

Modèle multi-bulles pour la cavitation

Mahamadou Adama Maiga *, Daniel Buisine

LML, UMR CNRS 8107, USTL, bâtiment M3, département de mécanique, 59650 Villeneuve d'Ascq, France

Reçu le 14 juillet 2009 ; accepté après révision le 19 octobre 2009

Disponible sur Internet le 6 novembre 2009

Résumé

Dans cette étude nous proposons un nouveau modèle multi-bulles pour la cavitation, dans lequel, pour simuler les interactions au sein d'un nuage de cavitation au stade initial, le comportement dynamique de deux bulles non identiques localisées dans un volume de contrôle est étudié. La présence de deux bulles introduit une instabilité dans laquelle l'échange de volume apparaît comme un degré de liberté supplémentaire. Selon les conditions d'expansion la petite bulle peut disparaître ou pas. Dans le cas où la petite bulle disparaît, le volume de contrôle est réajusté pour introduire une nouvelle petite bulle et continuer le calcul dans une nouvelle séquence. Le modèle offre la possibilité à de nombreuses petites bulles de disparaître dès l'apparition de la cavitation, ce qui est à l'origine de certains phénomènes observés dans la zone d'apparition, comme émission du bruit. Le modèle révèle surtout la pression comme un résultat plutôt qu'une donnée.

La comparaison de la taille des bulles et de la pression en fonction du temps, obtenue avec le modèle sont cohérentes avec les mesures effectuées par Ohl [Phys. Fluids 14 (10) (2002) 3512–3521]. **Pour citer cet article :** M. Adama Maiga, D. Buisine, C. R. *Mecanique* 337 (2009).

© 2009 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Multi-bubble model for cavitation. In this study we propose new multi-bubble model for cavitation, in which, to simulate the interactions within a cloud of cavitation at the initial stage, the dynamic behaviour of two nonidentical bubbles localised in a volume of control is studied. The presence of two bubbles introduces an instability in which the exchange of volume seems an additional degree of freedom. Depending on the conditions of expansion, the small bubble can disappear or not. If the small bubble disappears, the volume of control is readjusted to introduce a new small bubble and to continue calculation in a new sequence. The model makes it possible for many small bubbles to disappear as in the appearance of cavitation, which is at the origin of certain phenomena observed in the zone of the appearance, such as emission of the noise. The model reveals especially the pressure rather like a result than a datum.

The comparison of the size of the bubbles and the pressure varying in time, obtained with the model are coherent with the measurements taken by Ohl [Phys. Fluids 14 (10) (2002) 3512–3521]. **To cite this article:** M. Adama Maiga, D. Buisine, C. R. *Mecanique* 337 (2009).

© 2009 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Mécanique des fluides ; Cavitation ; Modélisation ; Multi-bulles ; Interactions

Keywords: Fluid mechanics; Cavitation; Modeling; Multi-bubbles; Interactions

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : m.adama-maiga@ed.univ-lille1.fr (M. Adama Maiga).

1. Introduction

La cavitation se caractérise par la formation de bulles de vapeur au sein d'un liquide en forte dépression. Ce phénomène est extrêmement nuisible aux appareils qui véhiculent du liquide (turbines hydrauliques, pompes, inducteurs...). Les dommages dus à la cavitation ont été mesurés par [1] grâce à la profilométrie laser 3D. L'essor de la modélisation de la cavitation est lié aux développements des techniques expérimentales, qui ont permis une bonne compréhension du phénomène [2,3]. Outre la forte dépression qui est à l'origine de la cavitation, son apparition est très influencée par plusieurs facteurs, dont les micro-inclusions gazeuses appelées germes de cavitation. Le nombre de germes peut dépendre de la nature du fluide et du traitement qu'il a subi. La population de germes est mesurée et présentée dans [4] sur un histogramme, où le nombre de germes compris entre 0 et 100 dans un volume de $0,097 \text{ mm}^3$ est fonction du rayon des germes de 0 à $50 \text{ }\mu\text{m}$. La plus forte densité de germes se situe entre 0 et $10 \text{ }\mu\text{m}$. Auparavant déjà [5] avaient mesuré la plus forte densité de germes dans ce même intervalle, avec à peu près 613 germes dans un volume de contrôle de $830 \pm 17 \text{ mm}^3$.

Selon les conditions, les bulles de cavitation naissante de taille microscopique peuvent se développer dans le temps pour donner des bulles de vapeur macroscopique. Ohl [6] affirme qu'en début de cavitation une multitude de bulles apparaissent et coalescent. Une émission du son est constatée par [7] pendant l'évolution de la cavitation, des microbulles sont continuellement produites et réabsorbées. La disparition très précoce de petites bulles était donc mise en évidence par ces auteurs ainsi que par [8] qui montrent qu'une émission de lumière, signature de collapses est observée dès le début de la cavitation. Le développement total de la taille des bulles peut être très grand pour certaines d'entre elles, très limité pour d'autres.

La plus part des modèles de cavitation existants dont, le modèle barotrope [9], le modèle production/transport du taux de vide [10] et même le modèle à une bulle qui tente de modéliser l'état microscopique de la cavitation, n'offrent pas cette possibilité de disparition très précoce de petites bulles.

Le modèle à une bulle dû initialement à [11] est amélioré par [12] en prenant en compte la compressibilité du fluide. [6] rend compte à partir de ce modèle de l'évolution d'une bulle unique soumise à une loi de pression au cours du temps. Ce modèle à une bulle peut décrire correctement l'évolution de la ou des quelques bulles qui survivent aux premiers instants de l'expansion. Il ne prend en revanche pas en compte le volume transitoirement développé par l'ensemble des bulles disparues au cours du temps. Dans ce sens [6] affirme que le scénario observé suggère que des interactions bulle–bulle doivent être prises en considération pour une modélisation plus précise et qu'un modèle à une seule bulle n'est pas valide.

La quasi-totalité des travaux sur un nuage de bulles [13,14] font l'hypothèse d'un nombre de bulles constant. Pour prendre en compte l'influence des autres bulles du nuage sur l'évolution de la bulle principale, [15] ont modifié l'équation de Rayleigh en introduisant le taux de croissance moyen des autres bulles du nuage. Avec l'hypothèse que les bulles du nuage subissent toutes la même expansion. Dans une tentative d'élargir le modèle de [15], [16] a considéré un nombre de bulles variable avec l'hypothèse d'une tension superficielle nulle et sans échange de volume entre bulles.

Nous nous intéressons plus particulièrement aux premiers instants de l'apparition de la cavitation. L'idée qui a motivé cette étude est partie du constat expérimental [7,8], qui met en évidence une émission de son ou de lumière dès le début de la cavitation, ce qui amène l'idée d'une disparition très précoce de petites bulles. L'originalité de notre modèle est d'intégrer ce constat d'une part et d'autre part la possibilité d'échange de volume de vide entre des bulles voisines sans échange de masse.

Cet échange de vide, du fait de la tension superficielle, offre la possibilité d'une instabilité entre bulles voisines de même diamètre ce qui conduit les petites bulles à disparaître au profit des grosses bulles. L'idée développée ici est de suivre tel un observateur entraîné par l'écoulement du milieu moyen, l'évolution de la plus grosse bulle dans un voisinage donné en tenant compte des disparitions des petites bulles. Des séquences successives impliquant deux bulles divisent chaque fois le nombre de bulles restant. C'est ce qui distingue ce modèle de celui de [11] et [12] qui suivent l'évolution d'une seule bulle, et donnent le volume en fonction d'une loi de pression.

Le modèle établit une relation implicite entre l'expansion et la pression. Cette relation peut être rendue explicite moyennant des dérivations temporelles, ceci qui n'est pas l'objet de ce papier a été fait dans [17]. Pour les applications, le modèle s'applique bien dans des systèmes où le domaine d'étude est limité par une frontière solide (pompe hydraulique). A terme il devrait, comme suite au présent travail, s'intégrer dans le système d'équations locales d'un écoulement, reliant implicitement l'expansion à la pression autrement que par une loi barotrope.

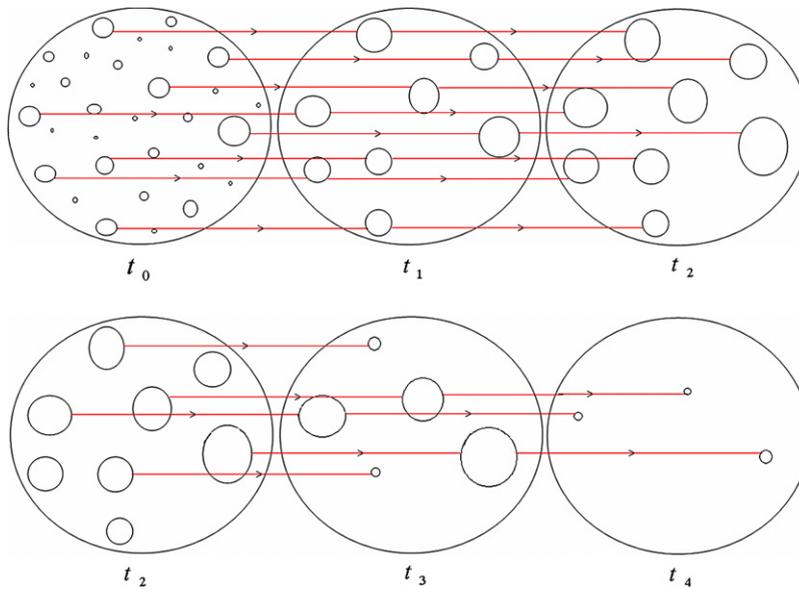


Fig. 1. Un scénario possible de l'évolution d'un nuage de bulles dans le temps.

Notre travail comprend deux parties. La première est consacrée à la modélisation de la cavitation naissante et la deuxième à la comparaison et la validation du modèle.

2. Schéma pour la cavitation naissante

Pour donner une idée des possibilités de l'approche développée, on considère un scénario possible comme représenté sur la Fig. 1. Du fait que la tension superficielle, par la différence de pression qu'elle engendre à l'interface, est plus efficace en terme de contraction sur les petites que sur les grosses bulles, ce sont surtout les petites bulles qui disparaissent le plus vite.

L'évolution du nuage de bulles peut présenter les deux cas de figure envisagés. Tout d'abord le nuage est supposé en expansion rapide. On peut voir que entre t_0 : qui pourrait correspondre au premier instant de la cavitation et t_1 , certaines petites bulles ont disparu, les bulles restantes ont augmenté de volume. Entre t_1 et t_2 il peut n'y avoir aucune disparition tandis que les bulles continuent de grossir. Entre t_2 et t_4 le nuage est maintenant en contraction accélérée. On peut voir que entre t_2 et t_3 en début de contraction les petites bulles accélèrent leurs disparitions alors que certaines grosses bulles continuent encore de grossir. Entre t_3 et t_4 toutes les bulles ont presque disparu. Il semblerait qu'il existe pour une expansion donnée un rayon critique en deçà du quel toute bulle de rayon inférieur à ce rayon critique va décroître et toute bulle de rayon supérieur va croître.

3. Modèle

L'idéal serait de modéliser un grand nombre de bulles. Le but de cette étude est de construire un modèle simplifié qui prend en compte l'interaction entre les bulles par échange de volume. Dans cette étude nous avons deux objectifs, le premier est de déterminer l'équation qui gouverne le rayon de la plus grosse bulle locale avec la prise en compte de l'interaction des bulles voisines. Le deuxième objectif est de déterminer la pression du milieu ambiant.

Le modèle décrit et intègre successivement les hypothèses et le volume de contrôle dans lesquels l'étude est menée, la dynamique du liquide, la dynamique de l'interface et enfin la conservation du volume.

3.1. Hypothèses

Pour la modélisation nous posons les hypothèses suivantes :

La distance entre les bulles est grande par rapport au rayon des bulles. La vorticité est suppos e nulle, l'écoulement est un écoulement potentiel dans le liquide suppos e un repère galiléen. Les bulles sont assimil es à des sources.

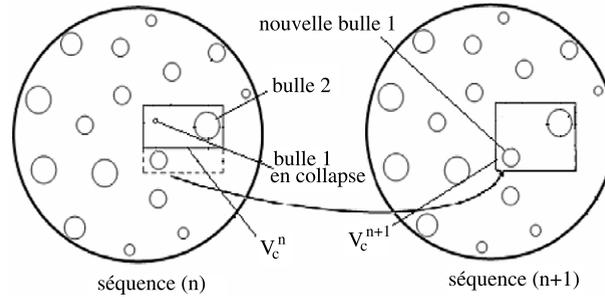


Fig. 2. Redéfinition du volume de contrôle au raccordement entre deux séquences successives.

La déformation de la sphéricité d'une bulle due à la présence du champ induit par l'autre bulle est négligée. L'écoulement autour des bulles est radial, comme c'est le cas dans les équations de Rayleigh–Plesset ou de Gilmore. La condition de glissement n'est donc pas exactement respectée, le potentiel du système est simplement la somme des potentiels séparés dû aux bulles.

Dans le modèle on pose que le mouvement des bulles par rapport au fluide est nul, ainsi les forces visqueuses de trainée sont nulles. On suppose par ailleurs que dans le nuage de bulles réel les forces d'inertie et les forces d'Archimède d'attraction, s'équilibrent en moyenne et que l'effet résultant est négligeable.

En revanche contrairement aux modèles habituels, l'échange de vide sans échange masse entre bulles est pris en compte. On suppose aussi que les effets thermiques, les phénomènes d'évaporation/condensation et de dégazage sont aussi négligés. En effet [17] montre que le dégazage ne joue un rôle déterminant que lors du rebond de la petite bulle, comme on ne s'intéresse qu'à la grosse bulle dans la séquences suivante, alors le dégazage peut être négligé.

3.2. Volume de contrôle et séquences

Comme on peut le voir sur la Fig. 2, l'étude se limite à un domaine appelé volume de contrôle noté V_c temporairement figé en étendue, où pendant un laps de temps limité (séquence) ne figurent que deux bulles. Par la suite l'indice 1 sera affecté à la petite bulle et l'indice 2 à la grosse bulle. Le volume de contrôle est déterminé par le volume de vide des bulles initiales V_v^0 et par le taux de vide initial α . En outre, il est le siège d'une expansion moyenne uniforme contrôlée et donnée par la divergence du champ moyen $\text{div } \mathbf{U}$. La présence de deux bulles au minimum introduit un degré de liberté supplémentaire avec la possibilité d'un échange de volume et par suite, la possibilité d'une instabilité dans l'évolution parallèle des deux bulles. Selon les conditions d'expansion la petite bulle peut disparaître ou non. Dans le cas où la petite bulle disparaît, le volume de contrôle est redéfini et étendu pour englober une nouvelle petite bulle voisine afin de prolonger le modèle dans une nouvelle séquence. Le rapport du nouveau volume de contrôle V_c^{n+1} à celui de la séquence précédente V_c^n est égal au rapport du nouveau volume de vide V_v^{n+1} qui est le volume de la grosse bulle augmenté de celui de la nouvelle petite bulle à celui du volume de vide final de la séquence précédente V_v^n . On a :

$$V_c = \frac{V_v}{\alpha} \quad \text{et} \quad \frac{V_c^{n+1}}{V_c^n} = \frac{V_v^{n+1}}{V_v^n}$$

Les bulles 1 et 2 ont respectivement de débit q_1 et q_2 . Le choix du rayon de la nouvelle petite bulle étant arbitraire. Son influence sera étudiée par la suite.

3.3. Dynamique dans le liquide

Comme représenté sur la Fig. 3, nous avons sur l'axe ox du repère $oxyz$ le centre de la bulle 2 au point d'abscisse $+d$ et celui de la bulle 1 au point d'abscisse $-d$. Avec les hypothèses posées, le potentiel du système s'écrit :

$$F(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{q_1}{\|X_F - X_1\|} + \frac{q_2}{\|X_F - X_2\|} \right) \quad (1)$$

avec $X_F = (x, y, z)$, $X_1 = (-d, 0, 0)$ et $X_2 = (d, 0, 0)$.

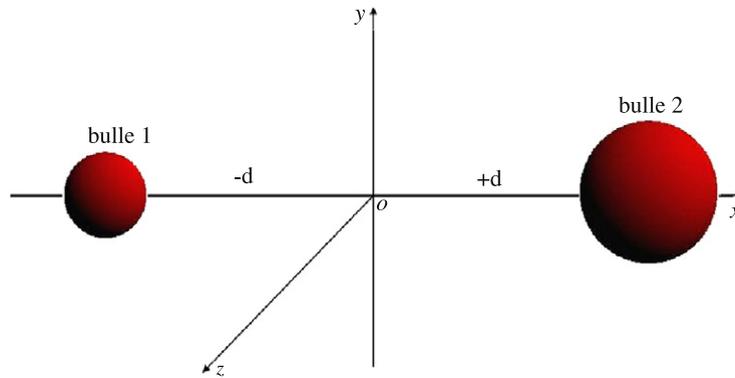


Fig. 3. Positionnement de deux bulles sur leur ligne des centres.

La vitesse du fluide sur la ligne des centres est :

$$v(x) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{q_1}{(d+x)^2} - \frac{q_2}{(d-x)^2} \right), \quad \text{avec } -d + R_1 < x < d - R_2 \tag{2}$$

où R_1 et R_2 sont les rayons des bulles 1 et 2. Avec l’hypothèse d’un fluide newtonien le terme de viscosité radial de l’équation de Navier–Stokes est nul. Il reste de l’équation de Navier–Stokes écrite dans un repère galiléen et projetée sur la ligne des centres.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \tag{3}$$

En intégrant cette équation tout en tenant compte de l’expression de la vitesse à l’interface de la bulle i : $v_i = \dot{R}_i = \frac{\dot{q}_i}{4\pi R_i^2}$, avec $\dot{R}_i = \frac{\partial R_i}{\partial t}$, on obtient la différence de pression dans le liquide aux interfaces des bulles :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\dot{q}_2}{R_2} - \frac{\dot{q}_1}{R_1} \right] - \frac{1}{32\pi^2} \left[\frac{q_2^2}{R_2^4} - \frac{q_1^2}{R_1^4} \right] \tag{4}$$

où $\dot{q}_i = \frac{\partial q_i}{\partial t}$.

3.4. Dynamique de l’interface

L’équation d’équilibre des contraintes normales à l’interface d’une bulle, valable pour les deux bulles s’écrit :

$$p_i = p_v + p_{g_i} - 4\mu \frac{\dot{R}_i}{R_i} - 2 \frac{S}{R_i} \tag{5}$$

avec $i = 1, 2$, \dot{R}_i la vitesse radiale à l’interface, S la tension superficielle, μ la viscosité dynamique, p_i la pression dans le liquide à l’interface de la bulle, la pression à l’intérieure de la bulle qui est égale à la somme de la pression de vapeur saturante p_v et la pression de gaz partiel p_{g_i} . La pression de gaz partiel est modélisée par la loi barotrope de Laplace. Dans cette étude la masse volumique initiale des gaz est prise égale à zéro.

Ce double équilibre aux interfaces nous permet de déterminer une autre forme de la différence de pression dans le liquide aux interfaces des bulles :

$$p_2 - p_1 = 2S \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + 4\mu \left(\frac{\dot{R}_1}{R_1} - \frac{\dot{R}_2}{R_2} \right) + (p_{g_2} - p_{g_1}) \tag{6}$$

3.5. Conservation de volume

Les deux bulles en plus de leur débit d'échange sont soumises à une expansion caractérisée par la divergence de la vitesse $\text{div } \mathbf{U}$ imposée au fluide moyen contenu dans le volume de contrôle V_c . En notant q_m le débit global dû à l'expansion créée :

$$q_m = V_c \cdot \text{div } \mathbf{U} \quad (7)$$

et q le débit d'échange entre les deux bulles, nous avons :

$$q_1 = -q + \frac{1}{2}q_m, \quad q_2 = q + \frac{1}{2}q_m \quad (8)$$

où $q_1 = 4\pi R_1^2 \dot{R}_1$ et $q_2 = 4\pi R_2^2 \dot{R}_2$. La conservation du volume total des deux bulles nous donne :

$$R_1^3 + R_2^3 = R_{10}^3 + R_{20}^3 + \frac{3}{4\pi} \int_{t_0}^t q_m dt \quad (9)$$

où R_{10} et R_{20} sont les rayons initiaux dans la séquence et t_0 la date du début de la séquence.

3.6. Equation pour le rayon R_2

Notre premier objectif est d'écrire l'équation qui gouverne le rayon de la grosse bulle R_2 car elle est la plus facilement observable surtout dans le cas où la petite bulle disparaît. En tenant compte des équations (4), (6) et (8) on obtient l'équation qui gouverne le rayon R_2 .

$$\begin{aligned} R_2 \ddot{R}_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + \dot{R}_2^2 \left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2}{R_1^2} + \frac{R_2^3}{R_1^3} \right) \right] \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - \frac{q_m}{4\pi} \frac{R_2^2 \dot{R}_2}{R_1^4} + \dots \\ + 4 \frac{\mu}{\rho} \frac{\dot{R}_2}{R_2} \left(1 + \frac{R_2^3}{R_1^3}\right) + \frac{2S}{\rho} \frac{1}{R_2} \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{\rho} (p_{g1} - p_{g2}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\dot{q}_m}{R_1} - \frac{1}{32\pi^2} \frac{q_m^2}{R_1^4} + \frac{\mu}{\pi\rho} \frac{q_m}{R_1^3} \end{aligned} \quad (10)$$

L'équation (10) présente par son premier membre une similitude avec l'équation de [11]. En revanche, si le second membre de cette dernière ne dépend que de la pression, celui de l'équation (10) ne dépend que de q_m , c'est-à-dire de l'expansion.

Les équations (10) associée à (9) déterminent l'évolution des rayons R_1 et R_2 .

3.7. Expression de la pression

Notre deuxième objectif est de déterminer la pression du milieu ambiant. La pression dépend de la distance du point courant aux bulles voisines. L'idéale serait de déterminer la pression par une technique d'homogénéisation. Dans le cas présent nous avons fait l'hypothèse que cette pression moyennée est la pression p_c à mi distance entre les deux bulles du modèle. Avec cette hypothèse, en tenant compte de la dynamique dans le liquide et celle de l'interface on a au choix, partant de l'une ou de l'autre des bulles, deux équations pour déterminer la pression p_c .

$$\frac{p_c}{\rho} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\dot{q}_1}{R_1} + \frac{1}{32\pi^2} \frac{q_1^2}{R_1^4} - \frac{\mu}{\rho\pi} \frac{q_1}{R_1^3} - \frac{2S}{\rho R_1} + \frac{p_{g1}}{\rho} + \frac{p_v}{\rho} \quad (11)$$

$$\frac{p_c}{\rho} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\dot{q}_2}{R_2} + \frac{1}{32\pi^2} \frac{q_2^2}{R_2^4} - \frac{\mu}{\rho\pi} \frac{q_2}{R_2^3} - \frac{2S}{\rho R_2} + \frac{p_{g2}}{\rho} + \frac{p_v}{\rho} \quad (12)$$

4. Conditions initiales et conditions de raccordement entre séquences

4.1. Conditions initiales

L'équation (10) est une équation du second ordre qui nécessite deux conditions initiales. A l'état initial, les rayons R_{20} et R_{10} sont donnés ainsi que la vitesse \dot{R}_{20} . Pour évaluer la vitesse initiale, la petite bulle est considérée à l'équilibre, la pression moyenne p_c est déterminée avec l'équation (11). Supposant en outre l'accélération nulle l'équation (12) permet de calculer la vitesse initiale \dot{R}_{20} .

4.2. Conditions de raccordement entre les séquences n et $n + 1$

Au raccordement, le rayon R_2 est supposé continu. Le rayon R_1 est réinitialisé proportionnellement au rayon R_2 , avec $R_{10}^{n+1} = kR_2^n$ où le paramètre k est donné.

Concernant la vitesse il y a deux possibilités. La première est de considérer la vitesse continue, la deuxième est de considérer la pression continue, ce qui détermine une vitesse nécessaire au respect de cette condition.

Les deux hypothèses ont été testées. La continuité de la vitesse est la condition qui assure le mieux le maintien des rôles respectifs de la petite et de la grosse bulle.

5. Validation avec l'expérience d'Ohl

Pour la validation de notre modèle, nous avons choisi l'étude expérimentale de [6]. C'est l'une des rares études expérimentales où l'évolution du rayon des bulles de cavitation à l'apparition et la pression sont mesurés en fonction du temps.

Dans le cadre limité de la validation, le modèle est contraint par l'expansion instantanée imposée aux deux bulles en présence, ceci en vue de comparer le rayon et la pression instantanée avec l'expérience. Dans l'étude expérimentale, la seule grandeur physique dont nous disposons est le taux de vide final, qui est égal au rapport du volume de vide final et du volume de contrôle. Ce dernier est estimé d'après l'expérience de [6] comme égal au produit de la surface des photos (2 mm × 1,7 mm) et d'une profondeur de champs de 1 mm. Ainsi, l'expansion finale est estimée égale à $1,5 \times 10^{-2}$. L'expansion finale est égale à l'intégrale de la divergence sur l'intervalle du temps où elle a été imposée $\int \text{div } \vec{U} dt$. Reste à proposer une loi d'évolution pour la divergence. La loi d'expansion a été reconstruite par tâtonnement en partant d'une expansion mathématique paramétrée respectant l'expansion finale estimée à $1,5 \times 10^{-2}$.

Nous avons testé plusieurs lois de divergence. Par la suite on ne présente que les résultats de deux d'entre elles : une loi quasi uniforme avec un début exponentiel ($T = 10^{-7}$ μs) : $\text{div } U(t) = 5198,96[1 - \exp(t/T)]/s$ et une loi composée deux portions polynomiales : $\text{div } U(t) = at^4 + bt^3 + ct^2$ avec $a = 2,55 \times 10^{26} s^{-5}$, $b = -1,55 \times 10^{21} s^{-4}$ et $c = 2,39 \times 10^{15} s^{-3}$ pour $t \leq 0,85$ μs sinon $a = 2,04 \times 10^{27} s^{-5}$, $b = -1,24 \times 10^{22} s^{-4}$ et $c = 1,91 \times 10^{16} s^{-3}$. Cette dernière loi a été utilisée pour une étude d'influence des paramètres : rayon initial R_{20} , le coefficient k qui définit le rayon initial R_{10} et le rayon de la petite bulle où on arrête les calculs. Elle montre que le modèle est peu sensible à ces paramètres.

Pour la comparaison, l'expansion est imposée sur une durée de 3 μs et elle est nulle au de-là, le rayon initial $R_{20} = 1$ μm, le rapport $k = 0,6$ et le test d'arrêt à 0,1.

5.1. Comparaison du rayon expérimental et de la pression

La Fig. 4, montre le rayon en symboles discrets les mesures de [6], en ligne discontinue la loi quasi continue : $\text{div } U / \max(\text{div } U) + 10^{-6}$ et en ligne continue la loi polynomiale. Sur la Fig. 5 est représentée la pression avec les mêmes symboles.

Comme le montre la Fig. 4, les deux lois de divergence donnent des résultats satisfaisants sur l'évolution du rayon comparé à celui de l'expérience. En revanche la Fig. 5 montre que, la pression en ligne discontinue issue de la loi quasi uniforme n'est pas en accord avec la pression mesurée, alors que la pression en ligne continue de la divergence polynomiale est en bon accord avec l'expérience.

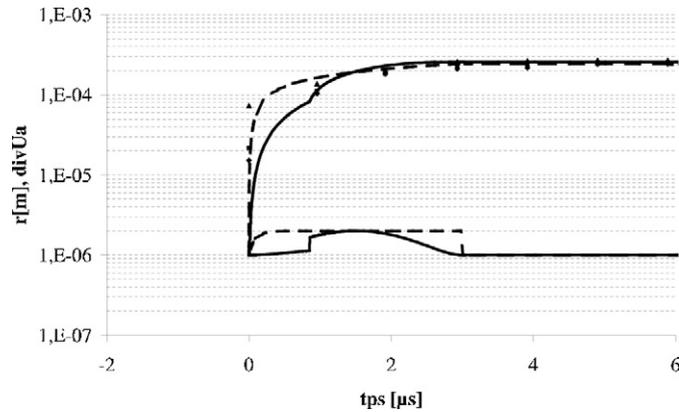


Fig. 4. Comparaison rayon expérimental (en symboles discret), rayon de la loi quasi continue (en ligne discontinue) et rayon de la loi polynomiale (en ligne continue) avec $R_{20} = 1 \mu\text{m}$.

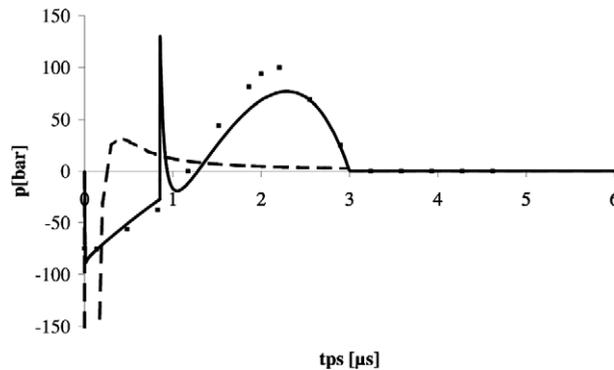


Fig. 5. Comparaison pression expérimentale (en symboles discret), pression de la loi quasi continue (en ligne discontinue) et pression de la loi polynomiale (en ligne continue).

La comparaison montre que la pression contraint plus fortement la loi d'expansion. Les résultats sont satisfaisants sur l'évolution du rayon des bulles et de la pression au cours du temps. Cette comparaison valide aussi l'hypothèse adoptée concernant la pression moyenne du milieu ambiant p_c évaluée à mi distance entre les deux bulles.

L'expérience de [6] engendre une faible expansion et ne dure que $6 \mu\text{s}$. Par son caractère bref, c'est une expérience plutôt explosive. Ceci explique pourquoi nous n'avons que très peu de séquences dans les premiers instants. Par ailleurs les mesures ne sont pas poursuivies jusqu'à la contraction totale du vide.

Pour une étude plus large, nous testons le modèle avec une expansion plus forte de plus longue durée suivie d'une phase de contraction elle aussi beaucoup plus longue.

6. Simulation d'un cycle complet de cavitation

Dans certains cas réels : sur les pales d'hélices des bateaux, sur les profils ou bien même dans les pompes hydrauliques, deux remarques s'imposent : d'une part la durée totale de l'existence ou de la traversée de la poche de cavitation est beaucoup plus grande que les $6 \mu\text{s}$ de l'expérience de [6] et d'autre part la durée de la phase d'expansion est très courte comparée à celle de contraction.

Prenant l'exemple d'un profil cavitant de corde $0,1 \text{ m}$ on estime une zone du bulbe de décollement laminaire de $0,01 \text{ m}$, une poche de $0,04 \text{ m}$ et une vitesse de 10 m/s , nous pouvons imposer une expansion de $0,1$ sur un temps de 10^{-3} s , soit la durée mise par la particule pour parcourir la zone du bulbe de décollement laminaire. Le temps du lâcher de la poche jusqu'au collapse est supposé du même ordre que celui visualisé par [18], ce qui nous conduit à imposer une contraction sur une durée de $7 \times 10^{-3} \text{ s}$.

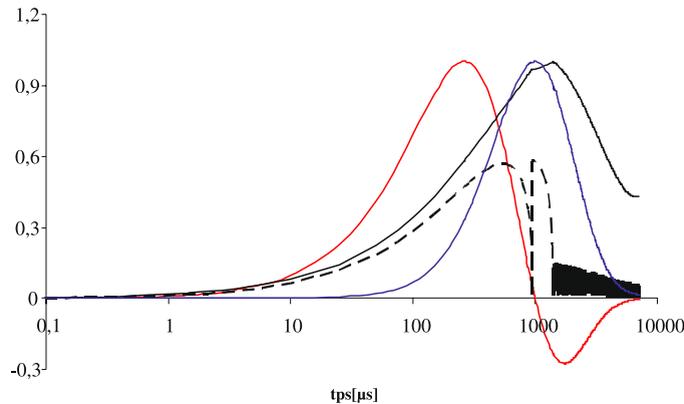


Fig. 6. Rayon 2 (en ligne continu en noir), rayon 1 (en ligne discontinu en noir), taux de vide (en ligne continu en bleu) et la loi de divergence exponentielle expansion et contraction (en ligne continu en rouge).

La loi de divergence instantanée est décrite par : $A \exp(-\phi t) + B \exp(-\beta t) + C \exp(-\gamma t) + D \exp(-\theta t)$ ($A = -555,45/s$, $B = 1599,74/s$, $C = 221,33/s$, $D = -1265,62/s$, $\phi = 10^3/s$, $\beta = 2 \times 10^3/s$, $\gamma = 3 \times 10^3/s$ et $\theta = 4 \times 10^3/s$). La Fig. 6, montre la loi $\text{div } U / |\text{div } U \text{ max}|$ (en trait continu en rouge), le rayon $R_1/R_{2\text{max}}$ et $R_2/R_{2\text{max}}$ (en trait discontinu et continu en noir) et le taux de vide $\alpha/\alpha_{\text{max}}$ (en trait continu en bleu). Dans la phase de contraction la grosse bulle peut quasiment disparaître malgré l'introduction des nouvelles petites bulles. Le nombre de séquences est beaucoup plus important dans la phase de contraction que dans celle de l'expansion. Avec un rapport k de 0,15 il y a plus 400 séquences dans la phase de contraction et 3 dans celle de l'expansion. Le volume de contrôle final, à cause des séquences, est sept fois plus grand que le volume de contrôle initial. De ce fait, le volume de la bulle finale est aussi sept fois plus grand que le volume des germes initiaux.

7. Conclusion

Dans cette étude nous avons proposé un nouveau modèle de cavitation dans lequel, pour simuler les interactions au sein d'un nuage de cavitation, le comportement dynamique de deux bulles non identiques localisées dans un volume de contrôle est étudié. La présence de deux bulles introduit une instabilité dans laquelle l'échange de vide apparaît comme un degré de liberté supplémentaire. Les deux bulles en plus de leur débit d'échange sont soumises à une expansion imposée et caractérisée par la divergence de la vitesse du milieu moyen. Selon les conditions d'expansion, la petite bulle peut disparaître au profit de la grosse bulle voisine. Dans ce cas le volume de contrôle est redéfini et étendu pour englober une nouvelle petite bulle voisine afin de prolonger le modèle dans une nouvelle séquence. Le modèle offre la possibilité pour de nombreuses petites bulles de disparaître dès l'apparition de la cavitation.

Dans ce modèle de cavitation en autorisant deux bulles à évoluer différemment, nous n'avons plus besoin de la pression pour déterminer l'évolution de la cavitation. Le modèle révèle la pression comme un résultat.

La comparaison de la taille des bulles et de la pression en fonction du temps obtenue avec le modèle est en bon accord avec les mesures effectuées par Ohl [6].

Références

- [1] R. Fortes-Patella, J.-L. Reboud, A. Archer, Cavitation damage measurement by 3D laser profilometry, *Wear* 246 (2000) 59–67.
- [2] J.-P. Franc, J.-M. Michel, Attached cavitation and the boundary layer: Experimental investigation and numerical treatment, *J. Fluid Mech.* 154 (1985) 63–90.
- [3] J.-A. Astolfi, P. Dorange, J.-Y. Billard, I. Cid Tomas, An experimental investigation of cavitation inception and development on a two-dimensional Eppler hydrofoil, *J. Fluids Eng.* 122 (2000) 164–173.
- [4] Z. Liu, K. Sato, C.E. Brennen, Cavitation nuclei population dynamics in a water tunnel, in: *ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum*, FED 153, 1993, pp. 119–125.
- [5] M. Maeda, H. Yamaguchi, H. Kato, Laser holography measurement of bubble population in cavitation cloud on a foil section, in: *ASME Cavitation FED 116*, 1991, pp. 67–75.
- [6] C.D. Ohl, Cavitation inception following shock wave passage, *Phys. Fluids* 14 (10) (2002) 3512–3521.

- [7] S. Buogo, G.B. Cannelli, Implosion of an underwater spark-generated bubble and acoustic energy evaluation using the Rayleigh model, *J. Acoust. Soc. Am.* 111 (6) (2002) 2594–2599.
- [8] S. Takahashi, S. Washio, K. Uemura, A. Okazaki, Experimental study on cavitation starting at and flow characteristics close to the point of separation, in: *Fifth International Symposium on Cavitation*, Osaka, Japan, November 1–4, 2003.
- [9] Y. Delannoy, J.L. Kueny, Two phase flow approach in unsteady cavitation modeling, in: *Cavitation and Multiphase Flow Forum*, ASME-FED 98, 1990, pp. 153–158.
- [10] M. Ishii, *Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow*, Collection de la direction des études et recherches d'électricité de France, Eyrolles, 1975.
- [11] M.S. Plesset, Dynamics of cavitation bubbles, *J. Appl. Mech.* 16 (1948) 228–231.
- [12] F.R. Gilmore, The growth or collapse of a spherical bubble in a viscous compressible liquid, *Calif. Inst. of Techn. Hydr. Labo.*, Report 26-4, 1952.
- [13] G.L. Chahine, Pressure field generated by the collective collapse of cavitation bubbles, in: *Operating Problems of Pump Stations and Power Plants Symposium*, Septembre 1982.
- [14] L. d'Agostino, C.E. Brennen, Linearized dynamics of spherical bubbly clouds, *J. Fluid Mech.* 199 (1989) 155–176.
- [15] A. Kubota, H. Kato, H. Yamaguchi, A new modelling of cavitating flows: A numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section, *J. Fluid Mech.* 240 (1992) 59–96.
- [16] Y. Chen, S.D. Heister, Modeling hydrodynamics nonequilibrium in cavitating flows, *J. Fluids Eng.* 118 (1996) 172–178.
- [17] M. Adama Maiga, *Modèle multi-bulles pour la cavitation, Equation d'évolution pour la pression*, Thèse de doctorat de USTL, Lille 1, Nov. 2008.
- [18] B. Stutz, S. Legoupil, X-ray measurements within unsteady cavitation, *Exp. Fluids* 35 (2003) 130–138.