de A_z étant maintenue égale à 1.

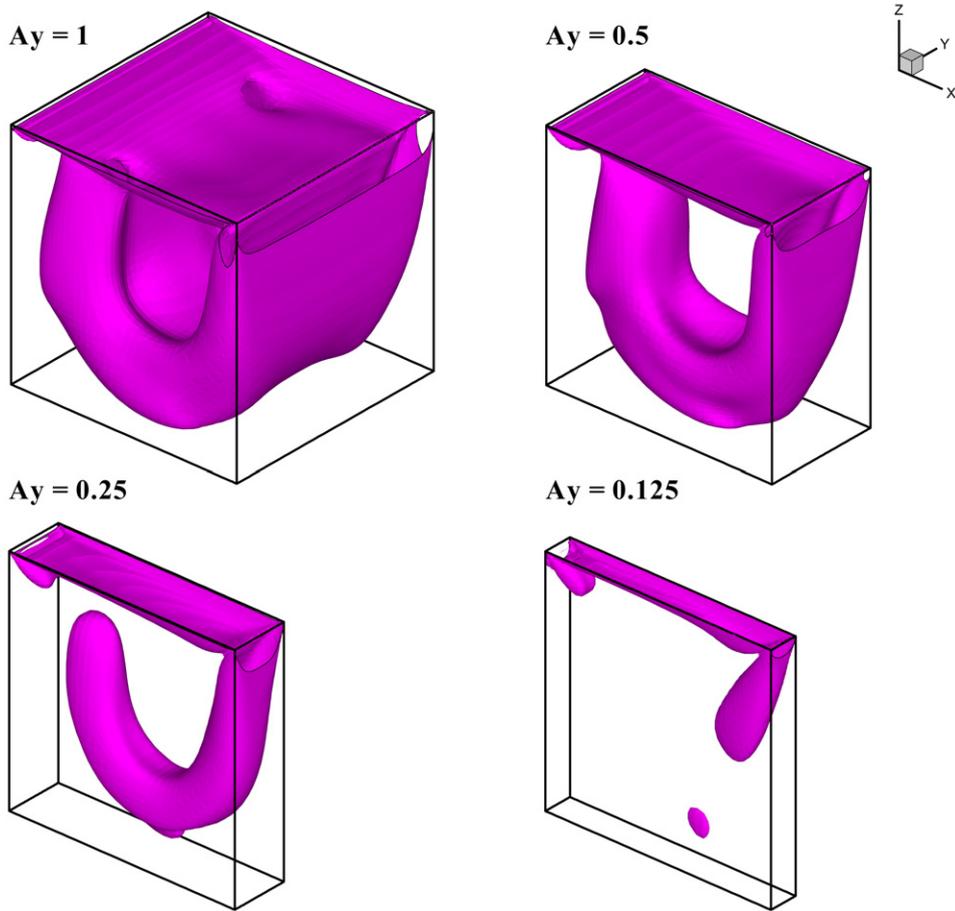


Fig. 5. Iso-valeurs de l'énergie cinétique pour différentes valeurs du rapport de forme à $Re = 1000$.

Fig. 5. Iso-values of kinetic energy for different values of aspect ratio at $Re = 1000$.

La Fig. 4 montre l'allure des lignes de courant dans le plan médian relativement aux quatre rapports de forme envisagés. On rappelle que la fonction de courant ψ représentée dans le plan médian est définie par $u = \partial\psi/\partial z$ et $w = -\partial\psi/\partial x$.

On voit alors, qu'en diminuant la valeur de A_y , le tourbillon principal qui occupait la majeure partie de la cavité a légèrement tendance à migrer vers la droite pour laisser apparaître une nouvelle structure arrivant du côté de la paroi amont. Lorsque $A_y = 0,125$, d'autres tourbillons de faibles intensités apparaissent montrant la complexité de l'écoulement.

En observant le tracé des iso valeurs de l'énergie cinétique (voir Fig. 5) définie par $E_c = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$, on voit que l'énergie cinétique fournie par la paroi d'entraînement devient de moins en moins transmise aux couches de fluide inférieures lorsque A_y diminue, c'est à dire lorsque les parois latérales se rapprochent de plus en plus l'une de l'autre. Notons enfin que les iso-valeurs présentées sur la Figs. 5 sont relatives à $E_c = 0.01$.

4. Conclusion

Une étude tridimensionnelle portant sur les effets du rapprochement des parois latérales d'une cavité entraînée sur la nature de l'écoulement a été menée. Des expériences numériques ont été effectuées à l'aide d'un code numérique basé sur une formulation de type volumes finis, la méthode de projection et une accélération multigrille. Le code a préalablement été validé par le problème classique de la cavité cubique entraînée en régime laminaire et une bonne concordance des résultats a été retrouvée.

Pour un nombre de Reynolds fixe (égal à 1000), le rapprochement des parois latérales a pour effet de modifier les structures tourbillonnaires au sein de l'écoulement de façon non négligeable. Des structures de plus en plus complexes sont en effet observées lorsque le rapport de forme transverse diminue.

Ce rapprochement a également pour effet de diminuer la transmission de l'énergie cinétique de la paroi d'entraînement vers le fond de la cavité.

Références

- [1] C.H. Bruneau, M. Saad, The 2D lid-driven cavity problem revisited, *Computers & Fluids* 35 (2006) 326–348.
- [2] Y.F. Peng, Y.H. Shiau, R. Hwang, Transition in a 2-D lid-driven cavity flow, *Computers & Fluids* 32 (2003) 337–352.
- [3] F. Auteri, N. Parolini, L. Quartapelle, Numerical investigation on the stability of singular driven cavity flow, *J. Comput. Phys.* 183 (2002) 1–25.
- [4] K.L. Wong, A.J. Baker, A 3D incompressible Navier–Stokes velocity–vorticity weak form finite element algorithm, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 38 (2002) 99–123.
- [5] S. Albensoeder, H.C. Kuhlmann, Accurate three-dimensional lid-driven cavity flow, *J. Comput. Phys.* 206 (2005) 536–558.
- [6] R. Bouffanais, M.O. Deville, P.F. Fischer, E. Leriche, D. Weill, Large-eddy simulation of the lid-driven cubic cavity flow by the spectral element method, *J. Sci. Comput.* 27 (2006) 151–162.
- [7] E. Leriche, Direct numerical simulation in a lid-driven cavity at high Reynolds number, in: *Conference on Turbulence and Interactions*, Porquerolles, France, 2006 .
- [8] A.K. Prasad, J.R. Koseff, Reynolds number and end-wall effects on a lid-driven cavity flow, *Phys. Fluids* 2 (1989) 208–218.
- [9] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw–Hill, New York, 1980.
- [10] Y. Achdou, J.L. Guermond, Convergence analysis of a finite element projection/Lagrange–Galerkin method for the incompressible Navier–Stokes equations, *SIAM J. Numer. Anal.* 37 (2000) 799–826.
- [11] N.B. Cheikh, B.B. Beya, T. Lili, Benchmark solution for time-dependent natural convection flows with an accelerated full-multigrid method, *Numer. Heat Transfer B* 52 (2007) 131–151.
- [12] M. Hortmann, M. Peric, G. Scheuerer, Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: bench-mark solutions, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 11 (1990) 189–207 .