



## Caractéristiques d'ondes d'inertie gravité dans une cavité barocline

### *Inertia gravity waves characteristics within a baroclinic cavity*

Anthony Randriamampianina

Laboratoire de Mécanique, Modélisation et Procédés Propres, UMR 7340 CNRS, Aix-Marseille Université, Technopôle de Château-Gombert, 38, rue Frédéric-Joliot-Curie, 13451 Marseille cedex 20, France

#### INFO ARTICLE

##### Historique de l'article :

Reçu le 15 mai 2012

Accepté le 28 janvier 2013

Disponible sur Internet le 23 février 2013

##### Mots-clés :

Mécanique des fluides

Ondes d'inertie gravité

Instabilité barocline

##### Keywords:

Fluid mechanics

Inertia gravity waves

Baroclinic instability

#### RÉSUMÉ

Des simulations numériques directes de haute résolution ont mis en évidence la présence simultanée d'ondes d'inertie gravité avec des instabilités baroclines dans un domaine annulaire tournant différenciellement chauffé, la « cavité barocline ». Elle est remplie d'un liquide caractérisé par un nombre de Prandtl  $Pr = 16$ . Une technique de décomposition des variables a permis de séparer dans l'espace et dans le temps les contributions des vagues baroclines de celles de fluctuations de petite échelle. Ces dernières ont été identifiées comme des ondes d'inertie gravité à partir de leur relation de dispersion. Nous nous intéressons en particulier au mécanisme responsable de la génération spontanée de ces ondes.

© 2013 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

#### ABSTRACT

High-resolution direct numerical simulations have shown the occurrence of inertia gravity waves simultaneously with baroclinic instabilities within a differentially heated rotating annulus, the "baroclinic cavity". The working fluid is characterised by a Prandtl number  $Pr = 16$ . A decomposition technique applied to the dependent variables has allowed us to separate in space and in time the contributions of the large-scale baroclinic structures from that of the small-scale fluctuations. These latter have been identified as inertia gravity waves from their dispersion relation. The present work is particularly focused on the mechanism responsible for the spontaneous generation of these waves.

© 2013 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

#### Abridged English version

Simulations are carried out to describe the small-scale features spontaneously developing in rotating stratified flows in the context of geophysical phenomena. Inertia gravity waves (IGWs) are ubiquitous in the atmosphere and oceans and are recognized for playing a fundamental role in a wide variety of processes. Observations and simulations have revealed their occurrence during the development of baroclinic instability, known to be one of the dominant energetic processes in the large-scale atmosphere and oceans.

In a comprehensive review of waves dynamics in the middle atmosphere, Fritts and Alexander [1] reported different gravity wave sources with the related relevant general characteristics. They mainly arise from topography, convection, shear, jet streams, and frontal systems, wave-wave interactions. However, despite the intensive research activity carried out, the

Adresse e-mail : [randria@L3M.univ-mrs.fr](mailto:randria@L3M.univ-mrs.fr).

mechanisms responsible for the generation of gravity waves as well as their interactions with baroclinic instabilities still remain poorly understood. In a recent numerical study using a baroclinic cavity, Jacoby et al. [2] identified small-scale features along the inner cold cylinder as IGWs, simultaneously with baroclinic waves. They mentioned that the fluctuations originated from a localized thermal boundary layer instability due in particular to a high value of the Prandtl number  $Pr = 24.47$ . However, their analysis, derived from linear stability theory [3], did not take into account any rotation effect and therefore the associated baroclinic instability. In the present case, the IGWs are found to remain attached to the large-scale background motion.

The simulation concerns one experimental rig used at the University of Oxford, UK [4]. The configuration consists of an annular domain of inner radius  $a = 4.5$  cm, outer radius  $b = 15$  cm and height  $d = 26$  cm, rotating around its vertical axis of symmetry at  $\Omega = 0.5125$  rad/s. The cavity is filled with a liquid defined by a Prandtl number  $Pr = 16$  and is submitted to a temperature difference  $\Delta T = 2$  K between the inner, cold, and outer, hot, cylinders closed by horizontal insulating endplates. These values correspond to the following dimensionless parameters: Froude number  $Fr = \Omega^2(b - a)/g = 2.811 \times 10^{-3}$ , Taylor number  $Ta = 4\Omega^2(b - a)^5/(\nu^2d) = 12.396 \times 10^6$  and Rayleigh number  $Ra = g\alpha\Delta T(b - a)^3/(\nu\kappa) = 2.7735 \times 10^7$ . The governing equations under the Boussinesq approximation as well as the solution method based on high-resolution pseudospectral technique are detailed in [5]. To allow a direct comparison of the present solution characteristics with the available data obtained by Jacoby et al. [2], discussions are conducted with dimensional variables.

The simulation predicts a regular wave regime characterized spatially by a dominant azimuthal wavenumber  $\mu = 3$  and temporally by an amplitude vacillation, denoted 3AV. However, in some particular regions, the flow exhibits locally a spatio-temporal chaotic behavior. As already done in [5] to describe the temporal characteristics, we use the representation in the phase-space based on time series of cosine and sine components of the dominant wavenumber from a Fourier analysis of the temperature at three specific  $(r, z)$  locations (Fig. 1). In agreement with experimental findings [4], the first plot at mid-radius and mid-height  $(r_{\text{mid}}, z_{\text{mid}})$  shows a classical 3AV profile defined by two frequencies: the wave drift represented by the large circle and the periodic amplitude oscillations, both related to the baroclinic instability [5]. The two others are taken at a same radius location  $r_{\text{bl}}$  inside the boundary layer along the inner cold cylinder, but at different heights. The map at mid-height  $(r_{\text{bl}}, z_{\text{mid}})$  exhibits an additional frequency from a modulation of amplitude oscillations yielding a quasi-periodic 3MAV ( $\mu = 3$  Modulated Amplitude Vacillation) behavior, while the one located near the bottom wall  $(r_{\text{bl}}, z_{\text{bot}})$  corresponds to a chaotic 3MAV regime [5]. Since such different AV regimes were not observed simultaneously under the same given control parameters within the air-filled cavity [5], but successively when increasing the rotation rate, these localized 3MAV are directly ascribed to the presence of IGWs. The magnitudes are related to IGWs activity, more specifically to the balance between the two phenomena. It reflects the variability of IGWs and the interaction between these very different waves. In particular, it puts forward the ability of the IGWs to induce locally a chaotic flow regime. Such behaviors were not mentioned in previous experiments. To separate the two scales in time and in space, we introduce the three-term decomposition proposed by Hussain and Reynolds [6]:

$$g(\mathbf{X}, t) = g'(\mathbf{X}, t) + \tilde{g}(\mathbf{X}, t) + \bar{g}(\mathbf{X}) \quad (1)$$

where  $g$  represents each flow-dependent variable,  $\mathbf{X}$  is the position vector and  $t$  denotes the time,  $g'$  corresponds to the fluctuations,  $\tilde{g}$  to the large-scale structures, and  $\bar{g}$  to the time-averaged solution.

To check its efficiency to capture the different scales, the technique was applied to the azimuth-time map of the temperature at the location  $(r_{\text{bl}}, z_{\text{bot}})$  where the chaotic 3MAV behavior was observed in Fig. 1. The three components are displayed in Fig. 2 for about three fundamental periods of the large-scale motion, showing the different wave structures and their strong links. By selecting specific cuts (Fig. 3), we can deduce the dimensionless periods in the frame rotating with the cavity  $T_d^* = T_d \times 2\Omega \sim 1800$  and  $T_g^* = T_g \times 2\Omega \sim 60$ , giving the dimensional drift frequency  $\omega_d = 2\pi/T_d \sim 3.578 \times 10^{-3}$  rad/s for the large-scale background flow and absolute frequency  $\omega_g = 2\pi/T_g \sim 0.107$  rad/s for the fluctuations, respectively (\* denotes dimensionless variables, and  $(2\Omega)^{-1}$  is the reference time scale). It is worth mentioning the characteristic stiff jump of the temperature during AV regimes [5], which is reflected in the evolution of the fluctuations. Note the difference of time scales between the two phenomena  $T_d/T_g \sim 30$ , as well as of the amplitudes of oscillations. To determine the nature of these small-scale features, this absolute frequency  $\omega_g$  obtained from computations can be compared with another value provided independently by Doppler effect, involving the intrinsic frequency calculated from the IGWs dispersion relation. This frequency corresponds to the one that would be observed in a frame moving with the background flow. The dispersion relation writes [1]:

$$\hat{\omega}^2 = \frac{N^2(k^2 + l^2) + f^2m^2}{k^2 + l^2 + m^2} \quad (2)$$

where  $N = \sqrt{g\alpha\partial T/\partial z}$  is the buoyancy frequency,  $f = 2\Omega$  is the Coriolis parameter,  $k, l, m$  are the wavenumbers in radial, zonal and vertical directions. Similarly to the frequencies, the wavenumbers can be estimated from cross sections of instantaneous fluctuations fields (Fig. 4). From the field in  $(\theta, r)$  plane at a fixed height (Fig. 4(a)), we have:  $\lambda_r \sim 1.193$  cm yielding  $k = 2\pi/\lambda_r \sim 5.266/\text{cm}$ ;  $\lambda_\theta \sim 0.2327$ , giving  $l = 2\pi/(r_{\text{bl}}\lambda_\theta) \sim 5.4/\text{cm}$  where  $r_{\text{bl}} \sim 5$  cm is the radial location of the highest intensity of fluctuations. From the map in  $(\theta, z)$  plane at fixed radius  $r_{\text{bl}}$  (Fig. 4(b)), we have:  $\lambda_z \sim 4.33$  cm, giving  $m \sim 1.45/\text{cm}$ .  $N \sim 0.176$  rad/s is estimated from the mean temperature gradient  $\Delta T/\Delta z \sim 0.1$  K/cm in the region where IGWs prevail, while  $f = 2\Omega = 1.025$  rad/s. Then from Eq. (2), we obtain:  $\hat{\omega} \sim 0.259$  rad/s. These characteristics  $N < \hat{\omega} < f$  are consistent with the findings of Jacoby et al. [2] with  $\hat{\omega} \sim N < f$ .

Then we can deduce another absolute frequency  $\omega_a$  for the fluctuations using the Doppler relation [2]:

$$\omega_a = \hat{\omega} - l\bar{v} \quad (3)$$

since the only motion of the background flow corresponds to the uniform drift of the baroclinic waves in the zonal direction:  $\bar{v} = r_{b1} \omega_d$ . We find:  $\omega_a \sim 0.16$  rad/s, which is to be compared with the computed value  $\omega_g \sim 0.107$  rad/s. The consistency of these values confirms the nature of these small-scale features to be that of IGWs. Exact agreement cannot be obtained due in particular to the waves' variability, keeping in mind that wavenumbers have been estimated from instantaneous fields characterized by chaotic behavior. Moreover, the dispersion relation (2) has been established from linear analysis, while nonlinear terms indeed play a key role during the development of the present time-dependent flows.

For the same kind of IGWs, Jacoby et al. [2] concluded that a thermal boundary layer instability was the generation mechanism, irrespective of the rotation effect involved. The present IGWs were observed spreading from the inner cold cylinder following the baroclinic 3-wave structure, as revealed by the instantaneous isotherms in an  $(r, \theta)$  plane (Fig. 5). The small-scale features propagate vertically along the inner cold wall over three ridges, as seen from an instantaneous isosurface of the temperature (Fig. 5). The intensity decreases with height, as the IGWs are absorbed by the hot zone dominating the upper region of the cavity, conspicuous on the instantaneous temperature field in an  $(r, z)$  plane, where  $N \rightarrow 0$  gives rise to Taylor columns as illustrated in Fig. 4(b), where the wavenumber vector is horizontal  $m = 0$ . Intense activity of IGWs prevails towards the bottom wall, with a strong stratification preventing from the expansion of the waves within the cavity. Just before the release of IGWs along the inner cylinder, represented by broken isosurface, a density overturn was observed as pointed out by the presence of an outgrowth of cold fluid inside the cavity seen from  $T(r, \theta)$  and by a hump on the isosurface, corresponding to a localized Kelvin–Helmholtz instability (KHI) emitted by baroclinic instability. The time–height map, displayed in Fig. 6, of the temperature at this fixed azimuth and radius location shows the characteristic detached layer, oscillating with the same frequency as the IGWs. These oscillations are not dumped but the IGWs are transported by the drifting large-scale background 3-wave flow. The IGWs result from the break of this KHI impinging on the inner cold wall. During their simulation of large-scale atmospheric circulation in a spherical cavity, O'Sullivan and Dunkerton [7] mentioned that KHI was responsible for the breakdown of IGWs associated with baroclinic waves. As observed in Fig. 1, the present IGWs have triggered locally a spatio-temporal chaotic flow regime. The IGWs emission is different from the behavior obtained from simulations using the actual dimensions of the atmosphere, where the IGWs develop at the exit of the jet stream [7,8], with a higher stratification level compared with inertial frequency  $N \gg f$ . When using air  $Pr = 0.7$  as working fluid in the present geometrical configuration, we did not observe any occurrence of IGWs, showing the important role played by the Prandtl number, through the stratification.

## 1. Introduction

Des simulations ont été réalisées pour décrire les petites fluctuations se développant spontanément en écoulements tournants stratifiés dans le contexte de phénomènes géophysiques. En effet, les ondes d'inertie gravité (IGWs) sont omniprésentes dans l'atmosphère et les océans, et sont reconnues pour leur rôle prépondérant dans une large variété de processus. Diverses observations et simulations ont rapporté que ces ondes apparaissent lors du développement d'instabilités baroclines, qui constituent une part majeure des procédés énergétiques dominant les mouvements atmosphériques et océaniques à grande échelle.

Dans une large revue sur la dynamique des vagues en moyenne atmosphère, Fritts et Alexander [1] ont rapporté différentes sources d'IGWs, avec leurs caractéristiques générales associées. Elles proviennent principalement de la topographie, de la convection, du cisaillement, des systèmes de courants de jet et de fronts, des interactions entre ondes. Cependant, malgré les recherches intensives menées, les mécanismes responsables de la génération spontanée des IGWs ainsi que leurs interactions avec les instabilités baroclines demeurent encore mal compris. Dans une récente étude numérique dans une cavité barocline, Jacoby et al. [2] ont identifié des motifs de petite échelle le long du cylindre interne comme des IGWs, simultanément avec des vagues baroclines. Ces auteurs ont mentionné que les fluctuations provenaient d'une instabilité de la couche limite thermique localisée, due en particulier à une valeur élevée du nombre de Prandtl  $Pr = 24.47$ . Cependant, leur analyse, dérivée d'une théorie de stabilité linéaire [3], ne prenait en compte aucun effet de la rotation et ainsi de l'instabilité barocline associée. Dans le cas présent, les IGWs restent attachées au mouvement de fond à grande échelle.

La simulation concerne un banc expérimental utilisé à l'université d'Oxford (Royaume-Uni) [4]. La configuration consiste en un domaine annulaire ayant un rayon interne  $a = 4.5$  cm, un rayon externe  $b = 15$  cm et une hauteur  $d = 26$  cm, tournant en bloc autour de son axe de symétrie vertical, avec  $\Omega = 0.5125$  rad/s. La cavité est remplie d'un fluide défini par un nombre de Prandtl  $Pr = 16$  et soumise à une différence de température  $\Delta T = 2$  K entre les cylindres interne, froid, et externe, chaud, fermés par des plaques horizontales adiabatiques. Ces valeurs correspondent aux paramètres adimensionnés suivants : nombre de Froude  $Fr = \Omega^2(b - a)/g = 2,811 \times 10^{-3}$ , nombre de Taylor  $Ta = 4\Omega^2(b - a)^5/(v^2d) = 12,396 \times 10^6$  et nombre de Rayleigh  $Ra = g\alpha\Delta T(b - a)^3/(\nu\kappa) = 2,7735 \times 10^7$ . Les équations du mouvement sous l'approximation de Boussinesq, ainsi que l'algorithme de résolution basé sur les méthodes de haute précision pseudospectrales, sont détaillés dans [5]. Afin de permettre une comparaison directe des caractéristiques des solutions avec celles obtenues par Jacoby et al. [2], les résultats sont présentés avec les variables dimensionnées.

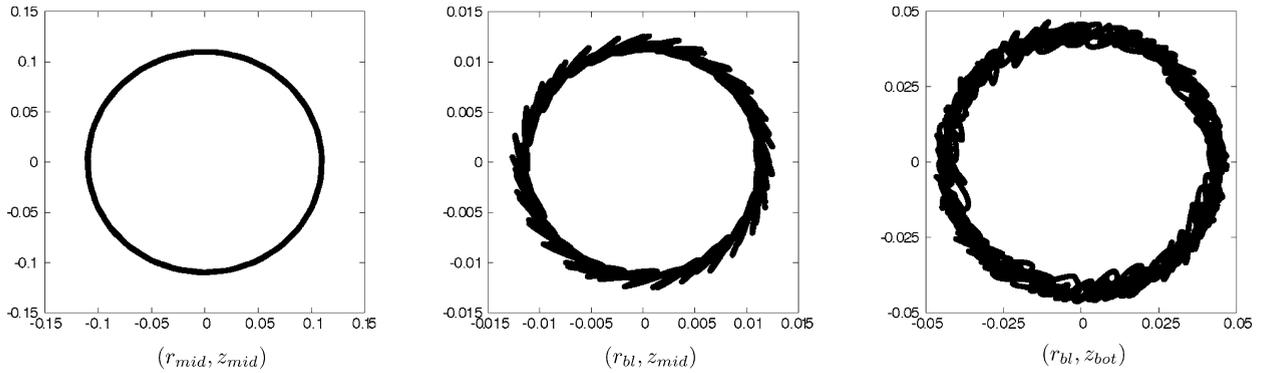


Fig. 1. Représentation dans l'espace des phases de l'évolution temporelle des composantes du mode azimutal dominant à trois positions  $(r, z)$  fixées différentes.

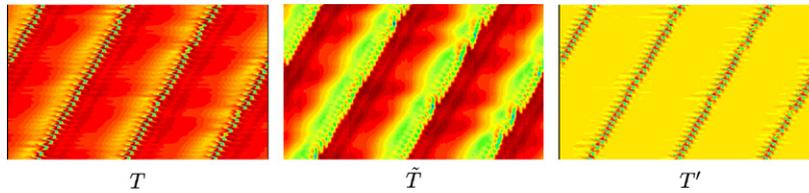


Fig. 2. Décomposition en azimut-temps de la température à  $(r_{bl}, z_{bot})$  : en abscisse, l'azimut  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , et en ordonnée, le temps adimensionné  $0 \leq t \leq 5600$ .

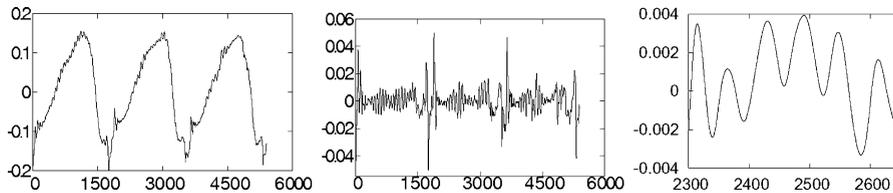


Fig. 3. Évolution temporelle en un point fixe de la température  $T$  et des fluctuations correspondantes  $T'$ , avec un agrandissement sur les fluctuations.

## 2. Caractérisation et identification des ondes d'inertie gravité

La simulation trouve un régime de vagues régulières caractérisé spatialement par un nombre d'onde azimutal dominant  $\mu = 3$  et temporellement par une vacillation d'amplitude, noté 3AV. Cependant, dans certaines régions particulières, l'écoulement montre un comportement spatio-temporel chaotique. Comme cela a été fait dans [5] pour décrire les caractéristiques temporelles, nous utilisons une représentation dans l'espace des phases basée sur les évolutions au cours du temps des composantes du mode azimutal dominant de l'analyse de Fourier sur la température à trois endroits spécifiques  $(r, z)$  fixes (Fig. 1). En accord avec les études expérimentales, le premier graphe obtenu à mi-rayon et à mi-hauteur  $(r_{mid}, z_{mid})$  montre un profil typique 3AV défini par deux fréquences : la vitesse angulaire de dérive des grosses vagues représentée par le plus grand cercle et les oscillations périodiques de l'amplitude, les deux étant reliées à l'instabilité barocline [5]. Les deux autres sont pris à un même rayon  $r_{bl}$  situé à l'intérieur de la couche limite, le long du cylindre interne froid, mais à des hauteurs différentes. L'image à mi-hauteur  $(r_{bl}, z_{mid})$  présente une fréquence supplémentaire provenant de la modulation des oscillations de l'amplitude amenant un comportement quasi-périodique 3MAV (*Modulated Amplitude Vacillation*), tandis que celle proche de la paroi inférieure  $(r_{bl}, z_{bot})$  correspond à un régime chaotique 3MAV [5]. Comme de tels changements de régimes AV n'ont pas été observés simultanément pour des valeurs fixées des paramètres de contrôle dans une cavité remplie d'air [5], mais successivement en augmentant le taux de rotation, ces régimes 3MAV localisés sont directement associés à la présence des IGWs. Les magnitudes sont reliées à l'activité des IGWs, plus spécifiquement à la balance entre les deux échelles. Cela reflète la variabilité des IGWs ainsi que l'interaction entre ces deux phénomènes très différents. En particulier, cela met en évidence la capacité des IGWs à induire localement un régime d'écoulement chaotique. De tels comportements n'ont pas été rapportés par l'expérience [4].

Pour séparer les deux échelles dans le temps et dans l'espace, nous introduisons dans l'équation (1) la décomposition à trois termes proposée par Hussain et Reynolds [6]. L'efficacité de la technique à capturer les différentes échelles a été testée sur l'évolution en azimut-temps de la température à l'endroit  $(r_{bl}, z_{bot})$  où l'on avait obtenu le régime 3MAV chaotique de la Fig. 1. Les trois composantes sont présentées sur la Fig. 2 pour environ trois périodes fondamentales du mouvement à grande échelle, montrant les différentes structures, ainsi que leur forte relation. En sélectionnant des coupes spécifiques (Fig. 3), nous pouvons déduire les périodes adimensionnées dans le repère tournant avec la cavité  $T_d^* = T_d \times 2\Omega \sim 1800$

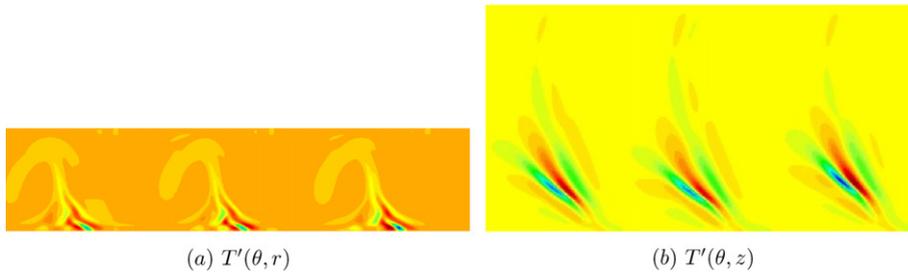


Fig. 4. Champs instantanés de fluctuations  $T'$  respectivement dans les plans  $(\theta, r)$  (a),  $\theta \in [0, 2\pi]$  et  $r \in [a, b]$ , et  $(\theta, z)$  (b),  $z \in [0, d]$ .

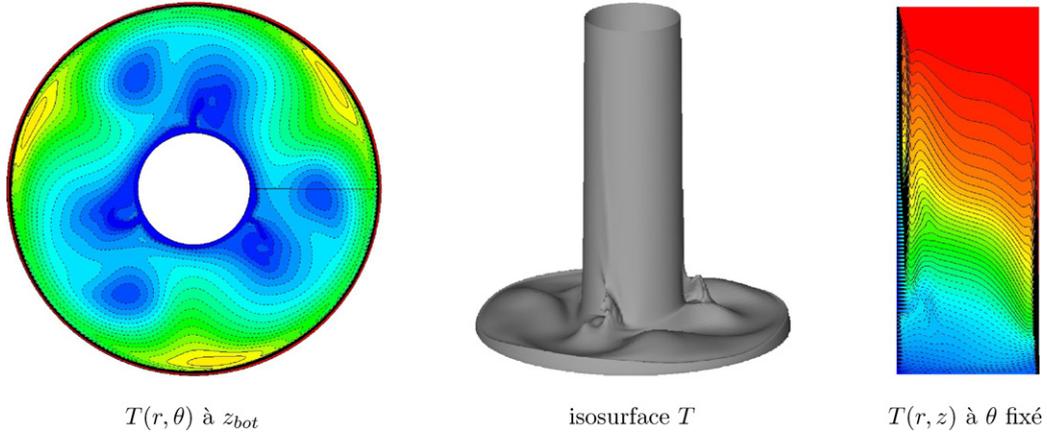


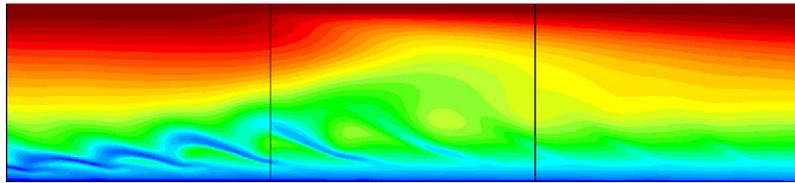
Fig. 5. Champs et isosurface instantanés de la température.

et  $T_g^* = T_g \times 2\Omega \sim 60$ , donnant les valeurs dimensionnées des fréquences respectivement de dérive  $\omega_d = 2\pi/T_d \sim 3,578 \times 10^{-3}$  rad/s pour l'écoulement de fond à grande échelle et absolue  $\omega_g = 2\pi/T_g \sim 0,107$  rad/s pour les fluctuations (\* dénote des variables adimensionnées, et  $(2\Omega)^{-1}$  est l'échelle de référence du temps). Il est à remarquer le saut caractéristique de la température lors de régimes AV [5], qui est reflété sur les variations des fluctuations. Notons les différences d'échelle de temps entre les deux phénomènes  $T_d/T_g \sim 30$ , ainsi que d'amplitude des oscillations. Pour déterminer la nature de ces motifs de petite échelle, cette fréquence absolue  $\omega_g$  obtenue par la simulation peut être comparée avec une autre valeur fournie indépendamment par effet Doppler, faisant intervenir la fréquence intrinsèque calculée avec la relation de dispersion des IGWs. Cette fréquence correspond à celle observée dans un référentiel se déplaçant avec l'écoulement de fond. La relation de dispersion [1] est donnée par l'équation (2). Similairement aux fréquences, les nombres d'onde peuvent être estimés à partir de sections croisées de champs instantanés de fluctuations (Fig. 4). Dans le plan  $(\theta, r)$  à hauteur fixée (Fig. 4(a)), nous avons  $\lambda_r \sim 1,193$  cm, amenant  $k = 2\pi/\lambda_r \sim 5,266/\text{cm}$ ;  $\lambda_\theta \sim 0,2327$  donnant  $l = 2\pi/(r_{bl}\lambda_\theta) \sim 5,4/\text{cm}$  où  $r_{bl} \sim 5$  cm correspond au rayon avec la plus forte intensité des fluctuations (Fig. 1). De la section  $(\theta, z)$  prise au rayon  $r_{bl}$  (Fig. 4(b)), nous déduisons  $\lambda_z \sim 4,33$  cm, donnant  $m \sim 1,45/\text{cm}$ .  $N \sim 0,176$  rad/s est estimée à partir du gradient moyen de température  $\Delta T/\Delta z \sim 0,1$  K/cm dans la zone de prédominance des fluctuations, tandis que  $f = 2\Omega = 1,025$  rad/s. Ainsi, l'équation (2) conduit à :  $\hat{\omega} \sim 0,259$  rad/s. Ces caractéristiques  $N < \hat{\omega} < f$  sont cohérentes avec les résultats de Jacoby et al. [2], avec  $\hat{\omega} \sim N < f$ .

Ensuite, l'équation (3) sur l'effet Doppler [2] nous fournit une autre fréquence absolue  $\omega_a$  pour les fluctuations :  $\omega_a \sim 0,16$  rad/s, à comparer avec la valeur obtenue par simulation  $\omega_g \sim 0,107$  rad/s. Cette relation (3) tient compte du fait que le seul mouvement de l'écoulement de fond à grande échelle provient de la dérive de l'ensemble dans la direction azimutale avec la vitesse angulaire  $\omega_d$ . La cohérence entre ces deux valeurs confirme la nature de ces motifs de petite échelle comme étant celle d'IGWs. Une concordance exacte ne peut être obtenue, en particulier, à cause de la variabilité des ondes, sachant que les nombres d'onde ont été estimés sur des champs instantanés caractérisés par un comportement chaotique. En outre, la relation de dispersion (2) a été établie sur une analyse de stabilité linéaire, alors que les termes non linéaires jouent un rôle important sur le développement des écoulements dépendants du temps obtenus.

### 3. Mécanisme générateur

Pour la même classe d'IGWs, Jacoby et al. [2] ont conclu que le mécanisme générateur était une instabilité localisée de couche limite thermique, indépendamment des effets de rotation impliqués. Nous avons observé l'expansion des IGWs le long du cylindre interne froid, mais suivant la structure barocline à trois vagues, comme le révèlent les isothermes instantanées dans un plan  $(r, \theta)$  sur la Fig. 5. Les motifs de petite échelle se propagent verticalement sur trois crêtes le long



**Fig. 6.** Évolution spatio-temporelle selon la hauteur de la température à  $(r, \theta)$  fixé : en abscisse, le temps adimensionné  $0 \leq t \leq 540$ , en ordonnée, la hauteur  $0 \leq z/d \leq 1$ .

de la paroi interne, comme cela est visible sur une isosurface instantanée de la température (Fig. 5). Leur intensité diminue avec la hauteur, les IGWs étant absorbées vers la zone chaude dominant la partie supérieure de la cavité, montrée par les isothermes instantanées dans un plan  $(r, z)$  (Fig. 5), où  $N \rightarrow 0$ , donnant naissance à des colonnes de Taylor vers cette région, visibles sur la Fig. 4(b), avec un vecteur nombre d'ondes horizontal  $m = 0$ . Une activité intense des IGWs prédomine vers la partie inférieure de la cavité, accompagnée d'une forte stratification qui empêche l'expansion des ondes à l'intérieur de celle-ci, en les restreignant vers la couche limite le long du cylindre interne. Juste avant le développement des IGWs le long de cette paroi, représentées par des lignes brisées sur l'isosurface, un renversement de densité a été observé, signalé par la présence d'une zone froide vers l'intérieur de la cavité sur les contours  $T(r, \theta)$  et une bosse sur l'isosurface, qui correspond à une instabilité localisée de Kelvin–Helmholtz (KHI) émise par l'instabilité barocline. Ainsi, comme les IGWs, cette KHI est également attachée à la structure à trois vagues du mouvement à grande échelle. Sur la Fig. 6, l'image en temps–hauteur de la température prise à cet endroit fixe en rayon et azimut, où se situe une des trois KHI mentionnée, montre une couche caractéristique détachée, oscillant avec la même fréquence que les IGWs. Les oscillations ne sont pas amorties, mais les IGWs sont transportées par la dérive des vagues baroclines. Les IGWs résultent de la brisure de ces KHI venant heurter la paroi interne froide. Dans leur simulation de la circulation atmosphérique à grande échelle dans une cavité sphérique, O'Sullivan et Dunkerton [7] ont mentionné qu'une KHI était responsable de l'éclatement des IGWs associées avec des vagues baroclines. Les présentes IGWs ont induit localement un chaos spatio-temporel (Fig. 1). Cependant, leur émission est différente du comportement obtenu par des simulations utilisant les dimensions réelles dans l'atmosphère pour lesquelles les IGWs se développaient à la sortie des courants de jet [7,8], avec un niveau de stratification plus élevé que la fréquence inertielle  $N \gg f$ . En utilisant l'air ( $Pr = 0,7$ ) dans la présente configuration géométrique, il n'a été observé aucune apparition de ces IGWs, soulignant le rôle important joué par le nombre de Prandtl dans la stratification.

## Remerciements

L'auteur remercie Pr P.L. Read et Dr T. Jacoby (AOPP, Oxford, Royaume-Uni), Pr E. Crespo del Arco (UNED, Madrid, Espagne), ainsi que Dr R. Plougonven (LMD, Paris, France) pour les discussions fructueuses qu'ils ont eues avec lui tout au long de cette étude. Ces travaux ont bénéficié d'un accès aux moyens de calcul du CCRT et de l'IDRIS au travers de l'allocation de ressources n° 21444 attribuée par GENCI.

## Références

- [1] D.C. Fritts, J. Alexander, Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere, *Rev. Geophys.* 41 (2003) 1003.
- [2] T.N.L. Jacoby, P.L. Read, P.D. Williams, R.M.B. Young, Generation of inertia-gravity waves in the rotating thermal annulus by a localised boundary layer instability, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 105 (2011) 161–181.
- [3] A.E. Gill, A. Davey, Instabilities of a buoyancy-driven system, *J. Fluid Mech.* 35 (1969) 775–798.
- [4] R.D. Wordsworth, Theoretical and experimental investigations of turbulent jet formation in planetary fluid dynamics, PhD thesis, Linacre College, Oxford University, UK, 2009.
- [5] A. Randriamampianina, W.-G. Früh, P.L. Read, P. Maubert, Direct numerical simulations of bifurcations in an air-filled rotating baroclinic cavity, *J. Fluid Mech.* 561 (2006) 359–389.
- [6] A.K.M.F. Hussain, W.C. Reynolds, The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.* 41 (1970) 241–258.
- [7] D. O'Sullivan, T.J. Dunkerton, Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability, *J. Atmos. Sci.* 52 (1995) 3695–3716.
- [8] R. Plougonven, C. Snyder, Inertia-gravity waves spontaneously generated by jets and fronts. Part I: Different baroclinic life cycles, *J. Atmos. Sci.* 64 (2007) 2502–2520.