



# Application de la technique du SCIDAR généralisé aux étoiles simples

Abdelfettah Habib<sup>a</sup>, Jean Vernin<sup>b,\*</sup>, Zouhair Benkhaldoun<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *UFR : APHE, université Cadi Ayyad, faculté des sciences Semlalia, avenue Prince My Abdellah, BP 2390 Marrakech, Maroc*

<sup>b</sup> *L.U.A.N. CNRS/UMR 6525, université de Nice–Sophia Antipolis, 06108 Nice cedex 2, France*

Reçu le 27 novembre 2003 ; accepté le 6 février 2005

Disponible sur Internet le 16 mars 2005

Présenté par Antoine Laberie

---

## Résumé

Nous exposons ici une nouvelle technique de caractérisation de la turbulence optique à partir de la scintillation des étoiles simples dans un plan conjugué de l'atmosphère. Cette technique permet de retrouver, pour chaque couche turbulente, la vitesse horizontale, l'écart-type des fluctuations de cette vitesse, l'altitude et enfin l'intégrale de la constante de structure de l'indice de réfraction  $C_n^2(h)\Delta h$  sur l'épaisseur de la couche. Les résultats obtenus sur étoile simple sont tangibles et au moins d'autant bonne qualité que ceux obtenus par les autres méthodes. **Pour citer cet article : A. Habib et al., C. R. Physique 6 (2005).**  
© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

## Abstract

**Atmospheric-turbulence characterization by single-star scintillation analysis.** In this Note we expose a new technique of characterization of atmospheric turbulence by single-star scintillation analysis. This technique is based on the study of the spatiotemporal cross-correlation function in a conjugated plane in the atmosphere. It permits the retrieval of the horizontal wind velocity, the standard deviation of the wind speed fluctuations, the altitude of each turbulent layer and the integral of the refractive-index structure constant  $C_n^2(h)\Delta h$  over the layer thickness. Our results are in good agreements with other techniques.  
**To cite this article:** A. Habib et al., C. R. Physique 6 (2005).

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

**Mots-clés :** Étoile simple ; Turbulence ; Speckle ; SCIDAR ; Seeing ; Paramètres atmosphériques

**Keywords :** Single star; Turbulence; Speckle; SCIDAR; Seeing; Atmospheric parameters

---

## 1. Introduction

La turbulence optique est le principal facteur responsable de la dégradation des images reçues au sol. En fait, lorsque l'on vise une étoile ponctuelle avec un télescope, l'image obtenue au niveau du plan d'analyse n'est pas rigoureusement une figure d'AIRY, mais une tache dont la taille est plus au moins grande selon l'état turbulent de l'atmosphère au dessus du site

---

\* Corresponding author.

Adresses e-mail : a.habib@ucam.ac.ma (A. Habib), jean.vernin@unice.fr (J. Vernin), zouhair@ucam.ac.ma (Z. Benkhaldoun).

d'observation. L'élargissement de la tache de diffraction par la turbulence de l'atmosphère est dû aux fluctuations de phase de l'atmosphère qui produisent de la scintillation stellaire [1]. Il existe plusieurs méthodes pour caractériser l'état turbulent de l'atmosphère. La technique du SCIDAR (Scintillation, Detection, And Ranging) [2] est l'une de ces méthodes. Elle repose sur l'analyse des ombres volantes, appelées aussi speckles atmosphériques [3], produites par les différentes couches turbulentes. Cette technique qui a depuis longtemps prouvé son efficacité, ne s'applique qu'aux étoiles doubles qui doivent présenter certaines caractéristiques particulières telles qu'une séparation angulaire suffisante et des magnitudes semblables. La nécessité de choisir des étoiles doubles sources de référence pour caractériser la turbulence atmosphérique limite la méthode précédente. Il est par conséquent nécessaire de chercher d'autres sources.

En 1990, Caccia et Vernin [4] ont proposé une méthode d'extraction des paramètres atmosphériques à partir de la scintillation d'une étoile simple. Mais, cette méthode met en jeu un calcul compliqué qui rend l'extraction des paramètres difficile.

Nous proposons dans cette Note une nouvelle méthode plus simple pour la détermination des paramètres atmosphériques en appliquant la technique du SCIDAR généralisé aux étoiles simples.

## 2. Rappel

La fonction d'auto-corrélation spatio-temporelle de l'ombre volante (speckle atmosphérique) prise à l'instant  $t$  en  $\vec{x}$  avec cette même ombre prise à un instant  $t + \tau$  en  $\vec{x} + \vec{r}$  s'écrit [4] :

$$C(\vec{r}, \tau) = \sum_{i=1}^N C_i(\vec{r}, h_i) * G(\vec{r}, \sigma_{v_i} \tau) * S(\vec{r}) * \delta(\vec{r} - \vec{v}_i \tau) + n(\vec{r}), \quad (1)$$

$n(\vec{r})$  est le terme de bruit.

La fonction  $C_i(\vec{r}, h_i)$  est l'auto-corrélation correspondant à une couche turbulente dont la distance avec le plan d'analyse est  $h_i$ , elle est égale à la transformée de Fourier de la densité spectrale  $W_i(\vec{f})$  définie par [5] :

$$W_i(\vec{f}) = 1,54\lambda^{-2}|\vec{f}|^{-11/3}C_n^2(h_i)\Delta h_i \sin^2(\pi\lambda h_i f^2)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la lumière utilisée,  $\vec{f}$  est la fréquence spatiale horizontale et  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$  est l'intégrale de  $C_n^2(h)$  sur l'épaisseur de la couche turbulente. La fonction  $S(\vec{r})$  introduit l'effet de la réponse impulsionnelle de la caméra utilisée [6] et la fonction  $G(\vec{r}, \sigma_{v_i} \tau)$  est une gaussienne, d'écart type  $\sigma_{v_i} \tau$ , qui introduit l'effet des fluctuations de la vitesse sur les pics de corrélation [4] pendant la durée de la mesure, elle est donnée par l'équation suivante :

$$G(\vec{r}, \sigma_{v_i} \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{v_i} \tau} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{r^2}{(\sigma_{v_i} \tau)^2}\right].$$

Enfin, la fonction de Dirac  $\delta(\vec{r} - \vec{v}_i \tau)$  est introduite pour tenir compte du fait que les pics de corrélation se déplacent dans le plan de corrélation à cause du déplacement horizontal des couches turbulentes (Hypothèse de Taylor).

Un pic de corrélation, correspondant à une couche turbulente à l'altitude  $h$ , a une largeur naturelle  $\sim \sqrt{\lambda h}$  (diffraction de Fresnel). Sa mesure devrait donc, connaissant  $\lambda$ , nous permettre de trouver son altitude. Mais, comme il est visible dans l'Éq. (1), ce pic est élargi et sa hauteur diminue par l'effet de la convolution avec  $G$  qui correspond au fait que, pendant la durée du calcul statistique de la corrélation, la direction et le module du vecteur vitesse du vent  $\vec{v}$  ont changé de manière aléatoire. Une analyse du pic qui ne tiendrait pas compte de cet effet conduirait à supposer l'existence d'une couche à plus haute altitude et ayant une turbulence optique plus faible que la réalité.

Caccia et Vernin [4] ont proposé une méthode qui nécessite des mesures de la fonction d'auto-corrélation spatio-temporelle pour un grand nombre de retards temporels  $\tau$ . Nous proposons ici une méthode plus simple qui ne nécessite que deux mesures.

## 3. Méthode d'extraction des paramètres atmosphériques

Les résultats que nous allons exploiter ont été recueillis lors d'une campagne de mesure qui s'est déroulée à l'Observatoire de Haute Provence avec un télescope de 1,93 m de diamètre, le 21 juillet 2002 en visant l'étoile simple Véga.

### 3.1. Détermination de la vitesse d'une couche turbulente

Lorsqu'une couche turbulente se déplace avec une vitesse horizontale  $\vec{v}_i$ , la figure de speckle correspondant se déplace elle aussi à la même vitesse et sans déformation (hypothèse de Taylor) pendant un temps  $\tau$ , ce qui fait que le pic de corrélation se déplace dans le plan de corrélation d'une quantité  $\vec{v}_i \tau$  [4].

Donc, la détermination du vecteur de déplacement  $\vec{d}_i$  du pic permet de déterminer le module et la direction du vecteur vitesse de la couche turbulente via la relation suivante :

$$\vec{v}_i = \frac{\vec{d}_i}{\tau}. \quad (2)$$

La Fig. 1(a) montre une fonction d'auto-corrélation calculée pour  $\tau = 28$  ms. L'échelle est graduée en m/s grâce à la relation (2), et les coordonnées du vecteur vitesse sont directement lisibles.

Pour tester la validité de notre méthode nous avons comparé nos résultats avec ceux donnés par les ballons sondeurs lancés la même nuit du même site et avec ceux donnés par la technique du SCIDAR appliquée à une étoile double. Nous avons commencé par viser l'étoile simple Véga à 21 h 25 min puis, nous sommes passés à l'étoile double 95 Herculis à 22 h 09 min. L'équipe des ballons a effectué trois vols durant cette nuit, le premier ballon est lancé à 21 h 19 min (V281), le deuxième à 23 h 35 min (V283) et le troisième à 00 h 57 min (V285). La Fig. 1(b) montre les profils verticaux de la vitesse et de la direction du vent

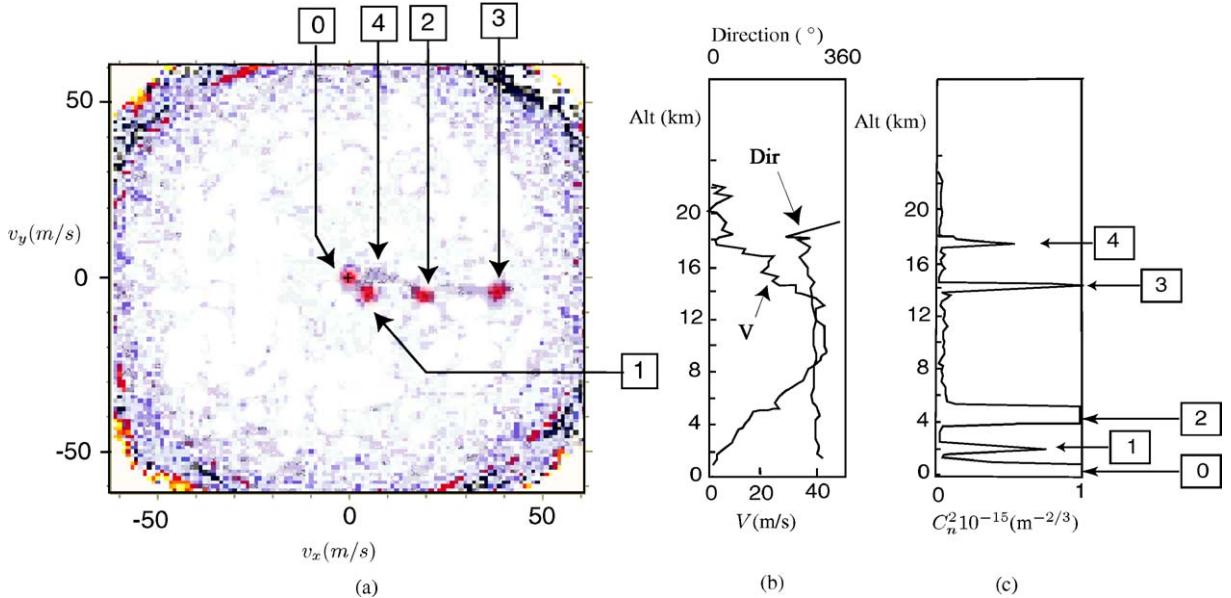


Fig. 1. (a) Fonction d'auto-corrélation spatio-temporelle  $C(\vec{r}, \tau)$  calculée pour  $\tau = 28$  ms à partir des données obtenues le 21 Juillet 2002 à l'Observatoire de Haute Provence. (b) Profils de la vitesse et de la direction du vent donnés par le ballon sondeur V281 lancé au-dessus du site la même nuit. (c) Profil de  $C_n^2(h)$  donné par le même ballon la même nuit. Les chiffres encadrés indiquent la correspondance entre les pics de corrélation et les couches turbulentes détectées par les ballons.

Fig. 1. (a) Cross-correlation function calculated from data obtained on 07/21/02 at Haute Provence Observatory, with  $\tau = 28$  ms. (b) Vertical profile of the wind (speed and direction) given by a balloon launched from this site the same night. (c) Vertical profile of  $C_n^2(h)$  given by the same balloon. Numbers indicate the correspondence between the correlation peaks and turbulent layers detected by the balloons.

Tableau 1

Vitesses et directions des cinq couches turbulentes. La convention adoptée pour calculer les directions est Nord =  $0^\circ$  et Est =  $90^\circ$

Table 1

Speeds and directions of the five turbulent layers. The convention for the wind directions is north =  $0^\circ$ , and east =  $90^\circ$

SCIDAR-étoile simple			Ballons	
Couche	$v$ (m/s)	Dir (°)	$v$ (m/s)	Dir (°)
0	0	–	0	–
1	6	230	7	280
2	18	255	20	270
3	37	264	30	260
4	5	260	6	265

et les chiffres encadrés indiquent la correspondance entre les pics de corrélation et les couches turbulentes rencontrées par le ballon. Le Tableau 1 rassemble les résultats trouvés par notre méthode et ceux donnés par les ballons.

D’après le Tableau 1 et la Fig. 1(b), on constate la bonne concordance des deux résultats aussi bien pour les vitesses que pour les directions.

### 3.2. Calcul de l’écart-type des fluctuations de la vitesse horizontale du vent

Pour calculer l’écart-type des fluctuations  $\sigma_{v_i}$  de la vitesse horizontale d’une couche turbulente, on isole le pic de corrélation correspondant à deux retards temporels  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , ce qui permet d’avoir les deux fonctions suivantes :

$$C_i(\vec{r}, \tau_1) = C_i(\vec{r}, h_i) * G(\vec{r}, \sigma_{v_i} \tau_1) * S(\vec{r}) * \delta(\vec{r} - \vec{v}_i \tau_1),$$

$$C_i(\vec{r}, \tau_2) = C_i(\vec{r}, h_i) * G(\vec{r}, \sigma_{v_i} \tau_2) * S(\vec{r}) * \delta(\vec{r} - \vec{v}_i \tau_2).$$

Il faut noter que cette opération de séparation des pics nécessite que ces derniers soient suffisamment distants les uns des autres. Pour qu’il en soit ainsi :

- la valeur du retard temporel  $\tau$  doit être suffisante pour bien séparer les pics. En effet, d’après l’Eq. (2), le déplacement  $\vec{d}_i$  est proportionnel à  $\tau$  ;
- la valeur de  $\tau$  ne doit pas être trop grande, sinon les pics de corrélation risquent de quitter le plan de corrélation qui est limité par la taille du télescope ;
- le temps d’intégration doit être choisi assez petit pour éviter l’étalement des pics, à cause des dispersions de la vitesse, et assez grand pour améliorer le rapport signal sur bruit. Dans notre cas, le temps d’intégration est 1 ms.

Les transformations de Fourier de  $C_i(\vec{r}, \tau_1)$  et  $C_i(\vec{r}, \tau_2)$  sont données par :

$$\Phi_i(\vec{f}, \tau_1) = W_i(\vec{f}) \widehat{G}(\vec{r}, \sigma_{v_i} \tau_1) \widehat{S}(\vec{f}) \exp(-2\pi j \tau_1 \vec{v}_i \cdot \vec{f}), \quad (3)$$

$$\Phi_i(\vec{f}, \tau_2) = W_i(\vec{f}) \widehat{G}(\vec{r}, \sigma_{v_i} \tau_2) \widehat{S}(\vec{f}) \exp(-2\pi j \tau_2 \vec{v}_i \cdot \vec{f}) \quad (4)$$

où  $\widehat{\cdot}$  dénote la transformation de Fourier.

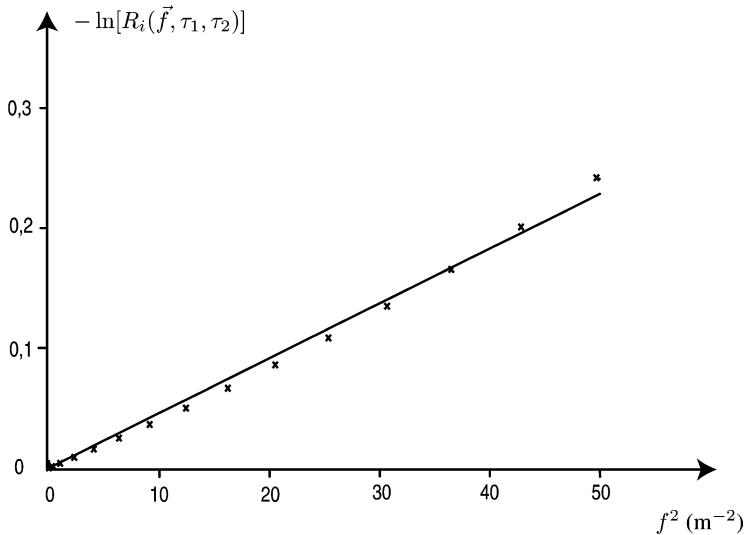


Fig. 2. Représentation graphique de la quantité  $-\ln[R_i(\vec{f}, \tau_1, \tau_2)]$  en fonction de  $f^2$ . Le calcul de la pente de la droite donne un écart-type  $\sigma_{v_1} = 0,8 \text{ m/s}$ . La dispersion des points expérimentaux autour d’une droite montre que le paramètre  $\sigma_{v_1}$  est constant sur des durées de l’ordre de  $\tau$ .

Fig. 2. Graphic representation of the quantity  $-\ln[R_i(\vec{f}, \tau_1, \tau_2)]$ . The slope of the straight line permits to have the standard deviation  $\sigma_{v_1} = 0.8 \text{ m/s}$ . The low dispersion of the experimental points around a straight line shows that  $\sigma_{v_1}$  is well constant.

Tableau 2

Les écart-types  $\sigma_{v_i(k,l)}$  calculés entre différentes fonctions d'auto-corrélation. Les valeurs de  $\sigma_{v_i(4,2)}$ ,  $\sigma_{v_i(3,2)}$  et  $\sigma_{v_i(4,3)}$  sont calculées en utilisant respectivement les couples IC<sub>2</sub>–IC<sub>4</sub>, IC<sub>2</sub>–IC<sub>3</sub> et IC<sub>3</sub>–IC<sub>4</sub>. Les fonctions d'auto-corrélation IC<sub>2</sub>, IC<sub>3</sub> et IC<sub>4</sub> correspondent respectivement à  $\tau = 21$  ms,  $\tau = 28$  ms et  $\tau = 35$  ms

Table 2

The standard deviations  $\sigma_{v_i(4,2)}$ ,  $\sigma_{v_i(3,2)}$  and  $\sigma_{v_i(4,3)}$  calculated, in m/s, using the couples IC<sub>2</sub>–IC<sub>4</sub>, IC<sub>2</sub>–IC<sub>3</sub> and IC<sub>3</sub>–IC<sub>4</sub> respectively. The cross-correlation functions IC<sub>2</sub>, IC<sub>3</sub> and IC<sub>4</sub> correspond to  $\tau = 21$  ms,  $\tau = 28$  ms and  $\tau = 35$  ms respectively

couche <i>i</i>	$\sigma_{v_i(4,3)}$ m/s	$\sigma_{v_i(4,2)}$ m/s	$\sigma_{v_i(3,2)}$ m/s	$\sigma_{v_i}moy$ m/s
0	0,2	0,3	0,2	0,2
1	0,7	0,7	0,8	0,8
2	0,5	0,6	0,8	0,6
3	0,4	0,5	0,3	0,4
4	0,4	0,5	0,6	0,5

La division du module de  $\Phi_i(\vec{f}, \tau_2)$  par celui de  $\Phi_i(\vec{f}, \tau_1)$  donne le rapport suivant :

$$R_i(\vec{f}, \tau_1, \tau_2) = \frac{|\Phi_i(\vec{f}, \tau_2)|}{|\Phi_i(\vec{f}, \tau_1)|} = \exp\left[-\frac{1}{2}\sigma_{v_i}^2(\tau_2^2 - \tau_1^2)(2\pi f)^2\right].$$

L'ajustement de cette quantité par une droite donne la valeur de  $\sigma_{v_i}$ . La Fig. 2 montre une représentation graphique de  $-\ln[R_i(\vec{f}, \tau_1, \tau_2)]$  en fonction de  $f^2$  pour  $\tau_1 = 21$  ms et  $\tau_2 = 28$  ms. Le dispositif expérimental utilisé permet de calculer  $\tau$  tel que  $\tau_i = i\Delta\tau$  où  $\Delta\tau = 7$  ms qui est le temps minimal entre deux images. La faible dispersion des valeurs expérimentales autour de la droite d'ajustement montre que la quantité  $\ln[R_i(\vec{f}, \tau_1, \tau_2)]$  est bien représentée par une loi linéaire.

Le Tableau 2 rassemble les écarts-types  $\sigma_{v_i(k,l)}$  calculés avec différents couples de fonctions d'auto-corrélation, par exemple  $\sigma_{v_i}(4,2)$  est la valeur de l'écart-type de la vitesse horizontale de la couche turbulente « *i* » calculée en utilisant la fonction d'auto-corrélation à 35 ms (IC<sub>4</sub>) et celle à 21 ms (IC<sub>2</sub>). Il faut noter que la fonction d'auto-corrélation correspondant au décalage temporel  $\tau$  est la fonction d'auto-corrélation entre un speckle atmosphérique pris à un instant *t* et ce même speckle pris à un instant ultérieur *t* +  $\tau$ . La valeur moyenne de l'écart type est de l'ordre de 1 m/s, cette valeur est pratiquement égale à la valeur trouvée par Caccia et Vernin [4].

### 3.3. Calcul de l'altitude $h_i$ et du coefficient $C_n^2(h_i)\Delta h_i$

Après avoir déterminé l'écart-type  $\sigma_{v_i}$ , l'altitude  $h_i$  et le coefficient  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$  peuvent être déterminés à partir de l'une des Eqs. (3)–(4) en calculant le rapport suivant :

$$N_i(f^2) = \frac{|\Phi_i(\vec{f}, \tau_2)|}{\widehat{S}(\vec{f})\widehat{G}(\vec{r}, \sigma_{v_i}, \tau_2)f^{-11/3}} = 1,54\lambda^{-2}C_n^2(h_i)\Delta h_i \sin^2(\pi\lambda h_i f^2).$$

L'ajustement de ce rapport avec une sinusoïde permet d'obtenir l'altitude de la couche turbulente et l'intégrale de la constance de structure  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$ . Cet ajustement est fait par la comparaison de  $N_i$  avec une série de fonctions théoriques  $C_n^2(h_i)\Delta h_i \sin^2(\pi\lambda h_i f^2)$  calculées pour différentes valeurs de  $h_i$  et de  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$ .

Il faut noter que dans la technique du SCIDAR généralisé, la valeur de  $h_i$  représente la distance entre la couche turbulente et le plan d'analyse du système optique utilisé. Dans l'expérience faite à l'OHP, on a placé le plan d'analyse à une distance virtuelle  $h_{sg} = -3$  km en dessous du sol de telle manière que l'altitude vraie de la couche au dessus du sol est  $H_i = h_i + h_{sg}$ .

Le Tableau 3 rassemble les différents paramètres atmosphériques calculés par la technique du SCIDAR généralisé appliquée à l'étoile simple Véga et ceux donnés par les sondages des ballons afin de pouvoir comparer les deux résultats. Ce tableau montre la compatibilité des ordres de grandeur des résultats trouvés par notre méthode avec ceux donnés par le premier ballon (V281) qui était lancé au moment où nous avons commencé l'acquisition. On constate que la force de la turbulence varie beaucoup dans certaines couches comme la couche à 5 km où elle passe de  $18 \times 10^{-14}$  m<sup>1/3</sup> dans le vol 281 à  $150 \times 10^{-14}$  m<sup>1/3</sup> dans le vol 285. Ceci peut expliquer les petites différences entre nos valeurs et les valeurs données par le ballon V281. La force totale de la turbulence est égale à  $54 \times 10^{-14}$  m<sup>1/3</sup>, cette valeur est proche de celle donnée par le premier ballon  $44,2 \times 10^{-14}$  m<sup>1/3</sup>.

On constate aussi que les pics étroits proviennent des couches turbulentes de basse altitude, alors que les pics larges proviennent des couches turbulentes de haute altitude, ce qui est cohérent avec le fait que le rayon de cohérence est proportionnel à  $\sqrt{\lambda h}$  [3].

Tableau 3

La partie gauche (Scidar) représente les résultats obtenus à partir de l'analyse de la scintillation de l'étoile simple Véga le 21 Juillet 2002 à l'Observatoire de Haute Provence à partir de 21 h 25 min. À côté de chaque  $h_i$  et  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$  est mentionnée l'incertitude correspondante. Ce tableau montre l'existence de cinq couches turbulentes. La partie droite (Ballons) représente les résultats donnés par trois ballons lancés la même nuit. Le premier ballon est lancé à 21 h 19 min (V281), le deuxième à 23 h 35 min (V283) et le troisième à 00 h 57 min (V285). Les altitudes sont calculées à partir du sol d'altitude 650 m et les directions sont telles que Nord =  $0^\circ$  et Est =  $90^\circ$

Table 3

Presentation of the results. Next to every  $h_i$  and  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$  is mentioned the corresponding uncertainty. This table shows five turbulent layers. During this night we have launched three balloons, the first at 21 h 19 min (V281), the second at 23 h 35 min (V283) and the third at 00 h 57 min (V285). The altitudes are calculated from the soil of altitude 650 m above the sea level. The convention for the wind directions is north =  $0^\circ$ , and east =  $90^\circ$

Scidar					Ballons						
$h_i$ km	$\sigma_{v_i}$ m/s	$ \vec{v}_i $ m/s	Dir $^\circ$	$C_n^2(h_i)\Delta h_i 10^{-14} \text{ m}^{1/3}$	$h_i$ km	$ \vec{v}_i $ m/s	Dir $^\circ$	$C_n^2(h_i)\Delta h_i 10^{-14} \text{ m}^{1/3}$	V281	V283	V285
$0,2 \pm 0,1$	0,2	0	–	$25 \pm 0,5$	0	0	–	20	70	32	
$1,8 \pm 0,5$	0,8	6	230	$8 \pm 0,5$	2,3	7	280	1,8	4	4,2	
$5,5 \pm 1,5$	0,6	18	255	$17,5 \pm 1,5$	4,5	20	270	18	119	150	
$11,3 \pm 0,5$	0,4	37	264	$2 \pm 0,5$	14	30	260	0,7	0,2	0,3	
$15,3 \pm 0,5$	0,5	5	260	$1,5 \pm 0,5$	17,5	6	265	3,7	–	4,1	

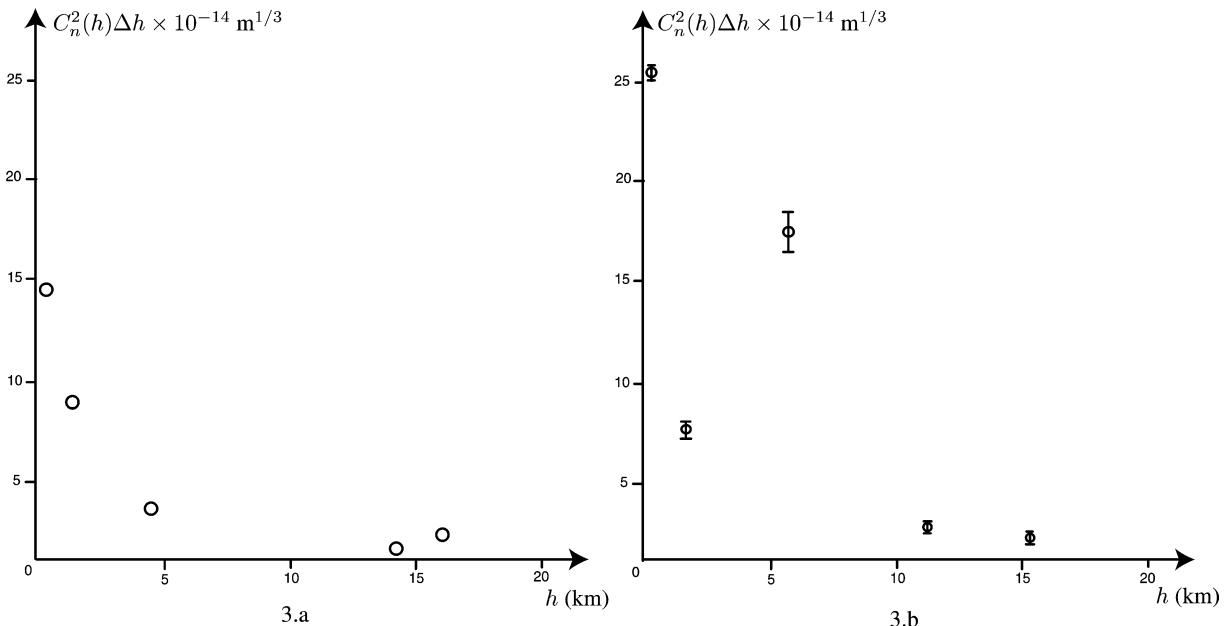


Fig. 3. (a) Les valeurs de  $C_n^2(h)\Delta h$  données par la technique du SCIDAR généralisé appliquée à l'étoile double le 21 Juillet 2002 à partir de 22 h 09 min. (b) Les valeurs de  $C_n^2(h)\Delta h$  calculées par notre méthode. Les barres représentent les incertitudes sur les mesures. Il y a un bon accord entre les deux résultats, en ce qui concerne la localisation des couches turbulentes en altitude. Avec notre méthode on est arrivé à détecter la quasi-totalité des couches turbulentes.

Fig. 3. (a)  $C_n^2(h)\Delta h$  values given by the double-star technique on 21/07/02, an hour after our experiment, and (b) those calculated by our method. There is a good agreement between the turbulent layer altitudes.

Une autre comparaison a été faite avec les résultats obtenus avec la technique du SCIDAR généralisé appliquée à l'étoile double 95 Herculis. La Fig. 3 montre les valeurs de  $C_n^2(h)\Delta h$  de l'étoile double et nos cinq estimations de  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$  correspondant aux cinq couches turbulentes trouvées par notre méthode.

Cette figure montre la concordance des deux résultats et ceci pour la quasi-totalité des couches turbulentes. Pour quantifier l'effet de la turbulence atmosphérique sur les images astronomiques on utilise un paramètre qui s'appelle le *seeing*. Ce paramètre

représente la taille angulaire de l'image d'un objet ponctuel au niveau du miroir primaire d'un télescope. Le *seeing* (exprimé en radian) est donné, dans le cas continu du SCIDAR généralisé, par la relation suivante :

$$\varepsilon = 5,25\lambda^{-1/5} \left[ \int C_n^2(h) dh \right]^{3/5}.$$

Dans notre cas, il peut être calculé en utilisant la relation :

$$\varepsilon = 5,25\lambda^{-1/5} \left[ \sum_i C_n^2(h_i) \Delta h_i \right]^{3/5}.$$

La valeur de  $\varepsilon$  (exprimée en seconde d'angle et noté '') déduite de nos résultats vaut  $0,85''$  et la valeur moyenne  $\langle \varepsilon \rangle$  donnée par la technique du SCIDAR généralisé appliquée à l'étoile double est  $\langle \varepsilon \rangle = 0,55''$  entre 22 h 09 min et 22 h 52 min et  $\langle \varepsilon \rangle = 0,97''$  entre 22 h 54 min et 1 h 53 min. Ces valeurs variaient assez rapidement au cours de cette nuit particulière, et sont proches de celles que nous avons obtenues avec notre méthode.

La valeur moyenne du *seeing* donnée par les ballons varie beaucoup entre le premier vol ( $0,76''$ ) et le deuxième ( $1,85''$ ). Ceci peut expliquer la différence entre les forces turbulentes calculées par notre méthode et celles données par le SCIDAR généralisé à étoile double puisque il y avait un décalage temporel entre les deux acquisitions.

Cette comparaison permet alors de confirmer encore une fois la validité de notre approche de détection de la turbulence atmosphérique à partir de la scintillation d'une étoile simple.

Théoriquement, on peut appliquer cette méthode pour réduire les données obtenues sur les étoiles doubles. En fait, la fonction d'auto-corrélation correspondant à une étoile double s'écrit, en supposant que les deux composantes du système ont la même intensité [3] :

$$C_{**}(0, \vec{r}, \vec{\theta}) = \frac{1}{2} C(0, \vec{r}, 0) + \frac{1}{4} [C(0, \vec{r}, \vec{\theta}) + C(0, \vec{r}, -\vec{\theta})],$$

$\vec{\theta}$  est la séparation angulaire des deux composantes de l'étoile.

Au voisinage de  $\vec{r} = \vec{0}$ , le pic de corrélation est tel qu'on l'obtiendrait avec une étoile simple, et c'est à ce pic qu'on peut appliquer la méthode. De part et d'autre de ce pic, apparaissent des pics de corrélation liés à la hauteur des couches turbulentes.

En pratique, on constate que les pics latéraux gênent lorsqu'on essaye d'isoler les pics. En effet, pour le même nombre de couches turbulentes, le nombre des pics est trois fois plus grand dans le cas de l'étoile double. Ceci rend difficile l'application de cette méthode aux étoiles doubles.

### 3.4. La propagation des erreurs

D'après les Éqs. (3) et (4), l'équation que nous utilisons pour calculer les paramètres est :

$$|\Phi_i(\vec{f}, \tau)| = K(\vec{f}) C_n^2(h_i) \Delta h_i \sin^2(\pi \lambda h_i f^2) \exp\left[-\frac{1}{2}(2\pi\sigma_{v_i} \tau f)^2\right],$$

$K(\vec{f})$  est une fonction qui contient toutes les constantes.

L'erreur relative sur  $|\Phi_i(\vec{f}, \tau)|$  peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\delta|\Phi_i(\vec{f}, \tau)|}{|\Phi_i(\vec{f}, \tau)|} &= \frac{\delta[C_n^2(h_i) \Delta h_i]}{C_n^2(h_i) \Delta h_i} + \frac{\delta[\sin^2(\pi \lambda h_i f^2)]}{\sin^2(\pi \lambda h_i f^2)} + \frac{\delta[\exp[-\frac{1}{2}(2\pi\sigma_{v_i} \tau f)^2]]}{\exp[-\frac{1}{2}(2\pi\sigma_{v_i} \tau f)^2]} \\ &= \frac{\delta[C_n^2(h_i) \Delta h_i]}{C_n^2(h_i) \Delta h_i} + \frac{2\pi\lambda h_i f^2}{\tan(\pi \lambda h_i f^2)} \frac{\delta h_i}{h_i} + (2\pi\sigma_{v_i} \tau f)^2 \frac{\delta\sigma_{v_i}}{\sigma_{v_i}}. \end{aligned}$$

En choisissant les ordres de grandeur :  $f^2 \simeq 10 \text{ m}^{-2}$ ,  $\sigma_{v_i} \simeq 1 \text{ m/s}$ ,  $\lambda \simeq 10^{-7} \text{ m}$ ,  $h \simeq 10^4 \text{ m}$  et  $\tau \simeq 10^{-2} \text{ s}$ , il vient :

$$\frac{\delta|\Phi_i(\vec{f}, \tau)|}{|\Phi_i(\vec{f}, \tau)|} \simeq \frac{\delta[C_n^2(h_i) \Delta h_i]}{C_n^2(h_i) \Delta h_i} + \frac{\delta h_i}{h_i} + 10^{-3} \frac{\delta\sigma_{v_i}}{\sigma_{v_i}}.$$

Cette formule montre que l'erreur relative sur  $\sigma_{v_i}$  a peu d'influence (facteur  $10^{-3}$ ) sur les autres paramètres à savoir la force des couches turbulentes et leur altitude qui sont déterminés après avoir calculé l'écart type.

### 3.5. La sensibilité de la méthode

Pour avoir de bons résultats il faut avoir un bon rapport signal sur bruit, plus grand que 2,5 dans le cas du SCIDAR généralisé. Le maximum du pic de corrélation correspondant à une couche turbulente d'altitude  $h_i$  et de force  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$  est [5] :

$$C_i(0, 0, 0) = 19,2\lambda^{-7/6}h_i^{5/6}C_n^2(h_i)\Delta h_i.$$

Si  $\sigma_n$  est l'écart type du bruit, alors la valeur minimale de  $C_n^2(h_i)\Delta h_i$  est :

$$[C_n^2(h_i)\Delta h_i]_{\min} = 2,5\sigma_n/(19,2\lambda^{-7/6}h_i^{5/6}).$$

Pour un écart type  $\sigma_n = 0,001$  on a :

$$[C_n^2(h_i)\Delta h_i]_{\min} = 1,8 \times 10^{-14} \text{ m}^{1/3} \text{ pour } h_i = 1 \text{ km et } [C_n^2(h_i)\Delta h_i]_{\min} = 1,5 \times 10^{-15} \text{ m}^{1/3} \text{ pour } h_i = 20 \text{ km.}$$

Le diamètre du télescope n'a pas d'influence sur la sensibilité de notre méthode. En effet c'est la taille du pixel ramené sur la pupille du télescope qui est importante. Celle-ci est un compromis entre la nécessité d'un flux lumineux suffisant et un bon échantillonnage spatial des speckles atmosphériques dont la taille de cohérence ( $\rho \sim \sqrt{\lambda h}$ ) varie avec l'altitude [3].

## 4. Conclusion

Nous avons proposé et validé une nouvelle technique d'analyse spatio-temporelle de la scintillation d'une étoile simple dans un plan d'analyse conjugué à une altitude différente de celle du télescope (dérivé de la technique du Scidar généralisé). Il nous suffit de mesurer la fonction d'auto-corrélation spatio-temporelle  $C(\vec{r}, \tau)$  à deux intervalles  $\tau$  différents pour déduire l'altitude, la vitesse du vent (et son écart-type) ainsi que l'intensité turbulente  $C_n^2(h)\Delta h$  dans toutes les couches turbulentes, depuis le sol jusqu'à 20–30 km. La simplicité de notre méthode rend le dépouillement des résultats facile et automatisable. L'utilisation d'une étoile simple rend notre méthode applicable à toutes les étoiles brillantes, et donc utilisable en continu chaque nuit.

La facilité avec laquelle on obtient à la fois la vitesse et la turbulence optique à toute altitude en font un outil indispensable pour l'optimisation des méthodes d'Optique Adaptative et d'interférométrie.

Grâce à des mesures simultanées faites avec des ballons météorologiques instrumentés et avec un Scidar généralisé, nous avons montré la validité de notre méthode qui nous permet d'épuiser la quasi-totalité des couches turbulentes.

Compte-tenu des fluctuations mesurées par les ballons, de la non-simultanéité des mesures et de leur non-colocalisation, les résultats obtenus sur étoile simple sont tangibles et au moins d'autant meilleure qualité que ceux obtenus par les autres méthodes.

Une étude de faisabilité de cette nouvelle technique est en cours avec des télescopes de petit diamètre (40–80 cm).

## Références

- [1] V.I. Tatarski, Wave Propagation in Turbulent Medium, Dover, New York, 1961.
- [2] A. Fuchs, M. Tallon, J. Vernin, Focusing on a turbulent layer: Principle of the Generalized SCIDAR, Astron. Soc. Pacific 110 (1998) 86–91.
- [3] J. Vernin, M. Azouit, Traitement d'image adapté au speckle atmosphérique : I. Formation du speckle en atmosphère turbulente – Propriétés statistiques, J. Optics Paris 14 (1) (1983) 5–9.
- [4] J.-L. Caccia, J. Vernin, Wind fluctuation measurements in the buoyancy range by stellar scintillation analysis, J. Geophys. Res. D 95 (9) (1990) 13,683–13,690.
- [5] F. Roddier, The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy, in : E. Wolf (Ed.), Progress in Optics, vol. 19, North-Holland, Amsterdam, 1981, pp. 281–376.
- [6] R. Avila, J. Vernin, L.-J. Sánchez, Atmospheric turbulence and wind profiles monitoring with generalized scidar, Astron. Astrophys. 369 (2001) 364–372.