

# Violation apparente de la symétrie de charge dans les réactions de fusion $D(d, p)T$ et $D(d, n)^3He$ aux énergies stellaires

Faiza Nebia <sup>a</sup>, Henri Beaumeville <sup>b</sup>, Saâd Ouichaoui <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Faculté des sciences, Université des sciences et de la technologie Houari Boumediène, BP 32, 16111 El Alia, Bab Ezzouar, Alger, Algérie

<sup>b</sup> Institut des sciences nucléaires, IN2P3–CNRS et Université Joseph Fourier, 53, avenue des Martyrs, 38026 Grenoble cedex, France

Reçu le 28 mai 2001 ; accepté après révision le 6 mai 2002

Note présentée par Guy Laval.

## Résumé

Nous analysons, dans la gamme des énergies stellaires, en termes de l'approximation WKB, le facteur astrophysique  $S(E)$  des réactions de fusion  $D(d, p)T$  et  $D(d, n)^3He$ . Nous présentons le développement de  $S(E)$  en ondes partielles  $s$  et  $p$ ; les anisotropies sont également étudiées. Une interprétation conservant la symétrie de charge du facteur astrophysique d'onde  $p$ ,  $S_1^i(E)$ , et de l'anisotropie,  $A_i(E)$  ( $i = n$  ou  $p$ ), est proposée en termes de deux niveaux  $1^-$  connus de  $^4He$  situés à  $E_x = 23.64$  MeV ( $T = 1$ ) et  $E_x = 24.25$  MeV ( $T = 0$ ). *Pour citer cet article* : F. Nebia et al., C. R. Physique 3 (2002) 733–739.

© 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

facteur astrophysique / anisotropie / approximation WKB /  $D(d, p)T$  /  $D(d, n)^3He$

## Apparent charge symmetry violation in the $D(d, p)T$ and $D(d, n)^3He$ fusion reactions at stellar energies

## Abstract

The existing experimental data concerning the  $D(d, p)T$  and  $D(d, n)^3He$  reactions at stellar energies are analysed using the WKB approximation. The  $s$  and  $p$  partial waves decomposition of the astrophysical  $S(E)$  factor is presented; the anisotropies are also investigated. An interpretation coherent with the charge symmetry of the  $p$  wave astrophysical factor,  $S_1^i(E)$ , and the anisotropy,  $A_i(E)$  ( $i = n, p$ ), for these fusion reactions is given in terms of two known  $1^-$  levels in  $^4He$  at  $E_x = 23.64$  MeV ( $T = 1$ ) and 24.25 MeV ( $T = 0$ ). *To cite this article*: F. Nebia et al., C. R. Physique 3 (2002) 733–739.

© 2002 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

astrophysical factor / anisotropy / WKB approximation /  $D(d, p)T$  /  $D(d, n)^3He$

## Abridged English version

The experimental [2–6] or theoretical [10] study of the mirror nuclear reactions  $D(d, p)T$  and  $D(d, n)^3He$  shows a noticeable anisotropy of their differential cross sections indicating a significant  $p$ -wave

Adresse e-mail : souichaoui@yahoo.co.uk (S. Ouichaoui).

contribution [10,11]. Also, the anisotropy coefficients for these two reactions are strongly different. Finally, the branching ratio for the  $L = 1$  wave extracted from muon catalyzed fusion experiments [15] amounts to  $1.39 \pm 0.04$ . These different features have been interpreted as the sign of charge symmetry violation in the  $p$ -wave amplitudes of these reactions [11].

To investigate the astrophysical factors for these fusion reactions, we use the formalism described in [12], the Coulomb penetrabilities  $P_L(E)$  being evaluated within the WKB approximation. The  $S(E)$  astrophysical factor can be written as  $S(E) = S_0(E) + S_1(E)$  where  $S_L(E)$  ( $L = 0, 1$ ) is the astrophysical factor for the  $L$  wave which is proportional to penetrability  $P_L(E)$ . Finally,  $S(E)$  is given by Eq. (2) just as  $S_0(E)$  and  $S_1(E)$ .

Concerning the  $B_2/B_0$  angular distribution coefficients or anisotropies, they are given by Eqs. (4) or (5) where  $S_1^i(0)$  is a parameter to be determined by comparison with experimental data. This approach is analogue to that developed by Fick and Weiss [13], at the exception of the  $P_0/e^{-2\pi\eta}(E)$  term which, in Fick's work, was approximated to a constant. The numerical evaluation of Eq. (2) has been made for a (d + d) channel radius  $R = 3.536$  fm and leads to Eq. (3).

The  $S$  parameter values determined using the least-squares method are:

$$\begin{aligned} S_0^n(0) &= 43.062 \pm 0.998 \text{ keV}\cdot\text{b}, & S_0^p(0) &= 48.894 \pm 0.390 \text{ keV}\cdot\text{b}, & \text{for the } s\text{-wave,} & \text{and} \\ S_1^n(0) &= 10.839 \pm 0.425 \text{ keV}\cdot\text{b}, & S_1^p(0) &= 7.271 \pm 0.198 \text{ keV}\cdot\text{b} & \text{for the } p\text{-wave.} \end{aligned}$$

The  $S(E)$  factor decomposition is represented in Figs. 1 and 2 and is in good agreement with that predicted by theory [7]. The anisotropies are reported in Figs. 3 and 4. Finally, only six parameters are necessary to generate  $S(E)$  and the anisotropies in the stellar energy range (0–80 keV).

The  $S_1^n(0)/S_1^p(0)$  branching ratio extracted from this analysis is  $1.49 \pm 0.10$ , a value which is coherent with that deduced from muon catalyzed fusion experiments  $1.39 \pm 0.04$  [15]. The  $S_1^i(E)$  ( $i = n$  or  $p$ ) factor can be interpreted by taking into account the two  $1^-$  levels in  $^4\text{He}$  [9] at 23.64 MeV ( $T = 1$ ) and 24.25 MeV ( $T = 0$ ), respectively. Using the Breit–Wigner formula (Eqs. (6) or (7)) and assuming charge symmetry, we obtain for the corresponding deuteron reduced-width amplitudes  $-0.192 \text{ MeV}^{1/2}$  and  $1.475 \text{ MeV}^{1/2}$ , respectively.

In conclusion, the interference of two  $1^-$  levels ( $T = 1$  and  $T = 0$ ) of  $^4\text{He}$  around the threshold of the (d + d) channel allows to yield the  $S_1^n(0)/S_1^p(0)$  ratio for the  $L = 1$  wave as well as the neutron and proton anisotropies, the charge symmetry being preserved. We have determined the value of the  $\gamma_{1d}^{(1)}$  parameter characterizing the internal Coulomb correction and found that it is very small relative to the single particle width, that is  $\gamma_{1d}^{(1)2}/\gamma_{sp}^2 = 0.60\%$  for the value  $R = 3.536$  fm of the d + d channel radius.

---

Les réactions de fusion  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3\text{He}$  présentent un grand intérêt tant du point de vue fondamental pour la compréhension de la nucléosynthèse primordiale [1], qu'au point de vue des applications pour la réalisation future des réacteurs de fusion [2].

L'anisotropie remarquable des sections efficaces différentielles [3–6] indique une contribution significative d'onde  $p$  à la section efficace totale. D'autre part, les anisotropies  $A_n$  et  $A_p$  de ces réactions sont fortement différentes : ceci a été interprété comme étant le signe d'une violation essentielle de la symétrie de charge dans les amplitudes d'onde  $p$  de ces réactions. Toutefois, une interprétation alternative a été proposée par d'autres auteurs [7–9], qui conserve la symétrie de charge. Pour ces raisons, nous présentons une analyse des données expérimentales de ces réactions en termes de l'approximation WKB.

## 1. Méthode utilisée

Les données expérimentales (facteur astrophysique  $S(E)$ , distributions angulaires et anisotropies) [2–6] ou théoriques [10] des réactions de fusion  $D(d, p)T$  et  $D(d, n)^3He$  indiquent qu'aux énergies stellaires, les ondes partielles de moment angulaire orbital  $L = 0$  et  $L = 1$  sont prédominantes dans ces réactions [10,11]. Appliquant la méthode précédemment développée [12] pour une valeur de  $L$  fixée, le facteur astrophysique  $S(E)$  peut s'écrire :  $S(E) = S_0(E) + S_1(E)$ , où  $S_L(E) = \sigma_L(E)E e^{2\pi\eta}$  est le facteur astrophysique pour l'onde partielle  $L$  ( $L = 0, 1$ ),  $\eta$  est le paramètre de Sommerfeld défini par  $2\pi\eta = 31.29Z_1Z_2(\mu/E)^{1/2}$  ( $Z_1$  et  $Z_2$  étant les nombres de charge respectifs des deux noyaux en interaction,  $\mu$ , la masse réduite (en U.M.A.),  $E$ , l'énergie incidente exprimée dans le système du centre de masse en keV) et  $\sigma_L(E)$  est la section efficace pour l'onde  $L$ .

Aux énergies stellaires, la section efficace  $\sigma_L$  est proportionnelle à la pénétrabilité coulombienne  $P_L(E)$  dans la voie d'entrée de la réaction, soit :

$$\sigma_L(E) = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu E} R_L(E) P_L(E), \quad (1)$$

où  $R_L(E)$  est un facteur purement nucléaire qui peut être considéré comme constant dans une gamme d'énergie réduite et loin des résonances (0–100 keV). Utilisant pour les pénétrabilités  $P_L(E)$  les expressions WKB au 1<sup>er</sup> ordre rapportées dans la référence [12], il vient, avec les notations de cette référence :

$$S(E) = S_0(0) \left\{ 1 - \left[ \frac{R}{2Z_1Z_2e^2} + \frac{4}{3} \left( \frac{\mu R^3}{2Z_1Z_2e^2\hbar^2} \right)^{1/2} \right] E \right\} + S_1(0) \left\{ 1 + \left[ \frac{2\hbar^2}{\mu Z_1^2 Z_2^2 e^4} - \frac{R}{2Z_1Z_2e^2} - \frac{4}{3} \left( \frac{\mu R^3}{2Z_1Z_2e^2\hbar^2} \right)^{1/2} \right] E \right\}, \quad (2)$$

où  $S_0(0)$  et  $S_1(0)$  sont les facteurs astrophysiques partiels à l'énergie zéro pour les ondes  $L = 0$  et  $1$ , respectivement. Le 1<sup>er</sup> terme de l'Éq. (2) représente  $S_0(E)$  et le 2<sup>ème</sup> terme,  $S_1(E)$ . Dans le cas des réactions de fusion  $D(d, p)T$  et  $D(d, n)^3He$  où seuls des niveaux larges de  $^4He$  interviennent ( $\Gamma \approx$  plusieurs MeV), l'Éq. (2) est valable dans une gamme d'énergie allant de 0 à 80 keV (limite de validité de l'approximation WKB au premier ordre). Ainsi, dans la gamme des énergies stellaires, la méthode WKB prévoit une dépendance linéaire de  $S(E)$ , en accord avec ce qui est observé expérimentalement.

## 2. Application aux réactions de fusion $D(d, p)T$ et $D(d, n)^3He$

### 2.1. Facteur astrophysique $S(E)$

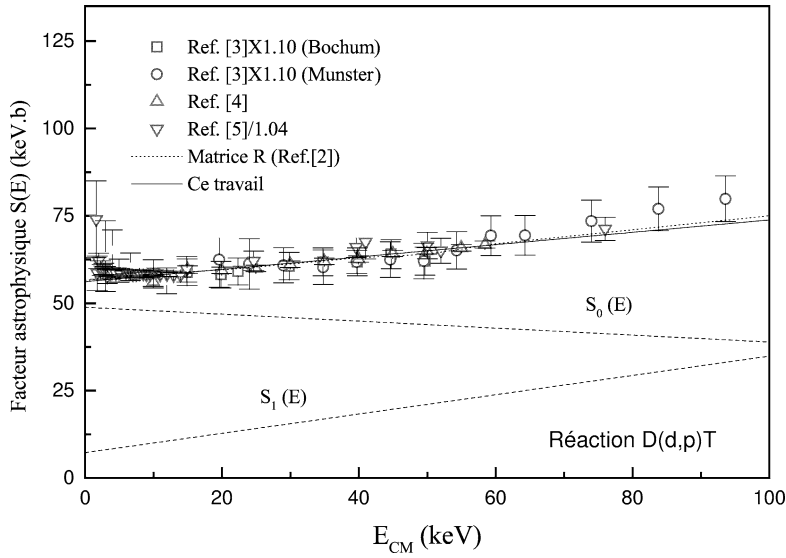
Prenant  $R = 3.536$  fm pour le rayon de la voie  $(d + d)$ , l'expression (2) donne :

$$S^i(E) = S_0^i(0)(1 - 0.002039E) + S_1^i(0)(1 + 0.03800E), \quad (3)$$

où  $E$  est l'énergie incidente (c.m) en keV, l'indice  $i$  désignant la voie proton ou neutron. Comparant (3) avec les valeurs expérimentales [3–5] de  $S(E)$ , on obtient :

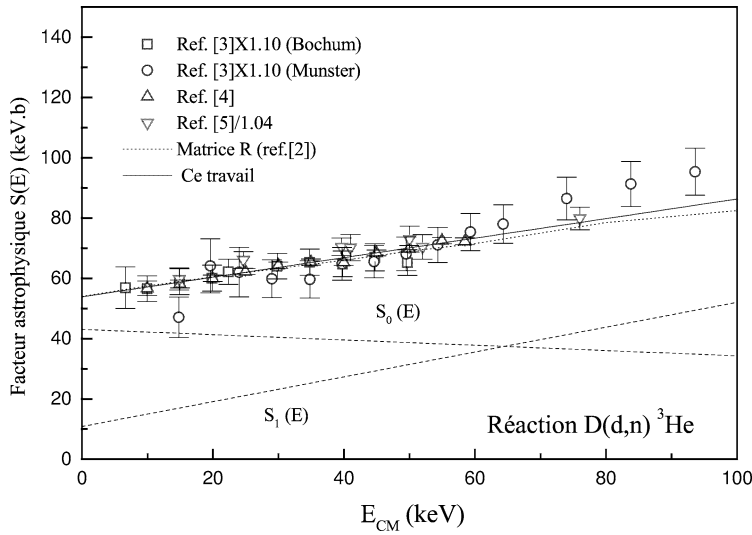
$$\begin{aligned} S_0^n(0) &= 43.062 \pm 0.998 \text{ keV}\cdot\text{b}, & S_0^p(0) &= 48.894 \pm 0.390 \text{ keV}\cdot\text{b} && \text{pour l'onde } s, && \text{et} \\ S_1^n(0) &= 10.839 \pm 0.425 \text{ keV}\cdot\text{b}, & S_1^p(0) &= 7.271 \pm 0.198 \text{ keV}\cdot\text{b} && \text{pour l'onde } p. \end{aligned}$$

La décomposition en ondes partielles de  $S(E)$  est représentée sur les Figs. 1 et 2 et est en bon accord avec la théorie [7]. En particulier, le terme  $S_1(E)$  montre une croissance linéaire importante avec  $E$  ; au contraire,  $S_0(E)$  montre une décroissance linéaire dont la pente est beaucoup plus petite.



**Figure 1.** Décomposition en ondes partielles du facteur astrophysique  $S(E)$  de la réaction  $D(d,p)T$  pour  $R = 3,536$  fm.

**Figure 1.** *Partial waves decomposition of the  $D(d,p)T$  astrophysical factor for  $R = 3.536$  fm.*



**Figure 2.** Voir Fig. 1, pour la réaction  $D(d,n)^3\text{He}$ .

**Figure 2.** *Same as Fig. 1 for the  $D(d,n)^3\text{He}$  reaction.*

## 2.2. Distributions angulaires et anisotropies

Aux très basses énergies, et puisqu'on se limite aux ondes  $s$  et  $p$ , les distributions angulaires peuvent être développées suivant :

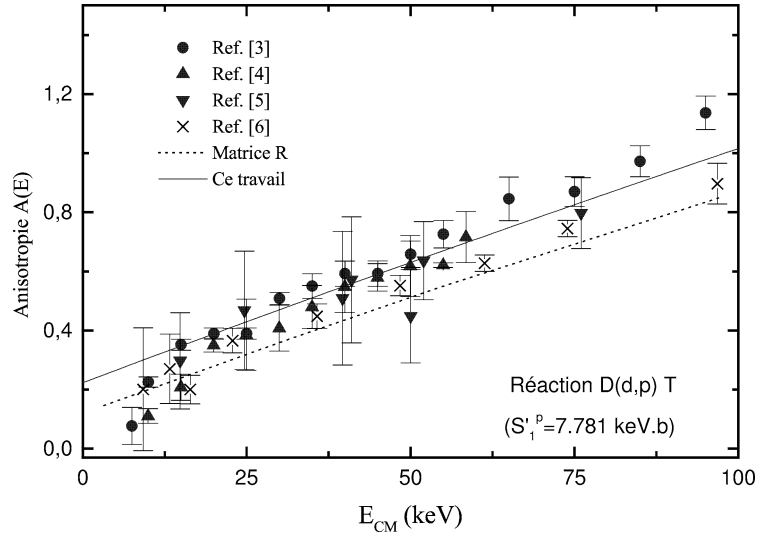
$$\sigma(\theta) = B_0 P_0 + B_2 P_2(\cos\theta), \quad \text{où } P_0 = 1 \text{ et } P_2 = \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{2}.$$

La contribution du terme du 2<sup>ème</sup> ordre provenant seulement des ondes  $p$ , on peut écrire :

$$\frac{B_2}{B_0} = \frac{S_1^i(0)(1 + 0.03800E)}{S^i(E)}, \quad (4)$$

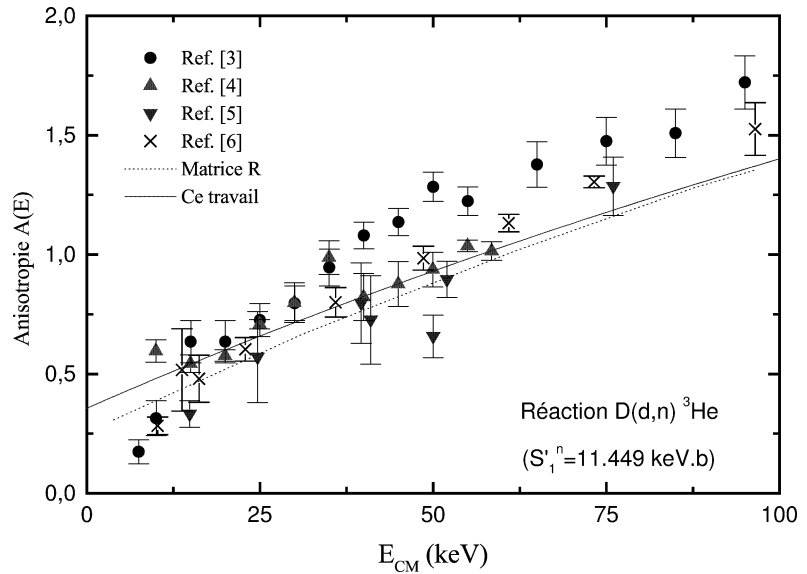
**Figure 3.** Variation de l'anisotropie  $A(E)$  aux énergies stellaires pour la réaction  $D(d, p)T$ . Les données expérimentales sont tirées des références [3–6]. La courbe en traits tirés résulte d'un calcul par la théorie de la matrice  $R$  [2]. La courbe en traits pleins correspond au meilleur ajustement des données expérimentales de  $A(E)$  déduit à partir de notre analyse.

**Figure 3.**  $A(E)$  angular anisotropy for the  $D(d, p)T$  reaction ( $E < 100$  keV). The experimental data are taken from Refs. [3–6]. The dashed line represents the predictions of the  $R$ -matrix theory [2] and the solid line the WKB fit.



**Figure 4.** Voir Fig. 3, pour la réaction  $D(d, n)^3\text{He}$ .

**Figure 4.** Same as Fig. 3 but for the  $D(d, n)^3\text{He}$ .



où  $i = p$  ou  $n$ ,  $S^i(E)$  est donné par l'Éq. (3),  $S_1^i(0)$  est un paramètre qui est déterminé par comparaison avec les distributions angulaires (ou les anisotropies) expérimentales. Cette approche (Éqs. (2) et (4)) est analogue à celle développée par Fick et Weiss [13], à l'exception du terme concernant la pénétrabilité d'onde  $s$ ,  $P_0/e^{-2\pi\eta}$ , qui est assimilé à une constante par ces auteurs.

A partir de (4), on calcule aisément l'anisotropie par :

$$A = \frac{\sigma(0^\circ) - \sigma(90^\circ)}{\sigma(90^\circ)} = \frac{3/2(B_2/B_0)}{1 - 1/2(B_2/B_0)}. \quad (5)$$

Les anisotropies expérimentales et théoriques sont reportées sur les Figs. 3 et 4 ainsi que la valeur du paramètre  $S_1^i(0)$  ( $i = p$  ou  $n$ ). On observe un bon accord entre l'expérience et la relation (4) ou (5).

En résumé, l'approximation WKB montre que dans la région des énergies stellaires (0–80 keV), les données expérimentales des réactions  $D(d,p)T$  et  $D(d,n)^3He$  (facteur  $S(E)$ , anisotropies) peuvent être décrites avec seulement six paramètres, conclusion qui est en accord avec celle de Fick et Weiss [13]. Par ailleurs, il y a lieu d'observer que les rapports  $S_1^n(0)/S_1^p(0) = 1.471 \pm 0.063$  et  $S_1^n(0)/S_1^p(0) = 1.491 \pm 0.099$  sont du même ordre, en concordance avec l'hypothèse de la symétrie de charge.

### 2.3. Interprétation de $S_1^i(E)$ ( $i = p$ ou $n$ )

Dans un précédent papier [14], nous avons extrait les rapports d'embranchement entre les voies  $n$  et  $p$  pour les ondes  $L = 0$  et  $L = 1$ , que nous avons comparés aux valeurs déduites de l'expérience de fusion par catalyse muonique [15]. La valeur que nous obtenons ici pour le rapport  $S_1^n(0)/S_1^p(0)$ , égale à  $1.491 \pm 0.099$ , est en accord avec celle précédemment rapportée [14]. Nous pouvons relier la fonction  $S_1^i(E)$  ( $i = p$  ou  $n$ ), qui traduit l'influence des ondes  $L = 1$  dans ces réactions de fusion, aux niveaux de  $^4He$  rapportés par Tilley et al. [9]. Dans la gamme d'énergie considérée (0–80 keV), les seuls niveaux d'onde  $L = 1$  qui interviennent sont ceux situés au voisinage du seuil  $d + d$ , soit le niveau  $1^-, T = 1$  (indiqué 1) à  $E_{x1} = 23.64$  MeV,  $E_{R1} = -0.208$  MeV et le niveau  $1^-, T = 0$  (indiqué 2) à  $E_{x2} = 24.25$  MeV,  $E_{R2} = +0.402$  MeV.

Utilisant la formule de Breit et Wigner à 2 niveaux de même spin et de même parité et négligeant les déplacements de niveaux  $\Delta_\lambda$ , il vient :

$$S_1^i(E) = \frac{8\hbar^2}{3\mu} \pi \frac{P_1(E)}{e^{-2\pi\eta}} \left[ \cos \beta_1 \frac{\gamma_{1d}^{(1)} \Gamma_{1i}^{(1)1/2}}{\Gamma_1} \pm \cos \beta_2 \frac{\gamma_{2d}^{(0)} \Gamma_{2i}^{(0)1/2}}{\Gamma_2} \right]^2, \quad (6)$$

où  $\text{tg } \beta_1 = (E - E_{R1})/(\Gamma_1/2)$ ,  $\text{tg } \beta_2 = (E - E_{R2})/(\Gamma_2/2)$ . Ici,  $(\gamma_{1d}^{(1)}, \gamma_{2d}^{(0)})$  sont les amplitudes des largeurs réduites deuton,  $(\Gamma_{1i}^{(1)}, \Gamma_{2i}^{(0)})$ , les largeurs partielles ( $i = p$  ou  $n$ ) et  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$ , les largeurs totales des deux niveaux ; le nombre entre parenthèses caractérise l'isospin de l'état.

L'expression (6), prise à l'énergie  $E$ , devient, dans la gamme d'énergies considérée (0–80 keV) où  $\cos \beta_1 \approx \cos \beta_2 \approx 1$  :

$$S_1^i(E) = 50.9658(1 + 0.03800E) \left[ \frac{\gamma_{1d}^{(1)} \Gamma_{1i}^{(1)1/2}}{\Gamma_1} \pm \frac{\gamma_{2d}^{(0)} \Gamma_{2i}^{(0)1/2}}{\Gamma_2} \right]^2, \quad (7)$$

$i = (p$  ou  $n)$ , où  $S_1^i(E)$  est exprimé en  $\text{keV} \cdot \text{b}$ ,  $E$  en  $\text{keV}$ .

Les valeurs des largeurs partielles  $(\Gamma_{1i}, \Gamma_{2i})$  rapportées par Tilley et al. [9], soit :

$$\Gamma_{1p}^{(1)} = 3.44 \text{ MeV}, \quad \Gamma_{1n}^{(1)} = 2.76 \text{ MeV}, \quad \Gamma_{2p}^{(0)} = 3.08 \text{ MeV}, \quad \Gamma_{2n}^{(0)} = 2.87 \text{ MeV},$$

conduisent aux valeurs absolues des amplitudes des largeurs réduites des deux niveaux (dans les voies  $n$  et  $p$ ) :

$$\gamma_{1p}^{(1)} = 1.14 \text{ MeV}^{1/2}, \quad \gamma_{1n}^{(1)} = 1.11 \text{ MeV}^{1/2}, \quad \gamma_{2p}^{(0)} = 1.02 \text{ MeV}^{1/2}, \quad \gamma_{2n}^{(0)} = 1.05 \text{ MeV}^{1/2}$$

et sont en accord avec les relations attendues de la conservation de l'isospin par l'interaction forte :

$$\gamma_{1p}^{(1)} = \gamma_{1n}^{(1)}, \quad \gamma_{2p}^{(0)} = -\gamma_{2n}^{(0)}.$$

A partir des valeurs de  $S_1^i(0)$  déterminées ci-dessus et prenant les largeurs partielles précédentes, l'Éq. (7) donne :

$$\gamma_{2d}^{(0)} = 1.456 \text{ MeV}^{1/2}, \quad \gamma_{1d}^{(1)} = -0.173 \text{ MeV}^{1/2}.$$

Ces valeurs correspondent aux largeurs partielles deuton suivantes aux résonances :

$$\Gamma_{2d}^{(0)} = 0.237 \text{ MeV} \quad (\text{à } E_{R2} = +0.402 \text{ MeV}), \quad \Gamma_{1d}^{(1)} = 0 \quad (\text{à } E_{R1} = -0.208 \text{ MeV}),$$

en accord raisonnable avec les valeurs rapportées par Tilley et al. [9] pour  $R = 7$  fm. Nous avons refait le même calcul pour  $R = 7$  fm et nous trouvons :  $\Gamma_{2d}^{(0)} = 0.145 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma_{1d}^{(1)} = 0$ , en excellent accord avec les valeurs rapportées par Tilley et al. [9] pour  $R = 7$  fm, soit  $\Gamma_{2d}^{(0)} = 0.15 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma_{1d}^{(1)} = 0.00$ .

En conclusion, nous avons montré que le mélange d'isospin à travers l'interaction coulombienne dans la région nucléaire interne entre les états  $1^-$  ( $E_x = 23.64 \text{ MeV}$ ,  $T = 1$ ) et  $1^-$  ( $E_x = 24.25 \text{ MeV}$ ,  $T = 0$ ) de  ${}^4\text{He}$  couplé avec la relation d'isospin pour chacun de ces états, permet de rendre compte de l'asymétrie observée dans les réactions  $d(d, p)t$  et  $d(d, n){}^3\text{He}$ . Nous avons déterminé la valeur du paramètre  $\gamma_{1d}^{(1)}$  caractérisant la correction coulombienne interne et observé qu'elle est très petite par rapport à la largeur à une particule, comme attendu  $\gamma_{1d}^{(1)2}/\gamma_{sp}^2 = 0.60\%$  pour la valeur  $R = 3.536$  fm du rayon de la voie  $d + d$ .

### Références bibliographiques

- [1] C. Rolfs, W.S. Rodney, in: *Cauldrons in the Cosmos*, The University of Chicago Press, Chicago, 1988, pp. 85–91.
- [2] H.S. Bosch, G.M. Hale, Improved formulas for fusion cross sections and thermal reactivities, *Nucl. Fusion* 32 (1992) 611–631.
- [3] A. Krauss, H.W. Becker, H.P. Trautvetter, C. Rolfs, K. Brand, Low-energy fusion cross section of  $D + D$  and  $D + {}^3\text{He}$  reactions, *Nucl. Phys. A* 465 (1987) 150–172.
- [4] R.E. Brown, N. Jarmie, Differential cross sections at low energies for  ${}^2\text{H}(d, p){}^3\text{H}$  and  ${}^2\text{H}(d, n){}^3\text{He}$ , *Phys. Rev. C* 41 (1990) 1391–1400.
- [5] U. Greife, F. Gorriss, M. Junker, C. Rolfs, D. Zahnow, Oppenheimer–Phillips effect and electron screening in  $d + d$  fusion reactions, *Z. Phys. A* 351 (1995) 107–112.
- [6] R.B. Theus, W.I. McGarry, L.A. Beach, Angular distributions and cross-section ratios for the reactions  ${}^2\text{H}(d, n){}^3\text{He}$  and  ${}^2\text{H}(d, p){}^3\text{H}$  below 500 keV, *Nucl. Phys.* 80 (1966) 273–288.
- [7] V.S. Vasilevskii, Yu. Rybkin, G.F. Filippov, Theoretical analysis of the mirror reactions  $d(d, n){}^3\text{He}$  and  $d(d, p){}^3\text{H}$  and of resonance states of the  ${}^4\text{He}$  nucleus, *Sov. J. Nucl. Phys.* 51 (1990) 71–77.
- [8] G.M. Hale, Muon Catalyzed Fusion 5/6 (1990/91) 227–232.
- [9] D.R. Tilley, H.R. Weller, G.M. Hale, Energy levels of light nuclei  $A = 4$ , *Nucl. Phys. A* 541 (1992) 1–104.
- [10] C. Angulo, P. Descouvemont,  $R$ -matrix parametrizations of low-energy transfer reactions, *Nucl. Phys. A* 639 (1998) 733–747.
- [11] L.N. Bogdanova, V.E. Markushin, V.S. Melezhhik, L.I. Ponomarev, The nuclear fusion in the muonic molecule  $dd\mu$  and the charge symmetry violation in the low energy  $dd$  interaction, *Phys. Lett. B* 115 (1982) 171–173; Erratum: *Phys. Lett. B* 167 (1986) 485.
- [12] H. Beaumevieille, A. Bouchemha, Y. Boudouma, A. Boughrara, S. Ouichaoui, U.C. Tsan, Interprétation physique du facteur astrophysique  $S(E)$  aux énergies stellaires à partir de la méthode WKB, *C. R. Acad. Sci. Paris, Série IIB* 327 (1999) 251–258.
- [13] D. Fick, U. Weiss, The  $({}^2\text{H}-d)$ -reactions below 200 keV, *Z. Phys.* 265 (1973) 87–104.
- [14] A. Boughrara, H. Beaumevieille, S. Ouichaoui, Branching ratios and screening effect in the  $d + d$  nuclear interaction, *Europhys. Lett.* 48 (1999) 264–268.
- [15] D.V. Balin, E.M. Maev, V.I. Medvedev, G.G. Semenchuk, Yu.V. Smirenin, A.A. Vorobyov, An.A. Vorobyov, Yu.K. Zalite, Experimental investigation of the muon catalyzed  $dd$ -fusion, *Phys. Lett. B* 141 (1984) 173–176.