



A propos d'un modèle de relaxation pour des écoulements turbulents hors équilibre

On a relaxation model for non-equilibrium turbulent flows

F. Radhia, Hamed Marzougui*, Z. Jihene, T. Lili

Département de physique, faculté des sciences de Tunis, campus universitaire El Manar 1060, Tunis, Tunisie

INFO ARTICLE

Historique de l'article :

Reçu le 28 décembre 2009
 Accepté après révision le 21 juin 2010
 Disponible sur Internet le 16 juillet 2010

Mots-clés :

Mécanique des fluides
 Modèle algébrique
 Modèle de relaxation
 Turbulence hors équilibre

Keywords:

Fluid mechanics
 Algebraic model
 Relaxation model
 Non-equilibrium turbulence

RÉSUMÉ

Dans le présent travail, nous avons commencé par le développement d'un modèle algébrique conçu pour une couche de mélange turbulente. Par comparaison aux modèles au second-ordre de L.R.R. et de S.S.G., celui-ci apporte des améliorations nettes quant à la prédiction d'une couche de mélange se développant vers un état asymptotique. Par la suite, et afin d'améliorer les performances du modèle algébrique pour des écarts significatifs à l'équilibre, nous avons proposé un modèle de relaxation analogue à celui de Speziale et Xu. Utilisant le modèle de relaxation, nous avons simulé numériquement l'évolution dans le temps d'une turbulence accompagnée d'une contraction axisymétrique en distorsion rapide. Les résultats obtenus apportent une confirmation manifeste de la validité du modèle proposé pour une turbulence hors équilibre.

© 2010 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

A B S T R A C T

In this work, we started with the development of an algebraic Reynolds stress model designed for a turbulent mixing layer. By comparison with the second-order models of L.R.R. and S.S.G., this model makes clear improvements as for the prediction of a mixing layer developing towards an asymptotic state. Thereafter, and in order to improve the performance of the algebraic model for turbulent flows that are far from equilibrium, we proposed a relaxation model similar to that proposed by Speziale and Xu. Using the relaxation model, we simulated numerically the time evolution of a rapid axisymmetric contraction. The obtained results bring a manifest confirmation of the validity of the model for non-equilibrium turbulent flows.

© 2010 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

1. Introduction

Les modèles au second-ordre ont été formulés dans le but de décrire des écoulements turbulents complexes présentant éventuellement des écarts à l'équilibre. Cet objectif semble être réalisable puisque ces modèles sont basés sur des équations de transport des tensions de Reynolds. Cependant, durant la dernière décennie, il est apparu clairement que ces modèles n'ont pas la capacité de prédire relativement correctement des écoulements turbulents éloignés de l'équilibre. L'exemple flagrant est celui de la distorsion rapide d'une turbulence homogène dont la prédiction par les modèles au second-ordre donne des

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : hamed_merzougui@yahoo.com (H. Marzougui).

résultats notamment mauvais. Des performances médiocres sont aussi observées dans la prédiction d'écoulements d'intérêt pratique lorsque le taux de cisaillement sans dimension atteint des valeurs de l'ordre de cinq fois la valeur d'équilibre ; ceci est en particulier le cas de la zone logarithmique d'une couche limite. Ce défaut est lié principalement à la modélisation des corrélations pression-déformation. En effet, les modèles proposés [1–3] pour exprimer ces termes ne sont justifiés que dans le cas des écoulements turbulents proches de l'équilibre. Par conséquent, il n'est pas surprenant que les fermetures au second-ordre ont des performances médiocres quant à la prédiction d'une turbulence hors équilibre. Ainsi, dans l'optique de mieux prédire les écoulements turbulents présentant des zones de forts taux de cisaillement, il importe de développer des modèles ayant des performances satisfaisantes pour des écarts significatifs à l'équilibre. Le modèle de relaxation proposé par Speziale et Xu [4] semble répondre à ces préoccupations. Malgré les améliorations apportées par ce modèle, celui-ci est très peu utilisé par les chercheurs. Ceci est dû à la complexité de la représentation algébrique des tensions de Reynolds adoptée par ces auteurs dans leur modèle. Dans le présent travail, et afin de mettre l'accent sur l'efficacité de ce type de modèle, nous avons proposé un modèle algébrique sous une version beaucoup plus simple que celle proposée par Speziale et Xu [4].

Cet article est organisé de la façon suivante. Nous commençons par proposer un modèle algébrique conçu pour une couche de mélange turbulente. L'idée principale pour construire ce modèle est basée sur des relations de proportionnalité entre l'épaisseur temporelle du mélange et les différentes composantes du tenseur de Reynolds. L'extension de ce modèle au cas d'écoulements turbulents homogènes a été effectuée par le biais d'une relation liant le taux d'épanouissement temporel du mélange à celui de l'énergie cinétique turbulente.

Afin d'améliorer les performances du modèle algébrique proposé pour des écarts significatifs à l'équilibre, nous avons adopté la forme standard du modèle de type relaxation proposé par Speziale et Xu [4].

Pour évaluer les deux modèles (le modèle algébrique et le modèle de relaxation), nous avons traité deux cas d'application ; la première application concerne une couche de mélange turbulente et la seconde est relative à une contraction axisymétrique en distorsion rapide.

2. Présentation du modèle de relaxation

2.1. Modèle algébrique pour les tensions de Reynolds

Tel qu'il a été présenté dans la littérature, le modèle $k-\varepsilon$ représente pour les calculs le meilleur compromis pour décrire une grande variété d'écoulements turbulents. Cette capacité est à l'origine de sa grande popularité. Cependant, pour ce type de modèle, la forme donnée aux contraintes de Reynolds par l'hypothèse de Boussinesq ne permet pas d'appréhender les effets de la rotation et les phénomènes liés à l'anisotropie de la turbulence, ce qui limite sévèrement la précision des résultats dans des zones où ces phénomènes deviennent prépondérants. Ainsi, une modification de l'hypothèse de Boussinesq paraît nécessaire afin de prendre en compte toute forme d'anisotropie de la turbulence. Les modèles algébriques offrent une alternative intéressante à l'hypothèse de Boussinesq qui permet de relier les tensions de Reynolds aux gradients de vitesse. Ils permettent de modéliser l'anisotropie du tenseur de Reynolds tout en gardant la simplicité d'un modèle à deux équations (modèle $k-\varepsilon$). Les modèles algébriques existants, qui supposent que les moments d'ordre trois sont négligeables, sont basés sur l'hypothèse d'équilibre local.

Dans ce qui se suit, nous présentons brièvement un modèle algébrique conçu pour une couche de mélange turbulente. Pour construire ce modèle, nous avons adopté les deux hypothèses suivantes :

- Les corrélations d'ordre trois dans l'équation de transport des tensions de Reynolds sont négligées. Il s'agit d'une hypothèse classique qu'on adopte généralement dans l'élaboration d'un modèle algébrique.
- Dans cette contribution, nous admettons, le long des trajectoires de l'écoulement moyen, la relation de proportionnalité suivante : $R_{ij}(\vec{x}, t) = C_{ij}\tilde{\delta}(t)$ (pas de sommation sur les indices i et j). R_{ij} représente la composante ij du tenseur associé aux corrélations doubles de vitesses et $\tilde{\delta}(t)$ est l'épaisseur temporelle du mélange.

Selon ces hypothèses, les équations de transport pour les tensions de Reynolds se simplifient comme suit :

$$\frac{\tilde{\delta}'(t)}{\tilde{\delta}(t)} R_{ij} = P_{ij} + \Pi_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} \varepsilon \delta_{ij} \quad (1)$$

où $\tilde{\delta}'(t)$ est le taux d'épanouissement temporel du mélange.

Après avoir exprimé le tenseur associé aux corrélations pression-déformation par le modèle de Launder et al. [1] :

$$\Pi_{ij} = -\bar{\rho} C_1 \varepsilon b_{ij} + C_2 \bar{\rho} k \bar{S}_{ij} + C_3 \bar{\rho} k \left[b_{ik} \bar{S}_{jk} + b_{jk} \bar{S}_{ik} - \frac{2}{3} b_{mn} \bar{S}_{mn} \delta_{ij} \right] + C_4 \bar{\rho} k [b_{ik} \bar{\omega}_{jk} + b_{jk} \bar{\omega}_{ik}] \quad (2)$$

le système d'équations (1) peut être écrit sous une version qui fait intervenir les différentes composantes du tenseur d'anisotropie b_{ij} ($= \frac{R_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}}{2k}$) :

$$\left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right) b_{ij} = L_2 \bar{S}_{ij} + L_3 \left[b_{ik} \bar{S}_{jk} + b_{jk} \bar{S}_{ik} - \frac{2}{3} b_{mn} \bar{S}_{mn} \delta_{ij} \right] + L_4 [b_{ik} \bar{\Omega}_{jk} + b_{jk} \bar{\Omega}_{ik}]$$

avec $L_2 = C_2 - \frac{4}{3}$, $L_3 = C_3 - 2$, $L_4 = C_4 - 2$ (3)

C_1, C_2, C_3 et C_4 sont des constantes qui prennent respectivement les valeurs de 3, 0,8, 1,75 et 1,31. \bar{S}_{ij} et $\bar{\Omega}_{ij}$ représentent respectivement les composantes du tenseur moyen des taux de déformation et du tenseur moyen des taux de rotation qui sont données par :

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}), \quad \bar{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{j,i})$$
 (4)

Pour passer de la forme implicite (3) à une représentation explicite des composantes b_{ij} du tenseur d'anisotropie, nous développant b dans une base tensorielle construite sur les tenseurs moyens des taux de déformation et des taux de rotation. Pour les écoulements turbulents 2-D, la forme générale d'une telle représentation est donnée par :

$$b_{ij} = \beta_1 \bar{S}_{ij} + \beta_2 [\bar{S}_{ik} \bar{\Omega}_{kj} - \bar{\Omega}_{ik} \bar{S}_{kj}] + \beta_3 \left[\bar{S}_{ik} \bar{S}_{kj} - \frac{1}{3} \bar{S}_{mn} \bar{S}_{mn} \delta_{ij} \right]$$
 (5)

Les trois termes β_i ($i = 1, 2, 3$) sont généralement des fonctions scalaires des invariants de \bar{S} , $\bar{\Omega}$ et b .

Par substitution du tenseur b par son expression (5) dans l'équation (3) permet d'écrire :

$$\left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right) \left[\beta_1 \bar{S}_{ij} + \beta_2 (\bar{S}_{ik} \bar{\Omega}_{kj} - \bar{\Omega}_{ik} \bar{S}_{kj}) + \beta_3 \left(\bar{S}_{ik} \bar{S}_{kj} - \frac{1}{3} \bar{S}_{mn} \bar{S}_{mn} \delta_{ij} \right) \right]$$

$$= \left(L_2 + \frac{\eta_1}{3} L_3 \beta_3 + 2\eta_2 L_4 \beta_2 \right) \bar{S}_{ij} + 2L_3 \beta_1 \left(\bar{S}_{ik} \bar{S}_{kj} - \frac{1}{3} \bar{S}_{mn} \bar{S}_{mn} \delta_{ij} \right) - L_4 \beta_1 (\bar{S}_{ik} \bar{\Omega}_{kj} - \bar{\Omega}_{ik} \bar{S}_{kj})$$
 (6)

Par identification, nous obtenons le système d'équations suivant dont les inconnues sont les fonctions scalaires β_i .

$$\begin{cases} \left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right) \beta_1 = L_2 + \frac{\eta_1}{3} L_3 \beta_3 + 2\eta_2 L_4 \beta_2 \\ \left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right) \beta_2 = -L_4 \beta_1 \\ \left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right) \beta_3 = 2L_3 \beta_1 \end{cases}$$
 (7)

Ce système d'équations admet comme solutions :

$$\beta_1 = \frac{\left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right) L_2}{\left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right)^2 - \frac{2}{3} \eta_1 L_3^2 + 2\eta_2 L_4^2}$$

$$\beta_2 = -\frac{L_2 L_4}{\left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right)^2 - \frac{2}{3} \eta_1 L_3^2 + 2\eta_2 L_4^2}$$

$$\beta_3 = \frac{2L_3 L_2}{\left(2 \frac{\delta'(t)}{\delta(t)} + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\right)^2 - \frac{2}{3} \eta_1 L_3^2 + 2\eta_2 L_4^2}$$
 (8)

Finalement, compte tenu des relations (5) et (8), les tensions de Reynolds (R_{ij}) s'expriment par :

$$R_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} + G_1 \bar{S}_{ij} + G_2 (\bar{S}_{ik} \bar{\Omega}_{kj} - \bar{\Omega}_{ik} \bar{S}_{kj}) + G_3 \left(\bar{S}_{ik} \bar{S}_{kj} - \frac{1}{3} \bar{S}_{mn} \bar{S}_{mn} \delta_{ij} \right)$$
 (9)

où G_1, G_2 et G_3 sont des fonctions scalaires des invariants $\eta_1 = \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}$ et $\eta_2 = \bar{\Omega}_{ij} \bar{\Omega}_{ij}$.

$$G_1 = \frac{L_2 (4k \delta'(t) / \delta(t) + 2C_1 \varepsilon)}{\left(2 \delta'(t) / \delta(t) + C_1 \varepsilon / k\right)^2 - \frac{2}{3} L_3^2 \eta_1 + 2L_4^2 \eta_2}$$
 (10)

$$G_2 = \frac{-2L_2 L_4 k}{\left(2 \delta'(t) / \delta(t) + C_1 \varepsilon / k\right)^2 - \frac{2}{3} L_3^2 \eta_1 + 2L_4^2 \eta_2}$$
 (11)

$$G_3 = \frac{4L_2 L_3 k}{\left(2 \delta'(t) / \delta(t) + C_1 \varepsilon / k\right)^2 - \frac{2}{3} L_3^2 \eta_1 + 2L_4^2 \eta_2}$$
 (12)

Ce modèle a été conçu pour l'écoulement turbulent de couche de mélange. Indiquons qu'il peut être appliqué à des écoulements turbulents homogènes. Pour ce faire, nous avons établi une analogie entre le taux de croissance temporelle de l'énergie cinétique turbulente dans un écoulement turbulent homogène et le taux d'épanouissement temporel d'une couche de mélange turbulente. En effet, une contraction effectuée sur les indices i et j dans la relation $R_{ij}(\vec{x}, t) = C_{ij}\tilde{\delta}(t)$ permet d'écrire :

$$2k(t) = C_{ij}\tilde{\delta}(t) \quad \text{soit} \quad \frac{dk}{k dt} = \alpha \frac{d\tilde{\delta}(t)}{\tilde{\delta} dt} \quad (13)$$

cette relation permet l'extension du modèle proposé aux écoulements turbulents homogènes.

2.2. Modèle de relaxation pour les écoulements turbulents hors équilibre

Pour construire un modèle susceptible de représenter une turbulence hors équilibre, Speziale et Xu [4] commencent par réécrire le modèle algébrique de Gatski et Speziale [5] sous la forme équivalente :

$$R_{ij} = \frac{2}{3}k\delta_{ij} - \alpha_1^* \frac{k^2}{\varepsilon} \bar{S}_{ij} - \alpha_2^* \frac{k^3}{\varepsilon^2} (\bar{S}_{ik}\bar{S}_{kj} - \bar{S}_{ik}\bar{S}_{kj}) + \alpha_3^* \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(\bar{S}_{ik}\bar{S}_{kj} - \frac{1}{3}\bar{S}_{mn}\bar{S}_{mn}\delta_{ij} \right) \quad (14)$$

où les coefficients α_i^* ($i = 1, 2, 3$) sont donnés par :

$$\alpha_i^* = \frac{3}{3 - 2\xi_1^2 + 6\xi_2^2} \alpha_i \quad (15)$$

Par la suite, Speziale et Xu [4] envisagent une turbulence homogène fortement cisailée, éloignée de l'équilibre et imposent au modèle (14) des conditions de compatibilité avec certains résultats de la théorie de distorsion rapide. Ces conditions conduisent aux expressions suivantes de α_1^* , α_2^* , α_3^* :

$$\alpha_1^* = \frac{(1 + 2\xi_2^2)(1 + 6\xi_1^5) + \frac{5}{3}\xi_1^5}{(1 + 2\xi_2^2)(1 + 2\xi_2^2 + \eta_1^2 + 6b_1\xi_1^6)} \alpha_1 \quad (16)$$

$$\alpha_i^* = \frac{(1 + 2\xi_2^2)(1 + \xi_1^4) + \frac{2}{3}\xi_1^2}{(1 + 2\xi_2^2)(1 + 2\xi_2^2 + \xi_1^2 + b_i\xi_1^6)} \alpha_i, \quad i = 2, 3 \quad (17)$$

où b_1 , b_2 et b_3 sont des constantes. La théorie de distorsion rapide suggère une valeur de b_1 comprise entre 5 et 10 et la valeur de 5 pour les constantes b_2 et b_3 . Speziale et Xu [4] confirment que le modèle algébrique (14) associé aux expressions (16)–(17) représente une extension au cas non équilibre du modèle algébrique de Gatski et Speziale. Pour terminer leur démarche, Speziale et Xu [4] proposent un modèle basé sur une hypothèse de relaxation de la forme :

$$\frac{d}{dt} b_{ij} = -C_r \frac{\varepsilon}{k} (b_{ij} - b_{ij}^e) \quad (18)$$

b_{ij}^e est la composante ij du tenseur d'anisotropie issue du modèle (14) où C_r est un coefficient de relaxation sans dimension ; Speziale et Xu [4] proposent pour C_r l'expression :

$$C_r = \frac{8}{15\alpha_1} \left(\frac{1 + \xi_1^2 + 6b_1\xi_1^6}{1 + \frac{5}{3}\xi_1^2 + 6\xi_1^5} \right) \quad (19)$$

Dans le présent travail, nous avons retenu la forme standard du modèle (18) dans lequel les composantes du tenseur d'anisotropie b_{ij}^e sont données par le modèle algébrique (9). Pour la constante C_r , nous avons adopté la forme simplifiée suivante :

$$C_r = \frac{8}{15\alpha_1} \left(\frac{1 + \xi_1^2 + 6b_1\xi_1^6}{1 + \frac{5}{3}\xi_1^2 + 6\xi_1^5} \right) \sim 1 + 0.33 \frac{k}{\varepsilon} (\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (20)$$

3. Présentation et discussion des résultats

Dans une première partie, nous commençons par tester le modèle algébrique dans un cas d'écoulement inhomogène évoluant en présence d'une couche de mélange turbulente et stationnaire qui se développe vers un état asymptotique. Dans ce cas, le rapport $\tilde{\delta}'(t)/\tilde{\delta}(t)$ figurant dans les fonctions scalaires G_i ($i = 1, 2, 3$) s'exprime simplement par : $\tilde{\delta}'(t)/\tilde{\delta}(t) = \bar{u}\delta'(x)/\delta(x)$. Les résultats issus du présent modèle sont comparés à ceux de l'expérience effectuée par Bell et Mehta [6] avec de l'air à conditions atmosphériques. Leur couche de mélange est créée à partir de deux courants avec un rapport de vitesse $r = \frac{U_2}{U_1} = 0.6$ et un nombre de Reynolds de l'ordre de 10^6 . Les calculs ont été effectués à partir de la première station de mesure à $x = 7,8$ cm jusqu'au delà de la dernière station située à $x = 250$ cm. Sur les Figs. 1 et 2 est montrée l'évolution des

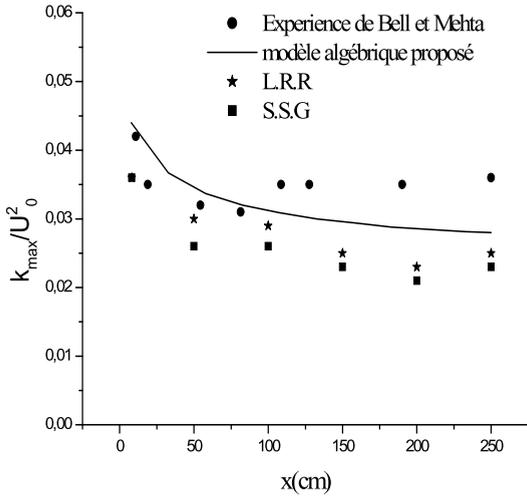


Fig. 1. Evolution des maxima de l'énergie cinétique turbulente.

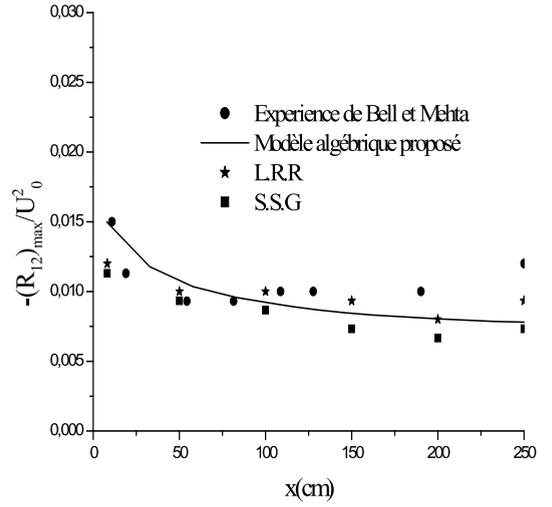


Fig. 2. Evolution des maxima de la contrainte turbulente.

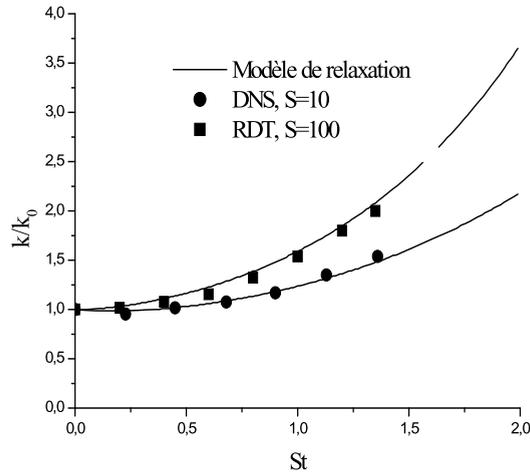


Fig. 3. Évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente adimensionnelle. Cas d'une contraction axisymétrique.

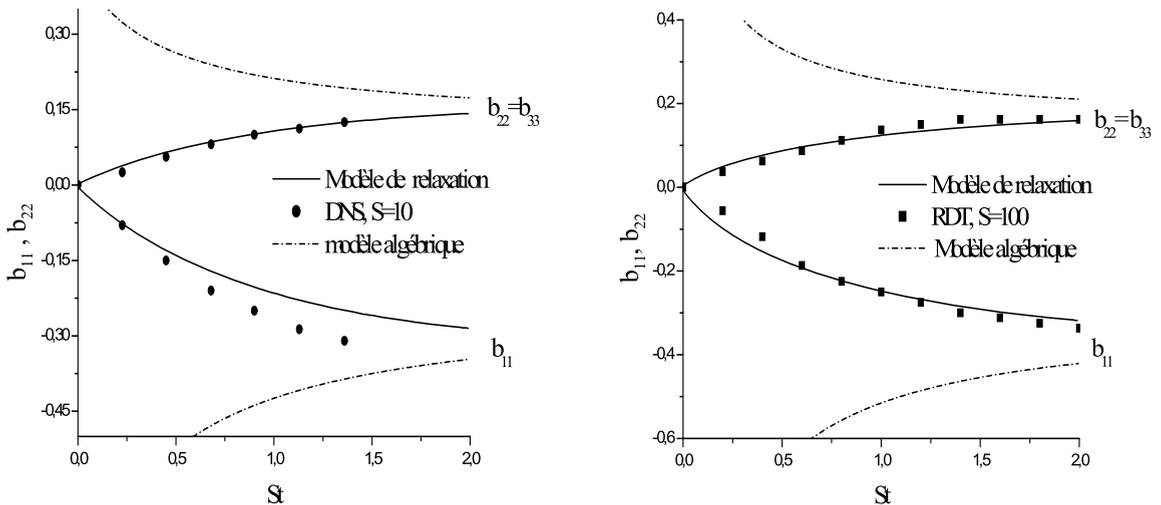


Fig. 4. Evolution temporelle des composantes b_{11} et b_{22} du tenseur d'anisotropie. Cas d'une contraction axisymétrique.

valeurs maximales de la contrainte de Reynolds turbulente et l'énergie cinétique turbulente. Conformément aux résultats expérimentaux, le présent modèle présente une certaine capacité à prédire correctement le comportement asymptotique des maxima de ces quantités. Les calculs effectués montrent, aussi, que le modèle algébrique apporte des améliorations nettes par rapport aux modèles au second-ordre de L.R.R. et de S.S.G.

La deuxième application concerne un écoulement turbulent irrotationnel évoluant en présence d'une contraction axisymétrique. Deux cas tests, pour lesquels le taux de déformation $S = 10$ et 100 , ont été envisagés. Le premier cas ($S = 10$) est dans la limite de la RDT et le deuxième correspond à une déformation en distorsion rapide. Ainsi, les deux cas présentés ici correspondent à une turbulence éloignée de l'équilibre. Les calculs sont effectués à l'aide de deux modèles : le modèle algébrique et le modèle de relaxation. Les résultats issus de ces modèles sont comparés aux résultats de DNS et de RDT de Lee et Reynolds [7,8]. La Fig. 3 montre l'évolution de l'énergie cinétique turbulente pour $S = 10$ et $S = 100$. Il y a lieu de relever que les résultats issus du modèle proposé sont en bon accord avec ceux de DNS et de la théorie de distorsion rapide. Les figures qui suivent montrent les évolutions des composantes b_{11} et b_{22} du tenseur d'anisotropie (Fig. 4). Contrairement au modèle algébrique, nous remarquons que le modèle de relaxation est capable de prédire correctement le niveau d'anisotropie du tenseur de Reynolds imposé par la contraction axisymétrique.

4. Conclusion

Dans cette Note, nous avons proposé un modèle algébrique conçu pour une couche de mélange turbulente. Ce modèle exprime le tenseur de Reynolds en fonction du gradient de la vitesse moyenne, du taux d'épanouissement du mélange et de deux échelles scalaires caractéristiques de la turbulence k et ε . En application avec un modèle $k-\varepsilon$, les prévisions sur le comportement asymptotique d'une couche de mélange turbulente sont bonnes. Afin d'améliorer les performances du modèle algébrique pour des écarts à l'équilibre, nous avons retenu la forme standard du modèle de relaxation de Speziale et Xu [4] dont le coefficient de relaxation C_r est une fonction linéaire de k/ε . Le modèle de relaxation associé au modèle algébrique permet de prédire de manière satisfaisante le comportement d'une contraction axisymétrique en distorsion rapide.

Références

- [1] B.E. Launder, G.J. Reece, W. Rodi, Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure, *J. Fluid Mech.* 68 (1975) 537.
- [2] C.G. Speziale, S. Sarkar, B. Gatski, Modeling the pressure-strain correlation of turbulence: An invariant dynamical systems approach, *J. Fluid. Mech.* 227 (1991) 245.
- [3] T.H. Shih, J.L. Lumley, Modeling of pressure correlation terms in Reynolds stress and scalar flux equations, *Tech. Rep.* (1985), FDA 85-3.
- [4] C.G. Speziale, X.H. Xu, Towards the development of second-order closure models for nonequilibrium turbulent flows, *Int. J. Heat and Fluid Flow* 17 (1996) 238–244.
- [5] T.B. Gatski, C.G. Speziale, On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows, *J. Fluid Mech.* 254 (1993) 59.
- [6] J.H. Bell, R.D. Mehta, Development of a two stream mixing layer from tripped and untripped boundary layers, *AIAA J.* 28 (12) (1990) 2034–2042.
- [7] M.J. Lee, W.C. Reynolds, Numerical experiments on the structure of homogeneous turbulence. Technical report TF-24, Standard University, Thermosciences, 1985.
- [8] M.J. Lee, A contribution toward rotational modeling of the pressure strain rate correlation, *Phys. Fluids A* 2 (4) (1999) 630–633.