

Caractérisation de l'augmentation des transferts thermiques dans une couche de liquide diélectrique soumise à une injection unipolaire de charges électriques

Philippe Traoré ^{a,*}, D. Koulova-Nenova ^b, H. Romat ^a, A. Perez ^c

^a Laboratoire d'études aérodynamiques, boulevard Pierre et Marie Curie, BP 30179, 86962 Futuroscope-Chasseneuil, France

^b Institute of Mechanics, Bulgarian Academy of Sciences, 1113 Sofia, Bulgarie

^c Dpto. De Electronica y Electromagnetismo, Facultad de Fisica, Avda. Reina Mercedes s/n, 41012 Sevilla, Espagne

Reçu le 28 juillet 2008 ; accepté après révision le 10 mars 2009

Disponible sur Internet le 10 avril 2009

Présenté par Roland Glowinski

Résumé

L'écoulement électro-thermo-convectif d'une couche horizontale d'un liquide diélectrique placé entre deux électrodes et soumise à l'injection de charges électriques et à l'application simultanée d'un gradient de température est analysé numériquement. Nous considérons le cas d'injection forte (pour ne tenir compte que de la force de Coulomb et négliger la force diélectrique) à partir d'une électrode placée au dessous ou au dessus de la couche de liquide. L'effet combiné des champs électrique et thermique sur la couche de fluide est analysé et le comportement de l'écoulement lorsque ces deux champs sont en compétition ou lorsqu'ils coopèrent est étudié. Il est démontré que l'électro-convection induite augmente les transferts de chaleur. **Pour citer cet article : Ph. Traoré et al., C. R. Mecanique 337 (2009).**

© 2009 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Characterization of the increase in heat transfer in a dielectric liquid layer under unipolar injection of electric charge. The electro-thermo-convective flow in a horizontal dielectric liquid layer placed between two electrodes and subjected to an injection of electric charges from one of the electrodes and at the same time to a thermal gradient is studied numerically. We consider the case of a strong charge injection in order to only take into account the Coulomb force disregarding the dielectric forces, from above and below the layer. The effect of the action of both electric and thermal fields on the dielectric liquid layer is analyzed and the behavior of the flow when these fields compete or cooperate is studied. It is demonstrated that the electrically induced convection enhances the heat transfer. **To cite this article: Ph. Traoré et al., C. R. Mecanique 337 (2009).**

© 2009 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Transferts thermiques ; Electro-Hydro-Dynamique ; Electro-thermo-convection ; Instabilité de Rayleigh–Bénard ; Augmentation des transferts thermiques ; Nombre de Nusselt ; Simulation numérique

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : philippe.traore@univ-poitiers.fr (Ph. Traoré).

Keywords: Heat transfer; Electro-Hydro-Dynamic; Electro-thermo-convection; Rayleigh–Bénard instability; Increase of the heat transfer; Nusselt number; Numerical simulation

Abridged English version

An electric field and a thermal gradient simultaneously applied on a layer of a dielectric liquid between two parallel plates induce complex phenomena within the liquid. Motion is induced if the difference of potential or (and) difference of temperature are large enough (above the values of the threshold). In this article we numerically study the behavior of the flow induced by the electric and the thermal fields acting simultaneously. It has been shown in [1,2] that electroconvective phenomena could significantly increase the heat transfer in the flow. It is also well known [3] that at sufficient high applied voltage the ion injection from the metallic electrode into the dielectric liquid of low conductivity induces an electric space charge and electroconvective motion of the liquid. This motion increases the electric charge transfer between the electrodes and consequently the heat exchange, probably resulting from an increased vortical activity. Most of the authors who have worked so far on the electroconvective flow of a horizontal plane layer of a dielectric liquid subjected to a charge injection and a thermal gradient simultaneously have mainly tackled the problem with the stability theory [1,2]. In this article, for the first time, the whole set of electrohydrodynamic equations coupled with the heat equation and the Navier–Stokes ones are directly solved using a finite volume method. The time evolution of the electro-thermo-convective flow in an horizontal dielectric liquid layer subjected to a strong charge injection from above or below and heating from below could exhibit particular cells configurations according to the relative strength of the buoyancy force compared to the Coulomb one. The heat transfer increase is characterized by the analysis of the mean Nusselt number in the different cases studied (no injection, injection from below, injection from above). It is patently obvious that unipolar charge injection induces a significant increase of this Nusselt number.

1. Introduction

Un champ électrique et un gradient thermique simultanément appliqués sur une couche d'un liquide diélectrique entre deux plaques parallèles induisent des phénomènes complexes au sein du liquide. Un mouvement dans le liquide prend naissance si la différence de potentiel ou (et) si la différence de température est suffisamment grande et au dessus d'une valeur seuil. Dans cette Note nous étudions le comportement de l'écoulement induit par les champs électrique et thermique, agissant simultanément.

Un des résultats attendus [1,2] d'une telle étude est l'augmentation significative du transfert thermique. Il est bien connu [3] que lorsqu'une tension suffisante est appliquée, des ions sont injectés à partir de l'électrode métallique dans le liquide diélectrique et l'apparition conjuguée d'un champ électrique induit un mouvement électroconvectif au sein du liquide. Lorsque cette injection de charge électrique est associée à un transfert de chaleur dans le fluide, ce mouvement de nature électroconvective va aussi augmenter les échanges de chaleur entre le fluide et la paroi chauffante.

La plupart des auteurs qui ont travaillé jusqu'ici sur les écoulements électroconvectifs d'une couche d'un liquide diélectrique soumise à une injection unipolaire de charge et à un gradient thermique ont principalement abordé la résolution de ce problème par une analyse de stabilité [1,2].

Dans cet article pour la première fois nous résolvons numériquement le problème électro-hydro-dynamique (EHD) couplé avec les équations de la chaleur et celles de Navier–Stokes. L'évolution spatio-temporelle de l'écoulement électro-thermo-convectif dans une couche liquide diélectrique est analysée structurellement. L'impact de l'électro-convection induite sur les transferts de chaleur est étudié par l'évolution temporelle du nombre de Nusselt.

2. Formulation du problème

Nous considérons une cavité de hauteur H et de longueur $L = 2H$ remplie d'un liquide diélectrique.

La paroi du bas est chauffée et celle du haut refroidie afin de pouvoir induire le développement de l'instabilité de Rayleigh–Bénard.

Sur ces deux parois sont placées les électrodes. L'électrode émettrice pourra être alternativement la paroi du bas ou celle du haut. Le fluide est donc soumis à une différence de température $\Delta T = T_0 - T_1$ et une différence de

potentiel $\Delta V = V_0 - V_1$. L'axe z est pris perpendiculaire aux électrodes et la gravité agit dans le sens des z négatifs. Le problème est formulé en considérant un fluide newtonien et incompressible de masse volumique ρ , de viscosité cinématique ν , de diffusivité thermique κ et de coefficient d'expansion volumétrique dû à la température β . L'hypothèse de Boussinesq est supposée valide dans ce contexte de telle sorte que toutes les grandeurs physico-chimiques du fluide sont supposées constantes à l'exception de la masse volumique agissant dans la force de flottabilité. $\rho(\theta) = \rho_0[1 - \beta(\theta - T_0)]$, où θ est la température au sein du liquide et T_0 la température imposée sur la paroi du bas chauffante. Comme l'on se place dans un contexte d'injection forte, la force diélectrique est faible devant la force de Coulomb et de ce fait peut être, en première approximation, négligée [4,5].

Il est d'usage de travailler avec des équations adimensionnelles et pour cela on introduit les quantités adimensionnelles suivantes notées avec un astérisque (*)

$$x_i^* = \frac{x_i}{H}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad U_i^* = \frac{U_i}{U_0}, \quad q^* = \frac{q}{q_0}, \quad p^* = \frac{p}{\rho_0 U_0^2}$$

$$V^* = \frac{V}{(V_0 - V_1)}, \quad E_i^* = \frac{E_i}{(V_0 - V_1)/H}, \quad \theta^* = \frac{\theta}{(T_0 - T_1)}$$

Cela conduit à la définition des nombres adimensionnels suivants :

$T = \frac{\varepsilon_0 \Delta V}{\rho_0 \nu K_0}$ est le rapport entre la force de Coulomb et les forces visqueuses.

$C = \frac{q_0 H^2}{\varepsilon_0 \Delta V}$ est une mesure du niveau d'injection.

$M = \frac{1}{K_0} \left(\frac{\varepsilon_0}{\rho_0} \right)^{1/2}$ rend compte des propriétés électrohydrodynamiques du liquide, où K_0 est la mobilité ionique et ε_0 la permittivité électrique du liquide. Dans cette étude la vitesse de référence est : $U_0 = \frac{\nu}{H}$. Avec ce choix le nombre de Reynolds vaut 1. On définit aussi par commodité le Reynolds électrique $R = \frac{T}{M^2}$.

$Ra = g\beta\Delta\theta H^3/\nu\kappa$ est le nombre de Rayleigh et $Pr = \nu/\kappa$ le nombre de Prandtl.

Le système d'équation sous forme adimensionnelle qui régit ce type d'écoulement électro-thermo convectif (en omettant les * par souci de clarté) devient alors :

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} = -\nabla P + \Delta \vec{U} + C \frac{T^2}{M^2} q \vec{E} + \frac{Ra}{Pr} \theta \vec{z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{Pr} \Delta \theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot (q(\vec{U} + R\vec{E})) = 0 \quad (4)$$

$$\Delta V = -Cq \quad (5)$$

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (6)$$

où \vec{U} est la vitesse du fluide, P sa pression, θ la température, q la densité de charge, V le potentiel électrique et \vec{E} le champ électrique.

3. Méthode numérique et cas test

Ces équations sont intégrées par la méthode des volumes finis [7] basée sur un maillage décalé (Fig. 1).

Le couplage vitesse–pression est réalisé par l'algorithme du Lagrangien augmenté [8] associé à l'algorithme d'Uzawa [9]. Le schéma semi-implicite est d'ordre deux en temps et deux en espace. Les systèmes linéaires sont résolus par la méthode du Bi-gradient conjugué stabilisé, BI-CGSTAB [10], pré conditionné par une factorisation incomplète MILU [11].

Le point crucial pour le succès de ce type de simulations et de problèmes réside dans la résolution de l'équation hyperbolique (4). Des schémas appropriés et spécifiques, non oscillants et très peu diffusifs doivent être utilisés à cet effet, Traoré [12]. Pour ce faire nous avons choisi d'employer le schéma SMART [13,14].

Le fluide est au repos au début de la simulation. Au temps $t_0 = 0$ on commence à chauffer l'électrode du bas. Puis au temps $t_{start} = 5.0$ on commence à injecter les charges électriques dans l'écoulement par le bas ou le haut suivant le cas considéré (Fig. 2).

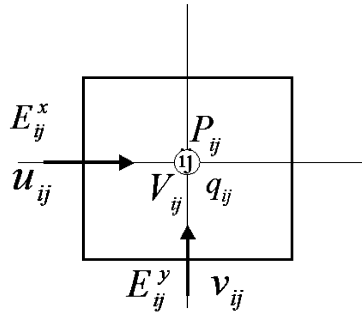


Fig. 1. Localisation des différentes variables sur un volume de contrôle (i, j) .

Fig. 1. Position of the different variables on the control volume (i, j) .

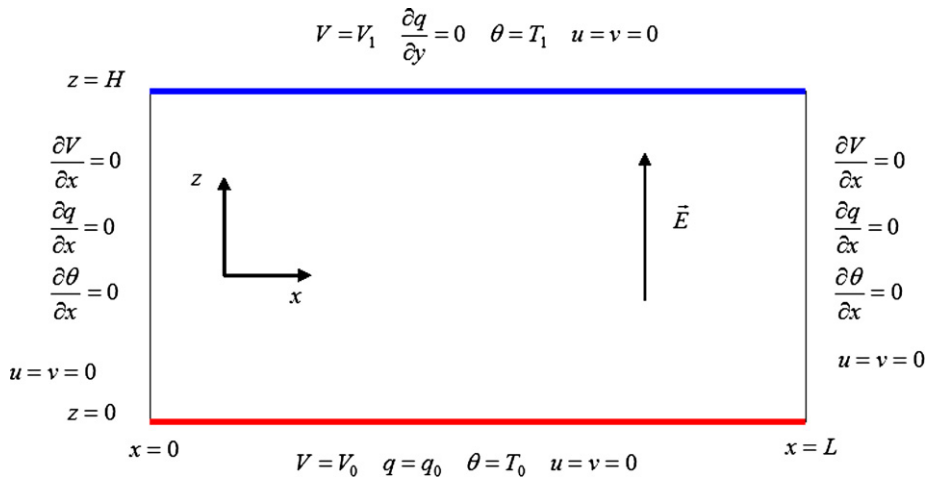


Fig. 2. Conditions aux limites.

Fig. 2. Boundary conditions.

Les paramètres adimensionnels pour ces simulations sont : $Ra = 10\,000$, $Pr = 10$, $M = 10$, $C = 10$, $T = 200$, ce qui nous place à la fois au dessus du Rayleigh critique ($Ra_c = 1720$ [6]) et au dessus du critère de stabilité électrique ($T_c = 161$ [3]).

On s'intéresse à trois configurations particulières :

Cas 0 – Le cas thermique pur. On chauffe la couche de fluide par le bas mais sans injecter de charges. Dans la mesure où l'on s'intéresse à l'influence de l'électro-convection sur la dynamique de l'écoulement et sur les transferts thermiques, ce cas constitue notre cas de référence ;

Cas 1 – On chauffe la couche par le bas et on injecte les charges électriques aussi par le bas ;

Cas 2 – On chauffe la couche par le bas et on injecte les charges électriques par le haut.

4. Résultats et discussion

La Fig. 3 représente les lignes de niveau de la fonction de courant pour différents instants. Dans le **cas 0** on distingue très bien les deux cellules thermo-convectives contra-rotatives caractéristiques du développement de l'instabilité de Rayleigh-Bénard. L'état stationnaire est atteint aux alentours de $t = 2,5$. Tous les champs de fonction de courant sont normalisés par rapport à la valeur maximum du cas 2 pour lequel cette valeur est la plus élevée.

Dans le **cas 1** on commence l'injection à partir de l'électrode du bas au temps $t = 5,0$. Pour ce cas, les champ électrique et thermique agissent dans le même sens. On observe, tout juste après l'établissement de la solution stationnaire consécutive au développement de l'instabilité de Rayleigh-Bénard, un très brutal accroissement de la vitesse de rotation des deux cellules thermo-convectives au moment de l'injection. Ensuite le mouvement convectif au sein du

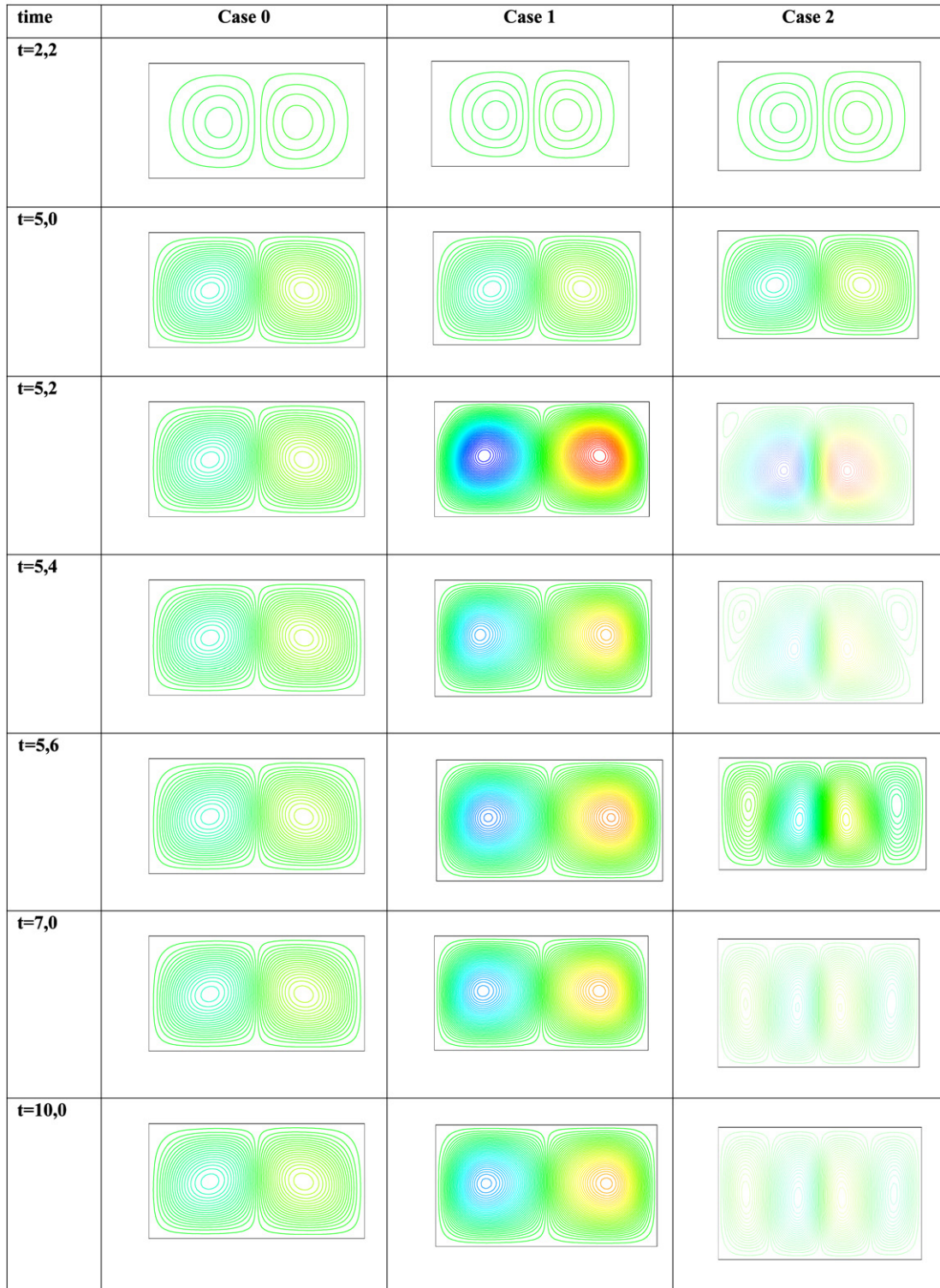


Fig. 3. Evolution temporelle des lignes de niveau de la fonction de courant jusqu'à l'établissement d'un état stationnaire. **cas 0** – chauffage sans injection ; **cas 1** – chauffage + injection par le bas ; **cas 2** – chauffage + injection par le haut.

Fig. 3. Time evolution of the contours of the stream function until a steady state is achieved; “**cas 0**” – heating without injection; “**cas 1**” – heating + injection from below; “**cas 2**” – heating + injection from above.

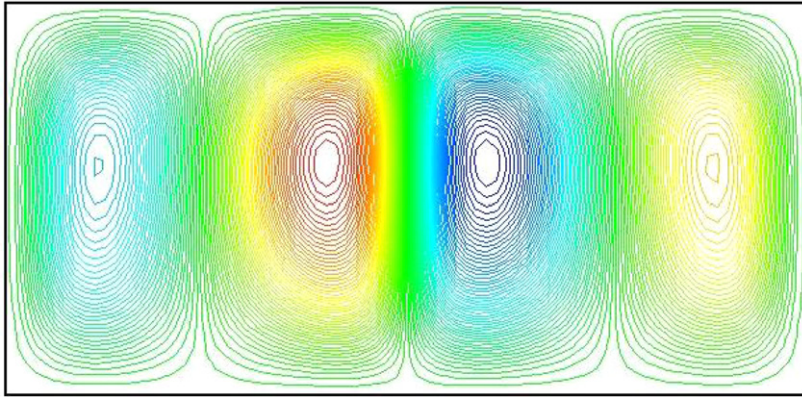


Fig. 4. Lignes de niveau de la fonction de courant à l'état stationnaire dans le cas 1 pour $T = 400$.

Fig. 4. Contours of the stream function at steady state in "cas 1" for $T = 400$.

fluide garde la configuration qu'il avait atteinte durant la phase d'établissement thermique. Les deux cellules sont bien des cellules thermo-convectives. Le système atteint un état stationnaire très rapidement vers le temps $t = 5,6$. Dans le **cas 2** l'injection de charge électrique commence toujours au temps $t = 5,0$ mais cette fois l'injection s'opère à partir de l'électrode du haut. Ainsi les champs électrique et thermique sont en compétition. Au début de la simulation on distingue les deux cellules thermo-convectives classiques induites par le développement de l'instabilité de Rayleigh–Bénard. Quand l'injection commence des structures secondaires apparaissent et grandissent dans le domaine entre les instants $t = 5,2$ et $t = 7,0$. Elles conduisent finalement un autre état stationnaire au temps $t = 7,2$ avec cette fois quatre cellules de nature électro-convective. L'effet du champ électrique sur l'écoulement est très fort dans ce cas puisque la structure de l'écoulement est foncièrement différente. Dans un écoulement électro-convectif le nombre de cellules présentes dans le domaine est égal à L/λ où λ est la longueur d'onde du mode le plus instable. Pour une couche infinie l'analyse de stabilité des écoulements électro-convectifs indique que cette longueur d'onde est égale à 0,614 en injection forte [3]. Pour une cavité confinée cette longueur d'onde est plus faible et voisine de 0,5 c'est pourquoi pour une longueur de domaine $L = 2H$ on obtient 4 cellules. Pour une injection par le haut la nature électro-convective de l'écoulement prend le dessus sur la nature thermo-convective. Pour une injection par le bas, le gradient thermique et le gradient de potentiel électrique agissent dans le même sens et finalement l'écoulement garde la structure qu'il avait atteinte après le développement de l'instabilité de Rayleigh–Bénard. Ceci est le cas compte tenu de la valeur relative du nombre de Rayleigh et du paramètre T .

Il est possible d'obtenir 4 cellules aussi en injection par le bas. En effet pour une valeur plus importante de T on observe sur la Fig. 4 aussi l'établissement de 4 cellules à l'état stationnaire. Dans ce cas précis c'est l'électro-convexion qui domine la thermo-convexion.

Pour quantifier les effets sur les transferts de chaleur convectifs il est commode d'analyser l'évolution du nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} calculé sur l'électrode du bas ($\overline{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L (\frac{\partial T}{\partial z})_{z=0}$).

L'influence du champ électrique sur le transfert thermique est représentée sur la Fig. 5. Jusqu'au temps $t = 5$ les 3 courbes se confondent puisque l'injection n'a pas encore commencé. Dès l'instant $t = 5$ on observe pour les cas 1 (injection par le bas) et 2 (injection par le haut) une brusque augmentation du Nusselt qui finit par relaxer vers une valeur constante. On voit clairement dans les cas 1 ou 2 que l'injection de charge accroît la valeur du nombre Nusselt moyen atteinte à l'état stationnaire par rapport au cas 0 (pas d'injection). Il est donc patent que les transferts de chaleur sont accrus par l'activité électrique dans l'écoulement. Cette augmentation qui significative est de 37,5 % pour le cas 2 et de 30 % dans le cas 1 par rapport au transfert thermique dans le cas 0.

Cette augmentation du Nusselt est directement liée au brassage dynamique dû à l'activité tourbillonnaire dans l'écoulement. Quel que soit le cas, 1 ou 2, ce brassage est accru comme on le voit nettement sur la Fig. 3 où les lignes de courant sont plus resserrées. D'autre part ce brassage est aussi plus fort dans le cas 2 à cause des 4 cellules présentes dans le domaine ce qui favorise bien entendu le mélange. On le voit sur la Fig. 5, la valeur stationnaire du Nusselt étant pour le cas 2 plus élevée que pour le cas 1.

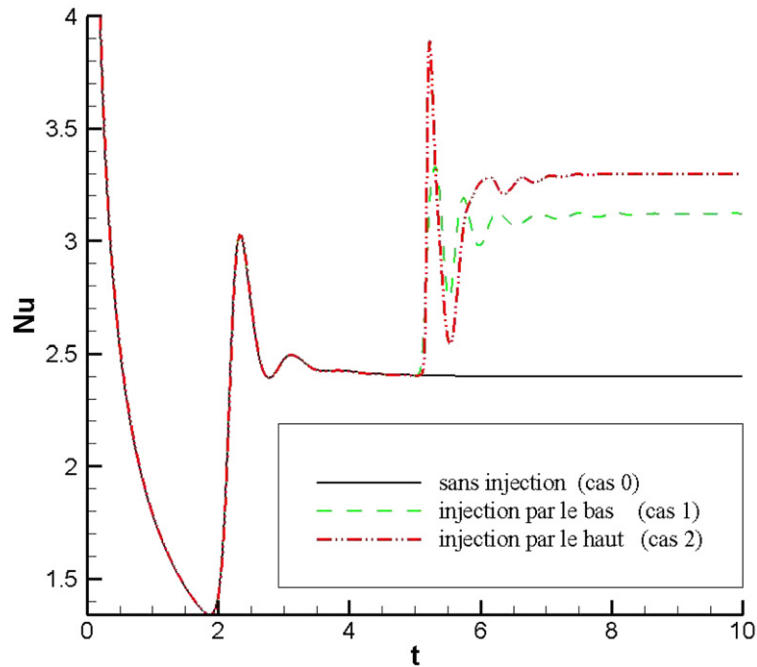


Fig. 5. Evolution temporelle du nombre de Nusselt moyen sur l'électrode du bas.

Fig. 5. Time evolution of the mean Nusselt number on the lower electrode.

5. Conclusion

Des simulations numériques montrent l'effet de l'injection unipolaire de charges électriques sur le transfert thermique au sein d'une couche d'un liquide diélectrique. Il a été observé que l'injection unipolaire de charges, que ce soit par l'électrode du bas ou du haut, change de manière radicale la topologie de l'écoulement thermo-convectif selon la valeur relative du nombre de Rayleigh et du paramètre électrique T . En accroissant le brassage induit par une activité tourbillonnaire électro-convective on augmente significativement les transferts thermiques.

Remerciements

Ce travail a été supporté par la Fondation Scientifique Bulgare, Bourse No. *VU-MI-102/2005* et par la région Poitou-Charentes.

Références

- [1] F. Pontiga, A. Castellanos, Galerkin analysis of electro-thermal instabilities in plane liquid layers, *IEEE Trans. Ind. Appl.* 30 (4) (1994) 862–876.
- [2] F. Pontiga, A. Castellanos, The onset of electrothermal convection in non-polar liquid layers on the basis of dissociation–injection conductivity model, *IEEE Trans. Ind. Appl.* IA-28 (1992) 520–527.
- [3] P. Atten, R. Moreau, Stabilité électrohydrodynamique des liquides isolants soumis à une injection unipolaire, *J. Mécanique* 11 (3) (1972) 471–521.
- [4] P. Atten, F.M.G. McCluskey, A.T. Pérez, Electroconvection and its effect on heat transfer, *IEEE Trans. Electr. Ins.* 23 (4) (1988) 659–667.
- [5] A.T. Pérez, P. Atten, B. Malaraison, L. Elouadi, F.M.G. McCluskey, Heat transfer augmentation induced by electrically generated convection in liquids, in: R. Shah, E. Ganic, K. Yang (Eds.), *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, Elsevier, 1988, pp. 941–947.
- [6] S. Chandrasekhar, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Clarendon Press, Oxford, 1961.
- [7] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw–Hill, Washington, DC, 1980.
- [8] M. Fortin, R. Glowinsky, *Augmented Lagrangian Methods*, North-Holland, Amsterdam, 1983.
- [9] H. Uzawa, Iterative methods for concave programming, in: K.J. Arrow, L. Hurwicz, H. Uzawa (Eds.), *Studies in Linear and Non-Linear Programming*, Stanford University Press, Stanford, CA, 1958, pp. 154–165.

- [10] H. Van Der Vorst, Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of non-symmetric linear systems, *SIAM J. Sci. Stat. Comp.* 13 (1992) 631–644.
- [11] I. Gustafsson, On first and second order symmetric factorization methods for the solution of elliptic difference equations, Chalmers University of Technology, 1978.
- [12] Ph. Traoré, Contribution numérique à l'étude des transferts couplés de quantité de mouvement de chaleur et de masse dans un jet semi-confiné. Ph.D. Thesis, University of Toulouse III, France, 1996.
- [13] P.H. Gaskell, A.K.C. Lau, An assessment of direct stress modeling for elliptic turbulent flows with the aid of a non-diffusive, boundedness-preserving, discretization schemes, in: *Proc. of the Fifth International Conference on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow*, Montreal, 1987, pp. 351–362.
- [14] P.H. Gaskell, A.K.C. Lau, Curvature-compensated convective transport: SMART, a new boundedness-preserving transport algorithm, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 8 (1988) 617–641.