

Adhésion et cinétique de décollement d'un cône rigide tronqué en contact avec un élastomère souple

Stéphane Bouissou^a, Michel Barquins^{b*}

^a Laboratoire géosciences d'Azur, UMR n°6526, 250, rue Albert-Einstein, Sophia Antipolis, 06560 Valbonne, France

^b Laboratoire de physique et de mécanique des milieux hétérogènes, UMR n°7636, 10, rue Vauquelin, 75231 Paris cedex 05, France

Reçu le 19 septembre 2001 ; accepté après révision le 5 décembre 2001

Note présentée par Pierre-Gilles de Gennes.

Résumé

L'équilibre et la cinétique de décollement, à charge imposée, d'un tronc de cône rigide, en contact avec la surface plane et lisse d'un massif d'élastomère souple, sont étudiés à partir des concepts de la mécanique de la rupture. La variation de la fonction de dissipation viscoélastique $\Phi = (G - w)/w$, où G est le taux de restitution de l'énergie mécanique et w l'énergie d'adhésion de Dupré, est examinée en fonction de la vitesse d'avance V du bord de la zone circulaire de contact assimilé à un front de fissure. La variation de Φ en fonction de la puissance 0,55 de la vitesse V est retrouvée, confirmant ainsi la loi établie lors de récentes expériences d'adhérence réalisées par Barquins et al. avec le même élastomère (caoutchouc naturel non chargé). *Pour citer cet article* : S. Bouissou, M. Barquins, C. R. Physique 3 (2002) 239–245. © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

contact adhésif d'un tronc de cône / mécanique de la rupture / cinétique de décollement

Adhesive contact and kinetics of adherence between a rigid flat-ended cone and a soft elastomeric body

Abstract

The equilibrium contact and the kinetics of adherence, at an imposed applied load, of a rigid flat-ended cone in contact with the flat and smooth surface of a soft elastomer sample (unfilled natural rubber) are examined with the help of fracture mechanics concepts. The variation of the dissipation function $\Phi = (G - w)/w$, where G is the strain energy release rate and w the Dupré energy of adhesion, is studied as a function of the crack propagation speed V at the interface between the flat-ended rigid cone and the elastic solid. As expected, a master curve $\Phi(V)$ is found, confirming the variation of Φ as the 0.55 power function of V , as recently established by Barquins et al. in adherence experiments, with the same rubber-like material. *To cite this article*: S. Bouissou, M. Barquins, C. R. Physique 3 (2002) 239–245. © 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

adhesion tests / fracture mechanics / kinetics of adherence

* Correspondance et tirés à part.

Adresse e-mail : babar@pmmh.espci.fr (M. Barquins).

Abridged English version

In a previous paper [1], the theoretical equilibrium contact area between a flat-ended conical rigid punch (Fig. 1) and a flat and smooth surface of an elastic half-space (natural rubber), under various applied masses m , have been studied. This was undertaken by using the Griffith criterion $G = w$, where w is the Dupré energy of adhesion, and G is the strain energy release rate [10]. G is given by (1) and depends on the applied load $P = mg$, the radius a of the contact area and the load P_1 (relation (3)). The latter corresponds to the load, which provides the same contact radius as under the effective applied load P but without taking into account the molecular attraction forces, i.e. in the case of the general theory of elasticity.

In the present paper two sets of experiments are carried out. In a first set, radii of equilibrium of contact area of a flat ended cone (flat radius $a_m = 257 \mu\text{m}$), pressed against a natural rubber sample (Young's modulus $E = 0.89 \text{ MPa}$, Poisson's ratio $\nu = 0.5$), are studied. The case of a perfect rigid conical punch is also analysed in order to assess w from the method previously described [9]. In a second set of experiments, we demonstrate that push-on/pull-off experiments allow us first to study the kinetics of adherence and second to confirm a variation of the dissipation function Φ , given by (5). As previously determined in adherence of axisymmetrical punches, in rolling experiments of cylinder and in rebound tests of rigid balls [4–9], Φ depends on the crack propagation speed V with the same power law $V^{0.55}$ for the same rubber-like material.

At equilibrium, $G = w$, the radius of the contact area a and the normal applied load P are linked by the relation (4) where ρ represents the ratio a_m/a . The particular case $\rho = 0$ corresponds to the adhesive contact of a perfect conical punch [9], whereas the other particular case, $\rho = 1$, provides the equilibrium contact of a flat punch of radius a_m [10].

The kinetics of adherence is studied from the equilibrium state ($G = w$) by changing the load. When the mass m , and hence the force $P = mg$, is decreased, the rate G given by (1) and (3) increases. These imply that $G > w$ and the two solids begin to separate. Indeed, it is now well known [10] that the kinetics of adherence is described by the Eq. (5) in which the difference ($G - w$) represents the force per unit crack length. The magnitude of this difference is the “motive” of the crack, which impose a crack velocity value V only dependent only on the temperature. In (5), the second term corresponds to the viscous drag resulting from the losses at the crack tip. $\Phi(a_T V)$ is a dimensionless function, proportional to w [11,12], linked to the viscoelastic material, and only dependent on the crack propagation speed V and on the temperature T through the shift factor a_T in the WLF transformation [10]. At any time, the crack propagates with a velocity which ensures a balance between losses and the motive.

Starting from the equilibrium state under the mass m_i , the study of the kinetics of adherence consists in measuring the evolution of the radius a of the contact area as a function of time t when an another mass $m_a < m_i$ is imposed. For each value of a , the strain energy release rate G is calculated with help of (1) and (3) and is linked to the crack propagation velocity $V = -da/dt$. Thus, knowledge of w allows us to plot the variation of the dissipation function Φ , from (5), *versus* crack velocity V and hence to verify previous results concerning the Φ variation as the 0.55 power function of the crack propagation velocity V for the natural rubber tested [4–9].

Equilibrium and unloading experiments were carried out at constant temperature $\theta = 24^\circ\text{C}$ and humidity ratio $H.R. = 53\%$, using an apparatus already described [9]. It consists in a thick sheet of a soft and transparent natural rubber with a flat, smooth and clean surface glued under a glass sheet. A precision balance supports at the end of its arm a flat-ended cone, made of plexiglas[®], with a flat radius $a_m = 257 \mu\text{m}$. The punch is applied, for a duration of $t_i = 10 \text{ min}$, under a compressive mass m_i , corresponding to the normal load $P_i = m_i g$, against the rubber surface. Then the contact radius a is measured, so that an equilibrium curve $a(m_i)$ can be drawn. The contact area, illuminated by the reflection of white light, is observed through the conical punch. For a quantitative evaluation of the contact area at equilibrium and its evolution during rupture, a video camera records contact areas at 50 frames per second with approximately hundred fold magnification.

Fig. 2 shows equilibrium contacts observed with both flat-ended conical and perfect conical punch, for comparison. It is clearly shown that the existence of a flat area on a cone tip increases the ultimate adherence force with respect to a perfect conical punch.

Unloading experiments occurred from the equilibrium state, applying another mass m_a , more tensile than m_i , in order to break the contact. Two sets of experiments have been undertaken. Firstly, starting from the same mass $m_i = 5$ g to the same active mass $m_a = -0.6$ g, the flat-ended cone and the perfect cone were tested. It is clearly shown that the flat-ended cone leads to a new equilibrium, whereas the perfect cone leads to the rupture of contact area. Second, a higher tensile load $m_a = -1$ g was applied. Fig. 3 shows that the existence of a flat on the cone tip delays the complete rupture of the contact (curves A' and B' in Fig. 3).

In order to study the kinetics of adherence, for each experimental point chosen on curves (Fig. 3), we compute the corresponding strain energy release rate $G(a)$, using (1) with P_1 given by (3), and then the dissipation function Φ (relation (5)). The crack propagation speed $V = -da/dt$ is then deduced from the local slope of the curve $a(t)$. This allows us to plot the curve G versus V (Fig. 4).

As expected, taking into account recent previous results [4–9], it is found (Fig. 5) that for our natural rubber sample, the master curve representing the function Φ varies as the 0.55 power of the crack propagation velocity V , with a quite good accurate.

These results prove once again that the master curve drawn and its variation as $V^{0.55}$ is a characteristic of the mode I propagation at the interface of our rubber-like material.

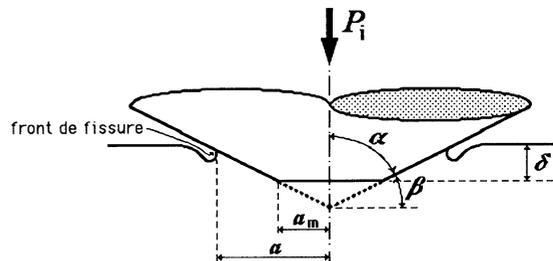
1. Introduction

Dans une étude précédente [1], les équations du contact d'équilibre entre un cône rigide de demi-angle vertical β présentant un méplat de rayon a_m (Fig. 1), et la surface plane et lisse d'un massif élastique semi-infini, sous l'action d'une charge P , ont été établies à partir de la généralisation qu'a entreprise Sneddon en 1965 [2,3] du problème de Hertz étendue à tous les poinçons axisymétriques de forme convexe. Les expériences relatives à cette géométrie particulière de poinçon sont présentées ici avec un tronc de cône rigide en plexiglas® et un massif de caoutchouc naturel réticulé souple (module d'élasticité $E = 0,89$ MPa et coefficient de Poisson $\nu \cong 0,5$), pour ensuite étudier avec précision la cinétique de décollement du tronc de cône, présentant un méplat parallèle à l'interface, lorsque la force d'appui est modifiée, situation qui conduit soit à la séparation des solides, soit à un nouvel état d'équilibre suivant l'intensité de la nouvelle force imposée.

Depuis 1996, Barquins et al. [4–9] décrivent des expériences d'équilibre et de cinétique d'adhérence de poinçons et de roulement de cylindres rigides ainsi que des tests de rebond pratiqués sur la surface plane et lisse d'un massif de caoutchouc naturel. Il est montré que la fonction de dissipation Φ , par pertes viscoélastiques confinées au bord de la zone de contact, qui peut être déduite du taux G de restitution de

Figure 1. Vue schématique du contact adhésif entre un tronc de cône rigide et la surface plane et lisse d'une massif élastique semi-infini.

Figure 1. Schematic view of the profile between a rigid flat-ended cone and the flat and smooth surface of an elastic half-space.



l'énergie mécanique et de l'énergie d'adhésion de Dupré w [10], $\Phi = (G - w)/w$, varie dans un large domaine de vitesses de propagation en fonction puissance de cette vitesse ($\Phi \approx V^n$).

Le but de cette note est de montrer que la présence d'un méplat sur un cône de révolution, qui bien qu'ayant pour effet de modifier les conditions d'équilibre par rapport à un cône parfait [9], ne perturbe pas la cinétique de décollement à charge imposée et que celle-là varie bien avec la puissance $n = 0,55$ de la vitesse de décroissance du rayon d'aire de contact pour le matériau caoutchouteux éprouvé.

2. Contact d'équilibre et cinétique d'adhérence

Le bord de l'aire de contact de rayon a entre un poinçon rigide axisymétrique et un massif élastique peut être considéré comme un front de fissure qui avance ou qui recule quand la charge normale appliquée P est diminuée ou augmentée. Il a été clairement établi [10] que le taux de restitution de l'énergie mécanique G peut être écrit :

$$G = \{(1 - \nu^2)/E\}(P_1 - P)^2/8\pi a^3 \quad (1)$$

expression dans laquelle P_1 est la charge « hertzienne » qui produit la même aire de contact en l'absence de l'intervention des forces d'attraction moléculaire que la charge P effectivement appliquée ($P_1 > P$) lorsque ces forces agissent. Il est bien connu aujourd'hui que la force P_1 ne dépend que de la forme du poinçon et des propriétés élastiques du matériau [11].

Considérons un tronç de cône de révolution, de demi-angle au sommet α , présentant un plat de rayon a_m , parallèle à l'interface, en contact avec un massif élastique semi-infini sur une aire circulaire de rayon $a > a_m$ (Fig. 1) et soit $\rho = a_m/a$. La prise en compte des équations de Sneddon [1–3] conduit à l'équation d'état du système qui lie la charge appliquée P , le rayon a de l'aire de contact et l'enfoncement δ du poinçon au sein du massif élastique [1] :

$$P = (3aK/2)\{\delta - a \tan \beta [\text{Arccos } \rho - \rho(1 - \rho^2)^{1/2}]/2\} \quad (2)$$

en posant $K = (3/4)\{(1 - \nu^2)/E\}$. Pour $\rho = 0$, l'équation (2) donne la relation établie pour une cône adhésif non tronqué [9]. Dans le cas d'un contact non adhésif, la charge hertzienne P_1 peut être écrite [1] :

$$P_1 = 3Ka^2 \tan \beta [\text{Arccos } \rho + \rho(1 - \rho^2)^{1/2}]/4 \quad (3)$$

expression qui fournit la relation $P_1 = 0$ pour $\rho = 1$, ce qui correspond parfaitement au contact d'un poinçon cylindrique à base plane circulaire [10].

Pour un contact adhésif, l'équilibre est défini par $G = w$ et la relation liant le rayon de l'aire de contact et la charge appliquée se déduit de (1) et (3) :

$$P = 3Ka^2 \tan \beta [\text{Arccos } \rho + \rho(1 - \rho^2)^{1/2}]/4 - (6\pi a^3 Kw)^{1/2} \quad (4)$$

La cinétique d'adhérence est étudiée à partir de l'état d'équilibre ($G = w$) par un changement de la charge appliquée P . A titre d'exemple, quand P est brutalement diminuée pour un rayon a donné, i.e. P_1 fixe, le taux G (Eq. (1)) augmente instantanément de sorte que $G > w$ et les solides commencent à se séparer. Il est bien connu aujourd'hui [10], que la cinétique d'adhérence des élastomères réticulés souples est décrite par l'identité :

$$G - w \equiv w\Phi(a_T V) \quad (5)$$

expression dans laquelle le premier membre représente le moteur de la fissure, autrement dit la force appliquée par unité de longueur de fissure, et le second exprime le terme de freinage, qui est proportionnel à l'énergie d'adhésion de Dupré et qui est dû aux pertes viscoélastiques que l'on suppose confinées dans

un petit volume entourant le front de fissure où les vitesses de déformation sont très élevées [12,13]. La fonction $\Phi(a_T V)$, caractéristique du matériau élastomérique éprouvé, est sans dimension ; elle dépend uniquement de la vitesse de propagation de fissure V et de la température T au travers du facteur de translation a_T de la transformation WLF [10]. A chaque instant, la fissure se propage à la vitesse telle que les pertes viscoélastiques correspondantes équilibrent très exactement l'effort moteur ($G - w$).

Partant de l'état d'équilibre sous la masse appliquée m_i , produisant la force $P_i = m_i g$, l'étude de la cinétique d'adhérence consiste à mesurer l'évolution au cours du temps t du rayon a de l'aire du contact lorsque qu'une autre masse $m_a < m_i$ est imposée. Pour chaque valeur de a , le taux de restitution de l'énergie G peut être calculé à l'aide de (1) et (3) et relié à la vitesse de propagation $V = -da/dt$. La détermination de w permet de tracer la variation de la fonction de dissipation Φ , à l'aide de (5), en fonction de V et de vérifier les résultats précédemment obtenus pour le caoutchouc naturel [4–10].

3. Résultats expérimentaux, discussion et conclusion

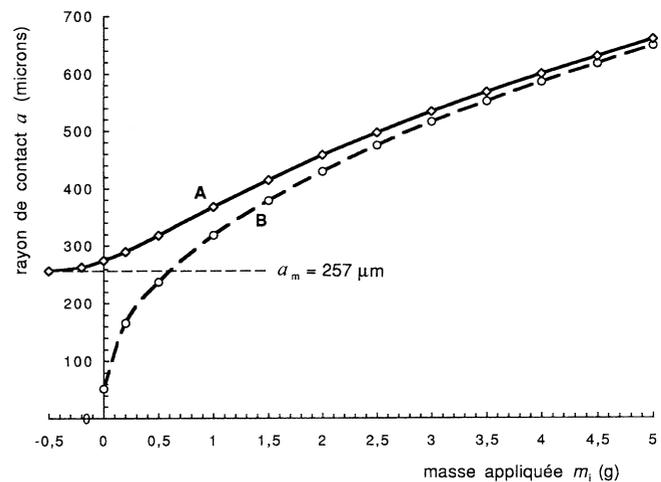
Les expériences d'équilibre et de cinétique de décollement ont été réalisées, dans des conditions environnementales maintenues constantes (température $\theta = 24$ °C, humidité relative $H.R. = 53\%$), entre un indenteur axisymétrique de forme tronconique en plexiglas[®], de demi-angle au sommet $\alpha = 85^\circ$ ($\beta = \pi/2 - \alpha = 5^\circ$) et présentant un méplat de rayon $a_m = 257$ μm mesuré avec précision à l'aide d'un projecteur de profil, et la surface plane et lisse d'un massif de caoutchouc naturel réticulé souple ($E = 0,89$ MPa, $\nu = 0,5$).

Pour l'étude de l'équilibre, le poinçon était maintenu sous l'action d'une masse m_i (force correspondante $P_i = m_i g$) pendant une durée constante $t_i = 10$ min, contre la surface lisse de l'élastomère, à l'aide d'une balance solidaire d'un microscope, équipé d'un système vidéo permettant l'enregistrement des images d'aires de contact, au travers de l'indenteur en plexiglas[®], et leurs mesures précises ultérieures. Il a été montré dans le passé [14] que la durée $t_i = 10$ min est nécessaire pour que l'action des forces de van der Waals soit complète, et qu'au delà de ce laps de temps, la dimension de l'aire de contact reste constante.

La courbe A de la Fig. 2 représente les rayons a des contacts d'équilibre du tronc de cône, soumis à différentes masses m_i imposées. A titre de comparaison, des mesures ont également été réalisées avec un cône parfait de même angle au sommet (Fig. 2, courbe B). Il apparaît clairement que la présence d'un méplat permet d'appliquer des forces de traction mesurables (masses négatives) qui assurent l'équilibre, alors qu'elles sont négligeables dans le cas du cône parfait. Nous avons utilisé les mesures obtenues avec

Figure 2. Rayons a des aires de contact d'équilibre entre un poinçon conique tronqué (courbe A, $a_m = 257$ μm) et un poinçon conique parfait (courbe B) en plexiglas[®] et la surface plane et lisse d'un massif élastique (caoutchouc naturel, $E = 0,89$ MPa, $\nu = 0,5$) en fonction de la masse normale m_i imposée.

Figure 2. Radii a of equilibrium contact areas between a flat-ended cone ($a_m = 257$ μm) and a perfect one, and the flat and smooth surface of an elastic solid (unfilled natural rubber, Young's modulus $E = 0.89$ MPa, Poisson's ratio $\nu = 0.5$) as a function of the normal applied mass m_i .



le cône parfait pour évaluer l'énergie d'adhésion de Dupré à partir de la méthode précédemment décrite [9] et trouvé $w = 47 \text{ mJ}\cdot\text{m}^{-2}$, valeur tout à fait comparable à celles obtenues antérieurement.

Les expériences de décollement du cône tronqué ont été réalisées à partir de la même masse initiale $m_i = 5 \text{ g}$, laquelle correspond à la force $P_i = 49 \text{ mN}$, maintenue pendant $t_i = 10 \text{ min}$, en appliquant la même masse active m_a , pour deux cas de figures $m_a = -0,6 \text{ g}$ et $m_a = -1 \text{ g}$. La Fig. 3 montre, pour le cône tronqué et le cône parfait, l'évolution dans le temps du rayon a de l'aire de contact à force imposée $P_a = m_a g$. On constate que la présence d'un méplat retarde le moment de la rupture, par rapport à un cône parfait et qu'il peut même éviter que cette rupture soit observée (Fig. 3, courbe A).

En vue d'étudier la cinétique de décollement, pour chaque point expérimental des courbes de la Fig. 3, on calcule le taux de restitution de l'énergie à l'aide de (1), la force P_i étant évaluée par (3), puis la fonction de dissipation viscoélastique Φ , fournie par (5), et l'on associe la vitesse de propagation de fissure $V = -da/dt$ déduite de la valeur mesurée de la pente locale de la tangente à la courbe $a(t)$ au point considéré. Comme attendu, du fait des résultats obtenus dans les études récentes, impliquant le même élastomère [4–9], la Fig. 4 montre que les valeurs du taux G de restitution de l'énergie mécanique correspondent à des points qui prennent place sur la même courbe. Il en résulte que la courbe $\Phi(V)$ montre clairement la variation avec la puissance 0,55 de la vitesse de propagation.

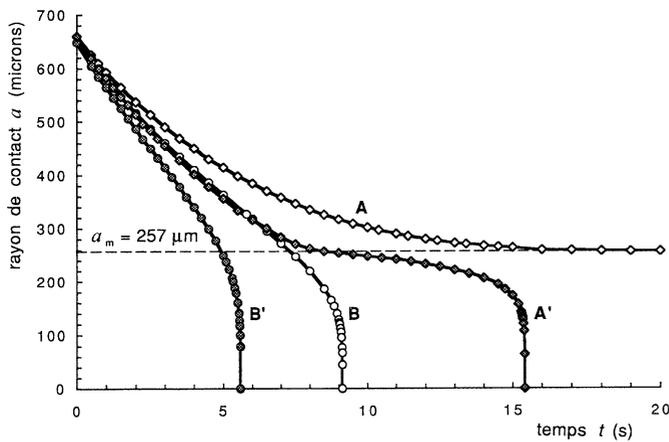


Figure 3. Cinétique de décollement $a(t)$ de $m_i = 5 \text{ g}$ à $m_a = -0,6 \text{ g}$ et à $m_a = -1 \text{ g}$ pour un poinçon conique tronqué ($a_m = 257 \text{ }\mu\text{m}$, courbes A et A') et un cône parfait (courbes B et B'). Les courbes A et B correspondent à $m_a = -0,6 \text{ g}$, et les courbes A' et B' correspondent à $m_a = -1 \text{ g}$.

Figure 3. Kinetics of unloading $a(t)$ from the mass $m_i = 5 \text{ g}$, applied during $t_i = 10 \text{ min}$, to masses $m_a = -0.6 \text{ g}$ and -1 g , for the flat-ended conical punch and a perfect one. Curves A and B correspond to the applied mass $m_a = -0.6 \text{ g}$ and curves A' and B' correspond to the mass $m_a = -1 \text{ g}$.

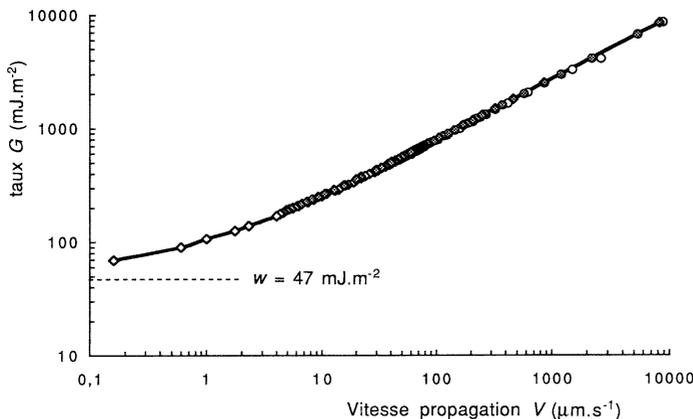
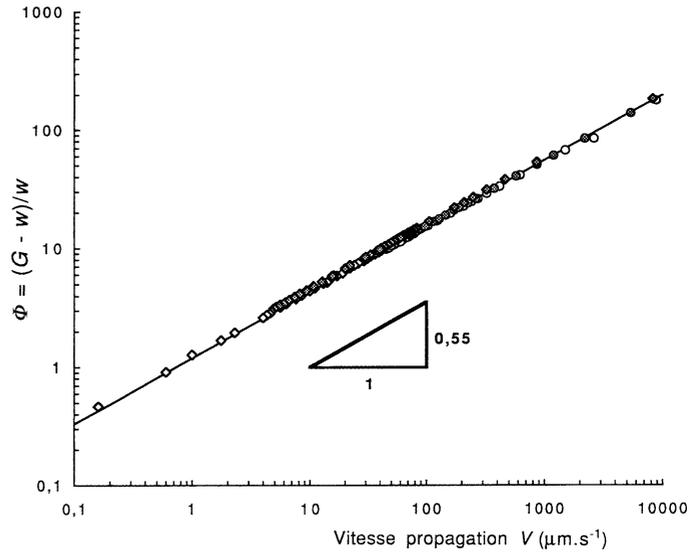


Figure 4. Taux G de restitution de l'énergie mécanique en fonction de la vitesse $V = -da/dt$ de propagation de la fissure, déduit des données expérimentales de la Fig. 3.

Figure 4. Strain energy release rate G versus crack propagation speed $V = -da/dt$ for experimental data deduced from Fig. 3.

Figure 5. Courbe maîtresse illustrant la variation de la fonction de dissipation viscoélastique Φ en fonction de la vitesse de propagation V . La variation en $V^{0,55}$ est retrouvée pour le caoutchouc naturel (données tirées de la Fig. 4 avec $w = 47 \text{ mJ}\cdot\text{m}^{-2}$).

Figure 5. Master curve illustrating the dissipation function Φ versus crack propagation speed V . The variation as the 0.55 power function of V is found for the natural rubber (data from the Fig. 4 with $w = 47 \text{ mJ}\cdot\text{m}^{-2}$).



Les résultats de cette étude prouvent de manière incontestable qu'une courbe maîtresse peut être tracée et que la variation $\Phi \approx V^{0,55}$ est caractéristique de la propagation en mode I à l'interface de notre matériau caoutchouteux, dans la mesure où les pertes viscoélastiques restent confinées dans un très petit volume entourant le front de fissure, là où les vitesses de déformation sont importantes, de manière telle que le taux de restitution de l'énergie mécanique peut être calculé à partir de la théorie de l'élasticité linéaire.

Références bibliographiques

- [1] D. Maugis, M. Barquins, Adhesive contact of sectionally smooth-ended punches on elastic half-spaces: theory and experiment, *J. Phys. D* 16 (1983) 1843–1874.
- [2] I.N. Sneddon, The relation between load and penetration in the axisymmetric Boussinesq problem for a punch of arbitrary profile, *Int. J. Engng. Sci.* 3 (1965) 47–57.
- [3] M. Barquins, D. Maugis, Adhesive contact of axisymmetric punches on an elastic half-space: the modified Hertz–Huber's stress tensor for contacting spheres, *J. Méc. Théor. Appl.* 1 (1982) 331–357.
- [4] M. Barquins, J.-C. Charmet, Influence of surface properties on the rebound of a rigid ball on a rubber surface, *J. Adhes.* 57 (1996) 5–19.
- [5] J.-C. Charmet, M. Barquins, Adhesive contact and rolling of a rigid cylinder under the pull of gravity on the underside of a smooth-surfaced sheet of rubber, *Int J. Adhes. Adhes.* 16 (1996) 249–254.
- [6] M. Barquins, M.E.R. Shanahan, Effect of surface cavities on static and dynamic adhesion to an elastomer, *Int J. Adhes. Adhes.* 17 (1997) 313–317.
- [7] M. Barquins, J.-C. Charmet, F. Robbe-Valloire, Etat d'équilibre et cinétique de décollement d'un cylindre rigide en contact avec un élastomère souple, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. Iib* 326 (1998) 575–585.
- [8] F. Robbe-Valloire, M. Barquins, Kinetics of adherence of a rigid flat-ended sphere in contact on a soft rubber-like material, *Int J. Adhes. Adhes.* 19 (1999) 288–294.
- [9] D. Vallet, M. Barquins, Adhesive contact and kinetics of adherence of a rigid conical punch on an elastic half-space (natural rubber), in: *Fifth Int. Conf. Contact Mechanics 2001*, University of Seville, Spain, 18–20 June 2001.
- [10] D. Maugis, M. Barquins, Fracture mechanics and the adherence of viscoelastic bodies, *J. Phys. D* 11 (1978) 1989–2023.
- [11] M. Barquins, Adherence, friction and wear of rubber-like material, in: R. Denton, M.K. Keshavan (Eds.), *Wear and Friction of Elastomers*, ASTM Publication STP, Vol. 1145, ASTM, Baltimore, 1982, pp. 82–113.
- [12] A.N. Gent, J. Schultz, Effect of wetting liquids on the strength of adhesion of viscoelastic materials, *J. Adhes.* 3 (1972) 281–294.
- [13] E.H. Andrews, A.J. Kinloch, Mechanics of adhesive failure, *Proc. Roy. Soc. London A* 332 (1973) 385–399, 401–414.
- [14] M. Barquins, Adhesive contact and kinetics of adherence between a rigid sphere and an elastomeric solid, *Int. J. Adhes. Adhes.* 3 (1983) 71–84.