



Analyse des déformations discontinues pour l'évaluation de la stabilité des digues en enrochements sous chargement sismique

Discontinuous Deformation Analysis to assess the stability of rockfill dams under seismic loading

Sami Kaidi ^a, Abdellatif Ouahsine ^{a,*}, Philippe Sergent ^b, Mohamed Rouainia ^c

^a UTC, Laboratoire Roberval UMR-CNRS 7337, BP 62529, 60206 Compiègne cedex, France

^b CETMEF, Laboratoire Roberval UMR-CNRS 7337, 2, rue Gambetta, Compiègne, 60206 Compiègne cedex, France

^c Newcastle University, Newcastle NE1 7RU, UK

INFO ARTICLE

Historique de l'article :

Reçu le 6 mars 2012

Accepté après révision le 29 octobre 2012

Disponible sur Internet le 21 novembre 2012

Mots-clés :

Simulation numérique

DDA

DEM

Digue en enrochements

Séisme

Stabilité

Cohésion

Keywords:

Numerical simulation

DDA

DEM

Rubble-mound breakwater

Earthquake

Stability

Cohesion

RÉSUMÉ

Un modèle numérique basé sur la méthode de l'Analyse des Déformations Discontinues (DDA) est présenté pour simuler la stabilité des digues en enrochements. La digue est considérée comme un empilement de blocs rigides en mouvement les uns par rapport aux autres et soumise à un chargement sismique. Le contact et la cohésion entre blocs ainsi que la forme géométrique des blocs sont prises en compte dans cette analyse. Une simulation numérique appuyée par étude analytique, a été faite pour estimer la cohésion optimale entre blocs nécessaire pour augmenter la résistance et la stabilité de la digue.

© 2012 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

ABSTRACT

A numerical model based on the method of Discontinuous Deformation Analysis (DDA) is presented to simulate the stability of rubble-mound breakwaters. The breakwater is considered as a stack of rigid blocks moving against each other and subject to seismic loading. The contact and cohesion between blocks as well as the geometric shape of the blocks are included in this analysis. A numerical simulation, with an analytical study, has been made to estimate the optimum cohesion between blocks necessary to increase strength and stability of the dam.

© 2012 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abridged English version

A numerical model is presented to assess the stability of rubble-mound breakwaters under seismic loading using the method of Discontinuous Deformation Analysis (DDA) [1]. Rubble-mound breakwaters are hydraulic structures designed to protect the coastline from devastating effects of waves and currents, but must also resist to seismic loading. Indeed, by affecting coast, the earthquake weakens these protective structures, making them easy to be broken by a single tsunami. Stability characteristics of rubble-mound breakwaters have traditionally been analysed using empirical approaches [2,3]

* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : sami.kaidi@utc.fr (S. Kaidi), ouahsine@utc.fr (A. Ouahsine).

which do not take into account important factors such as the contact and the cohesion between blocks, the nature of hydrodynamic and seismic loads.

Numerous computational models have been developed to assess the stability of breakwater systems [4]. These models have predominantly been focused on the development of coupled procedures wherein the discontinuous block assemblies are described by a Discrete Element Method (DEM) [5]. However, DEM requires the artificial introduction of damping.

This Note aims to provide a numerical study into the stability of breakwaters subjected to seismic loading, by taking into account the discontinuity of the structure, the shape of blocks, the contact and friction between blocks. The discontinuous medium is represented by the DDA method [1]. In the DDA method, an assembly of bodies is modelled by a number of deformable blocks of an arbitrary shape that are able to move independently of one another where each block has a uniform state of stress and strain. The equilibrium formulation in the DDA method is provided by the principle of potential energy minimisation. For a system of N blocks, the total potential energy π (Eq. (4)), which is the sum of the total deformation energy of N blocks, and the total work done by the external forces. These forces are the gravity loads, the block-to-block contact forces, the initial stresses, the inertia forces, and the boundary loads. The minimisation of π with respect to its displacement variables gives the following relationship: $\frac{\partial \pi_i}{\partial \mathbf{d}_j} = \mathbf{k}_{ij} \mathbf{d}_j - \mathbf{f}_j = 0$, for $j = 1, \dots, 6$.

In this study, contact between different shaped blocks assumes that contact constraints are imposed through an implicit augmented Lagrangian algorithm, expressed in the following form: $\pi_c = \lambda \delta + \frac{1}{2} p \delta^2$, where $\lambda \delta$ is the work done by the contact forces λ between the blocks and $\frac{1}{2} p \delta^2$ represents the elastic potential energy associated with the contact between the blocks. The parameters p and δ are respectively the penalty and the gap between the contacting blocks.

First, a theoretical validation example, based on the dynamic analysis of three sliding blocks (Fig. 1) is presented to satisfy the solution given by the DDA. A sinusoidal acceleration with different amplitudes is applied to the bottom block, according to the contact and cohesion between blocks. The results, given in Figs. 2 and 3, show a good agreement between the theoretical and DDA solutions. Second, the DDA method is demonstrated on the seismic analysis of the Imperial Valley, in the USA (1940). Figs. 6 and 7 illustrate the simulated movement of blocks at different stage of earthquakes, with or without cohesion between blocks.

1. Introduction

Les digues en enrochements sont des ouvrages de protection conçus pour lutter contre les effets dévastateurs des vagues et des courants, mais qui doivent également résister aux sollicitations hydrodynamiques et sismiques. En effet, en touchant les côtes, le séisme fragilise ces ouvrages de protection et facilite leur rupture par un tsunami. Leur conception est traditionnellement basée sur des formules empiriques [2,3] en raison de leur simplicité. Cependant, ces formules ne prennent pas en compte ni les forces de contact et de cohésion entre les blocs, ni la nature des sollicitations hydrodynamiques et sismiques qui sont connues pour jouer un rôle important dans la stabilité globale de ces dispositifs.

De nombreuses études ont été proposées pour étudier la déformation des digues en enrochements sous sollicitations sismiques. Dans ces travaux, parmi lesquels on cite [6], la digue est supposée continue alors qu'elle est composée d'éléments discrets (blocs superposés). D'autres modèles numériques basés sur la méthode des éléments discrets (DEM) ont été développés à ce propos [5], mais la méthode DEM nécessite l'introduction d'un amortissement artificiel.

Dans le présent travail on se propose d'évaluer numériquement la stabilité de ces ouvrages soumis à un chargement dynamique sismique, en tenant compte de la discontinuité de la structure, de la forme géométrique, du contact et des frottements entre blocs. Le modèle numérique repose sur la méthode d'Analyse des Déformations Discontinues (DDA) [1,7] où la digue est considérée comme un système discret et où les blocs peuvent être de forme quelconque.

Les déplacements de chaque bloc sont supposés très petits, et peuvent donc être raisonnablement représentés par une approximation du premier ordre. Ainsi, dans la méthode DDA les déformations et les contraintes sont supposées constantes, ce qui permet un calcul direct des déplacements.

2. Formulation mathématique

Soient un espace de deux dimensions et (u, v) les déplacements d'un point (x, y) d'un bloc i . En considérant l'approximation du premier ordre, on a :

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [T_i] \mathbf{d} \quad (1)$$

où $[T_i]$ est la matrice de transformation qui s'écrit :

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y - y_0) & (x - x_0) & 0 & (y - y_0) \\ 0 & 1 & -(x - x_0) & 0 & (y - y_0) & (x - x_0) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{d} = \{u_0, v_0, \theta, \varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}\} \quad (3)$$

où u_0, v_0 désignent les déplacements du centre de gravité du bloc (x_0, y_0) , θ la rotation autour de son centre de gravité et $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$ désignent respectivement les déformations normale et tangentielle du bloc. Dans la méthode DDA, les

équations d'équilibre découlent de l'application du principe de la minimisation de l'énergie potentielle. Dans le cas d'un système composé de N blocs, cette énergie potentielle s'écrit :

$$\pi = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} \int_{A_i} \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle \{ \boldsymbol{\sigma} \} dA_i - \langle d_B \rangle \{ f_i \} \right) \quad (4)$$

où le premier terme représente l'énergie de déformation totale de N blocs, avec respectivement $\{ \boldsymbol{\varepsilon} \}$ et $\{ \boldsymbol{\sigma} \}$ les matrices de déformations et de contraintes linéaires ; le second terme $\langle d_B \rangle \{ f_i \}$ représente le travail total des efforts extérieurs appliqués sur les blocs, dus aux forces de gravitation, de contact entre blocs et d'inerties, aux contraintes initiales et aux sollicitations imposées sur les frontières. $\langle d_B \rangle = (u, v)$ est le vecteur des déplacements d'un point du bloc. Pour chaque bloc i , la minimisation de l'énergie potentielle π , donne les six équations suivantes :

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial \mathbf{d}_j} = \mathbf{k}_{ij} \mathbf{d}_j - \mathbf{f}_j = 0, \quad \text{pour } j = 1, \dots, 6 \quad (5)$$

\mathbf{f}_i est la matrice (6×1) des forces appliquées sur chaque bloc i , et \mathbf{d}_i contient les variables associées au bloc i . Le système d'équilibre global de N blocs peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{k}_{12} & \mathbf{k}_{13} & \cdots & \mathbf{k}_{1n} \\ \mathbf{k}_{21} & \mathbf{k}_{22} & \mathbf{k}_{23} & \cdots & \mathbf{k}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{k}_{n1} & \mathbf{k}_{n2} & \mathbf{k}_{n3} & \cdots & \mathbf{k}_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \cdots \\ \mathbf{d}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \cdots \\ \mathbf{f}_n \end{pmatrix} \quad (6)$$

Les sous-matrices hors diagonales \mathbf{k}_{ij} ($i \neq j$) représentent les composantes de rigidité du contact entre les blocs i et j , tandis que les sous-matrices de diagonale \mathbf{k}_{ii} représentent les propriétés du matériau utilisé pour un bloc i . On note que toutes les sous-matrices sont de dimension 6×6 .

2.1. Processus de dynamique

Soient \mathbf{d}_{ini} et \mathbf{d}_{end} les déplacements au début et à la fin du pas de temps, respectivement. Le développement de Taylor permet d'écrire

$$\mathbf{d}_{end} = \mathbf{d}_{ini} + \frac{\partial \mathbf{d}_{ini}}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 \mathbf{d}_{ini}}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2} + O(\Delta t^3) \quad (7)$$

On note $\mathbf{d}_{inc} = \mathbf{d}_{end} - \mathbf{d}_{ini}$ l'incrément de déplacement et en utilisant l'équation (7), l'accélération s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{d}_{ini}}{\partial t^2} = \mathbf{d}_{inc} \frac{2}{\Delta t^2} - \frac{\partial \mathbf{d}_{ini}}{\partial t} \frac{2}{\Delta t} - O(\Delta t^3) \frac{2}{\Delta t^2} \quad (8)$$

En notant la vitesse initiale $V_0 = \frac{\partial \mathbf{d}_{ini}}{\partial t}$, la vitesse à la fin du pas de temps s'écrit :

$$V_{end} = \frac{\partial^2 \mathbf{d}_{ini}}{\partial t^2} \Delta t + V_0 = \mathbf{d}_{inc} \frac{2}{\Delta t} - V_0 - O(\Delta t^3) \frac{2}{\Delta t} \cong \mathbf{d}_{inc} \frac{2}{\Delta t} - V_0 \quad (9)$$

2.2. Processus de contact

Dans la présente étude, l'énergie du contact entre blocs est modélisée par la relation suivante :

$$\pi_c = \lambda \delta + \frac{1}{2} p \delta^2 \quad (10)$$

où $\lambda \delta$ et $\frac{1}{2} p \delta^2$ représentent respectivement le travail des forces de contact et l'énergie potentielle élastique du contact entre blocs. Pour des raisons de stabilité numérique, le contact est modélisé ici en considérant un système masse-ressort afin de respecter la condition de non-pénétration. On définit alors un gap δ comme étant la distance minimale entre deux blocs en contact pour assurer cette stabilité. Une procédure itérative, basée sur la méthode du Lagrangien augmenté et le paramètre de pénalité p , est alors mise en oeuvre pour évaluer la force du contact λ_{k+1} à l'instant $k + 1$:

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + p \delta \quad (11)$$

Cette procédure s'arrête lorsque $\delta = \delta_m$, où δ_m est le gap minimal autorisé.

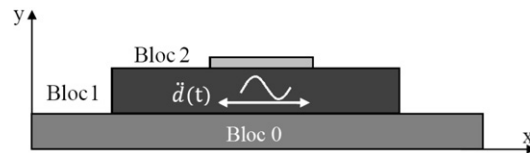


Fig. 1. Présentation schématique de trois blocs superposés.

Fig. 1. Sketch of three superposed blocks.

3. Tests de validation

La validation du modèle proposé est faite en considérant trois blocs superposés l'un sur l'autre (voir Fig. 1). Le bloc 0 est supposé fixe, et le bloc 1 est soumis à une accélération sismique de la forme [8] :

$$\ddot{d}(t) = A \cos(2\pi \omega t) \quad (12)$$

où $\omega = 2\pi f$ avec $f = 1$ Hz. Le coefficient de frottement $\mu = 0,6$, le paramètre de pénalité $p = 1,22e07$ N/m et le pas de temps $dt = 0,001$ s. On suppose que le frottement entre le bloc 0 et le bloc 1 est nul ($\mu = 0$).

3.1. Test 1

Ce premier test consiste à faire varier l'amplitude de l'accélération puis à comparer le déplacement horizontal calculé du bloc 2 avec le déplacement obtenu par la résolution de l'équation (14). En supposant que le bloc 2 est soumis seulement à la force de gravité et à la force de frottement, l'accélération du bloc 2 peut être déterminée comme suit :

$$m_2 a_2 = F_{\text{frottement}} \Rightarrow m_2 a_2 = \mu m_2 g \Rightarrow a_2 = \mu g \quad (13)$$

où μ et g désignent respectivement le coefficient de frottement et l'accélération de la gravité, et v_1, v_2 les vitesses des blocs 1 et 2 respectivement. En désignant par $v_1^* = v_1 - v_2$ la vitesse relative entre ces deux blocs, alors la solution analytique de l'accélération du bloc 2 dans un chargement sismique, vérifie :

$$\begin{aligned} \text{Si } v_1^* = 0 \text{ et } |a_1| < \mu g, \quad a_2 &= a_1 \\ &\text{et } |a_1| > \mu g, \quad \text{et } a_1 > 0, \quad a_2 = \mu g \\ &\text{et } a_1 < 0, \quad a_2 = -\mu g \\ \text{Si } v_1^* \neq 0 \quad \text{et } v_1^* > 0, \quad a_2 &= \mu g \\ &\text{et } v_1^* < 0, \quad a_2 = -\mu g \end{aligned} \quad (14)$$

Les expressions de la vitesse et du déplacement de bloc 2 seront alors données par :

$$v_2 = a_2 dt + v^0 \quad (15)$$

$$d_2 = \frac{a_2}{2} dt^2 + v^0 dt + d^0 \quad (16)$$

avec v^0 et d^0 , sont, respectivement, la vitesse et le déplacement à $t = 0$ s et dt est le pas de temps. Pour une amplitude donnée de l'accélération d'entrée (séisme), la comparaison entre les déplacements calculés et analytiques du bloc 2 ainsi que l'erreur globale $|d_{\text{analytique}} - d_{\text{numérique}}|$ entre les deux solutions, est présentée en Fig. 2. Les résultats montrent, que cette erreur, estimée à chaque pas de temps, est comprise entre 0–2% pour $A = 0,5$ m et $A = 1$ m, et qu'elle est maximale pour $A = 0,3$ m.

3.2. Test 2

Ce deuxième test permet de vérifier la sensibilité du modèle proposé aux variations du coefficient de frottement $\mu = 0,1, 0,6$, et 1 , en maintenant fixes l'amplitude de l'accélération $A = 19,74$ m/s² et sa fréquence $f = 1$ Hz. Les résultats montrent tout d'abord que le déplacement horizontal du bloc 2 dépend du choix du coefficient de frottement (voir Fig. 3). Par ailleurs, ils mettent en évidence le fait que pour une valeur intermédiaire ($\mu = 0,6$) l'erreur correspondante est inférieure à 2%, alors que pour les valeurs extrêmes du coefficient ($\mu = 0,1$ et $\mu = 1$), on obtient des erreurs assez grandes de l'ordre de 8% à 12%. En effet, lorsque le mouvement du bloc 1 change de sens ($da/dt = 0$), les effets du frottement et de l'inertie s'opposent au mouvement de retour du bloc. Ceci peut expliquer l'écart entre les deux solutions (analytique et expérimentale). Ces différences sont d'autant plus importantes que le coefficient de frottement a une valeur proche de 1. Les mêmes constatations ont été soulignées par Kamai et Hatzor [8].

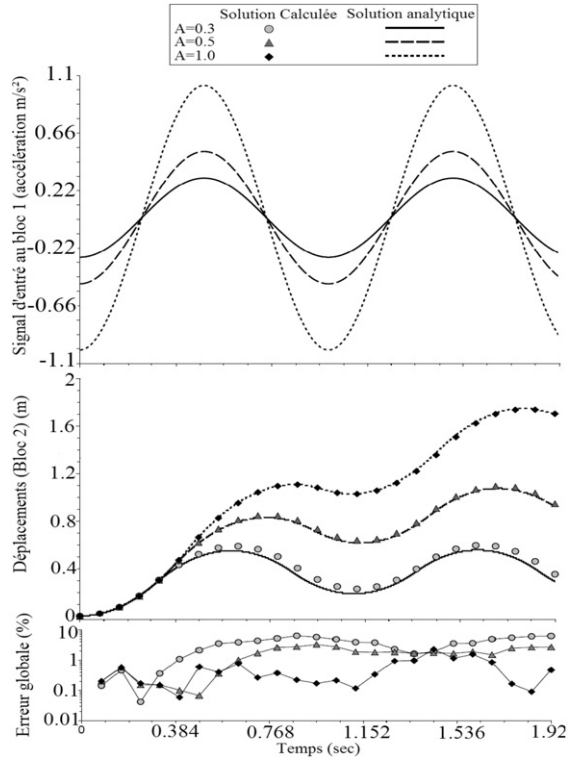


Fig. 2. Mouvement du bloc 2 pour trois différentes amplitudes d'accélération.

Fig. 2. Movement of block 2 for three different acceleration amplitudes.

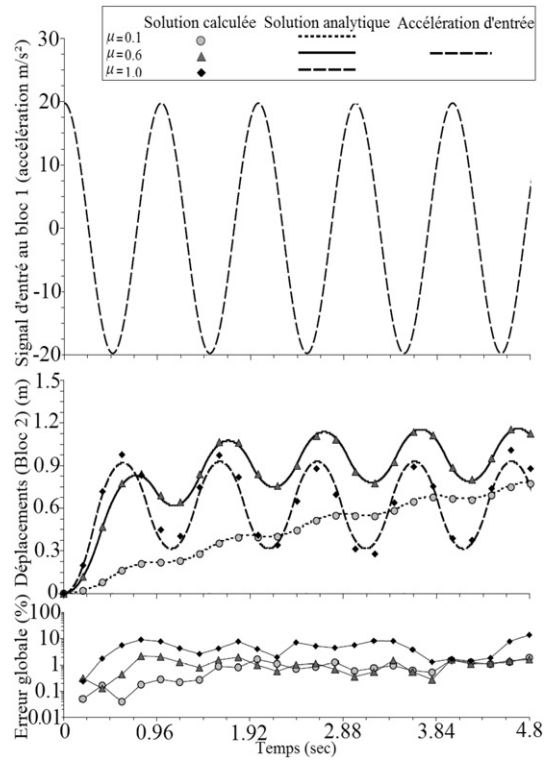


Fig. 3. Mouvement du bloc 2 pour trois différents coefficients de frottement.

Fig. 3. Movement of block 2 for three different friction coefficients.

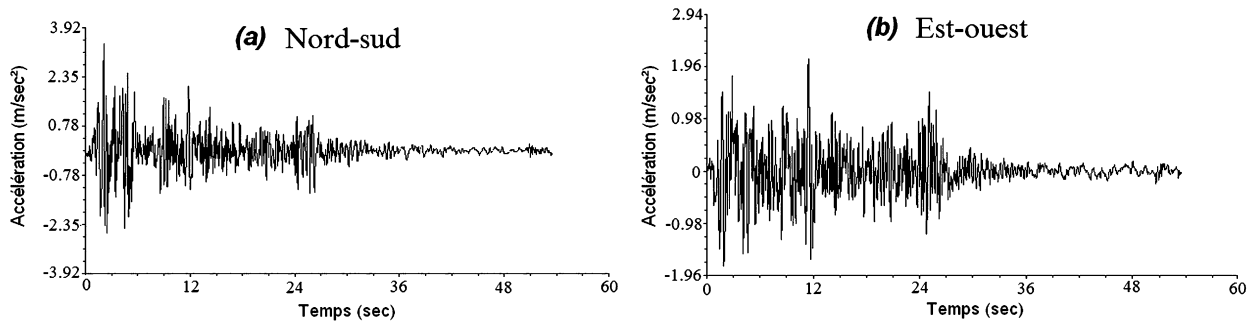


Fig. 4. Accélération du séisme : (a) Nord-Sud, (b) East-Ouest, du séisme de Imperial Valley (1940).

Fig. 4. Input acceleration: (a) North-South, (b) East-West, of the Imperial Valley earthquake (1940).

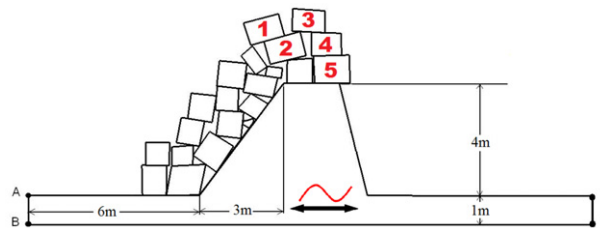


Fig. 5. Géométrie et état initial de la digue ($t = 0$ s).

Fig. 5. Geometry and initial configuration of breakwater ($t = 0$ s).

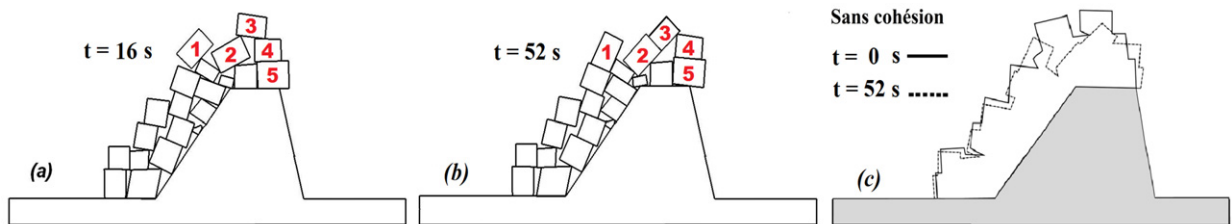


Fig. 6. Mouvement des blocs : (a) à $t = 16$ s, (b) à $t = 52$ s, (c) déformation de la digue de $t = 0$ s à $t = 52$ s.

Fig. 6. Movement of blocks: (a) at $t = 16$ s, (b) at $t = 52$ s, (c) breakwater deformation from $t = 0$ s to $t = 52$ s.

Les résultats de ces tests permettent de comprendre les limites de la DDA pour le traitement de la dynamique des solides sous sollicitation sismique, notamment l'influence de l'amplitude d'un signal sur le mouvement d'un système de blocs. On relève également que pour une certaine gamme d'amplitudes (relativement faibles $A = 0,3 \text{ m/s}^2$) la méthode peut conduire à une erreur importante (maximum de l'erreur globale voisine de 10%). Concernant le coefficient de frottement, nous notons que la méthode DDA est stable pour des coefficients de frottement moyens entre 0,5 et 0,6. L'erreur globale atteint son maximum (entre 8% et 12%) pour des valeurs extrêmes du coefficient de frottement.

4. Application au cas réel : Séisme de Imperial Valley, États-Unis, 1940

Dans ce cas-test réel, nous avons testé l'effet d'un séisme de magnitude de 7,1 (Fig. 4) qui s'est produit en 1940 aux États-Unis (Imperial Valley) sur la stabilité d'une digue avec un noyau non-fissuré. Le séisme est considéré ici comme un chargement dynamique qui s'applique sur la digue. Les blocs sont disposés de façon aléatoire, et leurs poids varient entre 190,28 kg et 3212,67 kg. Les blocs sont caractérisés par un comportement élastique linéaire isotrope, dont les propriétés physiques sont : Module de Young $E = 70 \text{ GPa}$, coefficient de Poisson $\nu = 0,25$, poids unitaire (masse volumique) $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ et l'angle de frottement entre les blocs et le talus est $\alpha = 38^\circ$. Pour le traitement numérique du contact, la pénalité est supposée égale à $p = 23,10\text{e}7 \text{ N/m}$. Pour le pas de temps, nous avons considéré le même que celui utilisé pour l'enregistrement des accélérations du séisme, soit $dt = 0,02 \text{ s}$.

La disposition initiale des blocs ainsi que les dimensions géométriques de la digue sont présentées en Fig. 5. Dans le premier test, la cohésion entre les blocs est supposée nulle. De la Fig. 6 on constate que quelques blocs ont commencé à bouger à $t = 1 \text{ s}$ après le début du séisme, mais sans conséquence sur la stabilité de la digue car leurs mouvements restent néanmoins assez petits. Ces mouvements deviennent significatifs à $t = 1,6 \text{ s}$ après le début du séisme. Les blocs affectés par ce séisme se situent dans la partie supérieure de la digue (Fig. 6) et ne représentent en effet que 38% de l'ensemble

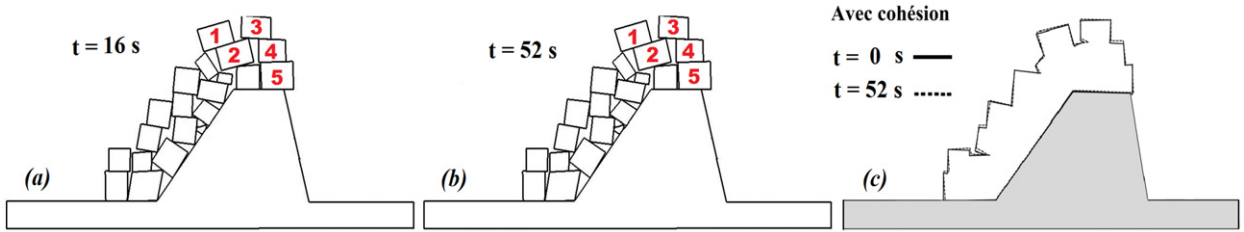


Fig. 7. Mouvement des blocs avec cohésion à : (a) $t = 16$ s, (b) $t = 52$ s, (c) déformation de la digue de $t = 0$ s à $t = 52$ s.
 Fig. 7. Movement of blocks with cohesion: (a) at $t = 16$ s, (b) at $t = 52$ s, (c) breakwater deformation from $t = 0$ s to $t = 52$ s.

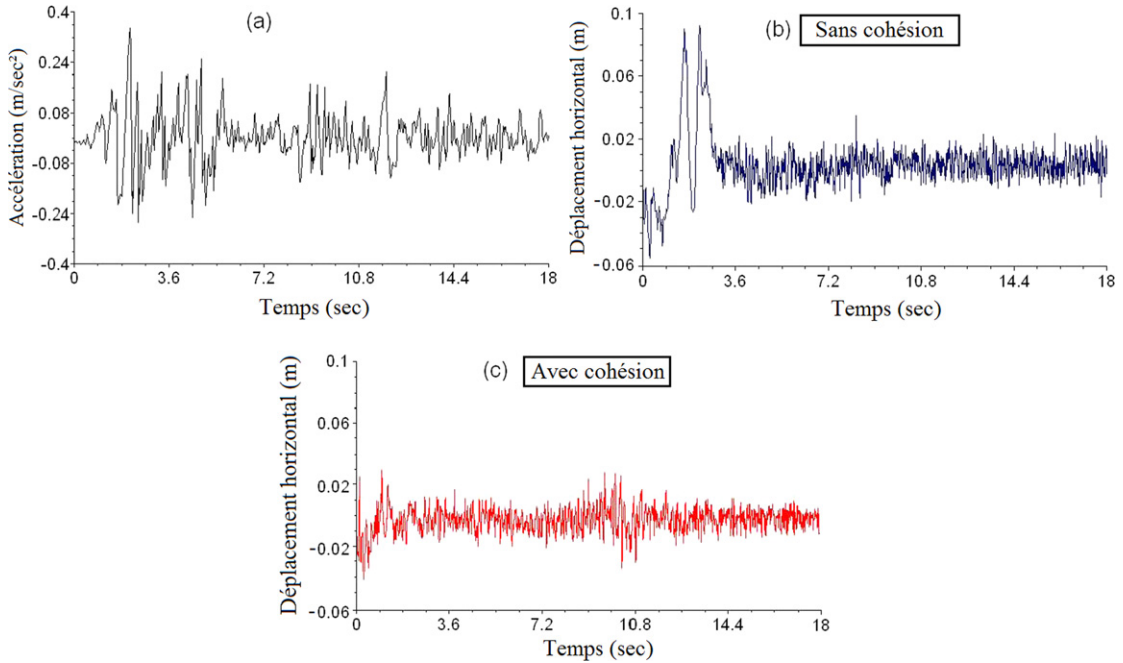


Fig. 8. (a) Accélération Nord-Sud. Déplacement horizontal moyen des blocs : (b) sans cohésion, (c) avec cohésion.
 Fig. 8. (a) Acceleration North-South. Average horizontal displacement of blocks: (b) without cohesion, (c) with cohesion.

des blocs. On note toutefois que plus de 60% des blocs restent stables, ce qui est en accord avec les résultats obtenus par Cihan et Yüksel [6]. En comparant le déplacement moyen horizontal des blocs avec les accélérations Nord-Sud (Figs. 8(b) et 8(c)), on constate que ce déplacement est proportionnel à l'amplitude des accélérations, notamment dans la plage de temps [0–2,4] s où les accélérations du séisme sont importantes. Malgré l'arrêt du chargement sismique à $t = 31$ s, des blocs continuent de bouger (Figs. 6(a) et 6(b)).

Dans le second test, une cohésion $C_f = 2$ MPa et une résistance à la traction $\sigma_T = 0,7$ MPa sont imposées, ce qui peut représenter dans la réalité du béton placé sur les surfaces et les points de contacts. Ces valeurs sont obtenues en adoptant le critère de rupture de Mohr-Coulomb étendu, basé sur la tension de coupure ("tension cut-off"). Il consiste à réduire la résistance à la traction du matériau en imposant une valeur de σ_T , tout en assurant la condition suivante : $\sigma_T \leq C \cotan(\phi)$. Ainsi, en fixant $\sigma_T = 0,7$ MPa nous avons diminué par incrémentation successive la valeur de C jusqu'à C_f , qui correspond à la mise en mouvement d'au moins un bloc de la digue. C_f est alors considérée comme optimale.

De la Fig. 7 on constate que la digue est globalement stable durant toute la période du chargement. Le maximum de déplacement horizontal moyen des blocs a diminué de 56.5% par rapport au cas sans cohésion (Fig. 8(b)). L'allure générale de la digue, avec et sans cohésion, entre les instants $t = 0$ s et $t = 52$ s est donnée par les Figs. 6(c) et 7(c).

5. Conclusion

Dans ce travail nous avons examiné la stabilité d'une digue en enrochements supposée comme un milieu discret. La digue, composée d'un empilement de blocs rigides, est soumise à un forçage sismique. Les mouvements des blocs ont été examinés en utilisant la méthode d'Analyse des Déformations Discontinues (DDA) et en considérant le contact et la cohésion

entre les blocs. Les résultats montrent qu'une cohésion optimale entre les blocs est alors nécessaire pour assurer la stabilité de la digue.

Références

- [1] G.H. Shi, R.E. Goodman, Generalisation of two-dimensional discontinuous deformation analysis, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 13 (4) (1990) 359–380.
- [2] R.Y. Hudson, Design of quarry-stone cover layers for rubble-mound breakwaters, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS, 2, 1958.
- [3] J.W. Van der Meer, Rock slopes and gravel beaches under wave attack, Delft Hydraulics Laboratory, Emmeloord, The Netherlands, Communication No. 396, 1988.
- [4] K. Itoh, Y. Higuchi, T. Toue, H. Katsui, Numerical simulation of deformation of rubble structures by DEM and VOF, in: *Proc. of the 12th Int. Offshore and Polar Eng. Conf. Kitakyushu, Japan, 2002*, p. 2631.
- [5] P.A. Cundall, O.D.L. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29 (1979) 47–65.
- [6] K. Cihan, Y. Yuksel, Deformation of rubble-mound breakwaters under cyclic loads, *Coast. Eng.* 58 (2011) 528–539.
- [7] S. Kaidi, M. Rouainia, A. Ouahsine, Stability of breakwaters under hydrodynamic loading using a coupled DDA/FEM approach, *Ocean Eng.* 55 (2012) 62–70.
- [8] R. Kamai, Y.H. Hatzor, Numerical analysis of block stone displacements in ancient masonry structures: a new method to estimate historic ground motion, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 32 (2008) 1321–1340.