



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

C. R. Physique 6 (2005) 567–574



COMPTES RENDUS
PHYSIQUE

<http://france.elsevier.com/direct/COMREN/>

Physique/Solides, fluides : propriétés mécanique et thermiques

Évolution du module de cisaillement avec la pression et la température

Marie-Hélène Nadal^{a,*}, Philippe Le Poac^b, Emmanuel Fraizier^a

^a Commissariat à l'Énergie Atomique, centre de Valduc, Département de Recherches sur les Matériaux Nucléaires, 21120 Is-sur-Tille, France

^b Commissariat à l'Énergie Atomique, centre de Saclay, Département des Matériaux pour le Nucléaire, 91190 Gif-sur-Yvette, France

Reçu le 23 septembre 2004 ; accepté le 1^{er} mars 2005

Disponible sur Internet le 13 avril 2005

Présenté par Robert Dautray

Résumé

Nous proposons dans cette Note un modèle prédictif du module de cisaillement G en fonction de la pression P et de la température T afin de contribuer aux modèles élasto-plastiques principalement connus et introduits dans les codes numériques de dynamique rapide. L'approche générale consiste à modéliser $G(T)$ en considérant la théorie de Lindemann au point de fusion : la température de fusion et la vibration de cisaillement du matériau sont intimement liées. La chute drastique de $G(T)$ au point de fusion est discutée et confrontée à des mesures expérimentales ultrasonores sur de l'étain (β). Finalement, nous proposons une relation entre $G(P, T)$ et la température de fusion T_m . **Pour citer cet article : M.-H. Nadal et al., C. R. Physique 6 (2005).**

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Evolution of the shear modulus with pressure and temperature. The aim of the present Note is to propose a predictive model of the shear modulus G versus pressure P and temperature T to complete the principal known elasto-plastic models implemented in hydrodynamic computer codes. The generic approach consists in modelling $G(T)$ by considering the Lindemann theory at the melting point: the melting temperature and the shear vibration of the material are closely connected. The drastic fall of $G(T)$ at the melting point is discussed and compared to experimental data achieved on tin (β) by ultrasonics. Finally, we propose a relationship between $G(P, T)$ and the melting temperature. **To cite this article: M.-H. Nadal et al., C. R. Physique 6 (2005).**

© 2005 Académie des sciences. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Mécanique ; Élasticité ; Module de cisaillement ; Modélisation ; Ultrasons ; Vitesse du son

Keywords: Mechanics; Elasticity; Shear modulus; Modelling; Ultrasound; Speed of sound

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : marie-helene.nadal@cea.fr (M.-H. Nadal).

Abridged English version

The aim of this Note is to propose a formulation $G(P, T)$ of the shear modulus G as a function of pressure P and the temperature T in order to complete the constitutive laws usually used in hydrodynamic codes [1–5].

The experimental work deals with the determination of ultrasonic wave velocities of β -tin above room temperature. The originality consists in the direct measurement of the shear wave velocity and the fine description of its drastic fall at the melting point.

The linear variation of the shear modulus with temperature is a usual assumption which is in a very good agreement with experiments in a wide range of temperature [6–8]. Furthermore, we propose to extend the $G(T)$ model to describe its behavior at the melting point. Our experimental results on β -tin, are in good agreement with the model which is validated by this way.

From Debye and Lindemann theories, a relationship between the melting temperature and the shear wave velocity just before the melting point is established. Thus, a value of 0.06 is calculated for the Lindemann constant. Then, with some hypothesis, we introduce the effect of the pressure in this relationship conducting to a predictive model for $G(P, T)$.

1. Introduction

Dans les études de chocs générés par explosifs, les matériaux subissent des variations très importantes de pressions et de taux de déformation. Les principaux modèles de comportement introduits dans les codes de dynamique rapide [1–5] requièrent la connaissance du module de cisaillement sur l'ensemble de la gamme de pression et de température étudiée.

L'objectif de cet article est de proposer une formulation analytique $G(P, T)$ du module de cisaillement G en fonction de la pression P et de la température T . Dans une première approche, loin du point de fusion, on considère généralement que G varie linéairement avec la température [6–9]. Cependant, que devient cette variation quand le matériau est soumis à des températures proches de la température de fusion T_m ? Dans cet article, nous tentons d'élucider précisément ce point, notamment grâce à des mesures ultrasonores. Par ailleurs, si le module de cisaillement est nul dans un liquide et chute de façon drastique à la température de fusion, que devient cette chute du module sous pression? C'est le second point étudié dans cet article.

Steinberg et al. [1] ont proposé l'expression suivante pour l'état solide :

$$G(P, T) = G_{\text{amb}} + \frac{\partial G}{\partial P} \frac{P}{\eta^{1/3}} + \frac{\partial G}{\partial T} (T - 300) \quad (1)$$

où G_{amb} est le module de cisaillement à la température ambiante (prise à 300 K), $\frac{\partial G}{\partial P}$ et $\frac{\partial G}{\partial T}$ sont respectivement les dérivées du module de cisaillement par rapport à la pression et à la température, η est la compression définie comme le rapport de la masse volumique à une pression donnée sur la masse volumique à la pression atmosphérique. Or, dans cette formulation, la variation du module de cisaillement avec la température ne dépend pas de la pression : dans cet article, en reprenant quelques éléments de la théorie de Debye [10] et de Lindemann [11], nous relierons le module de cisaillement et la température de fusion elle-même dépendante de la pression.

Cette démarche scientifique a été abordée partiellement par les auteurs dans deux autres articles [12,13], le premier indiquant des résultats expérimentaux obtenus par une méthode ultrasonore sans contact sur l'étain autour du point de fusion et mettant en évidence la chute drastique de $G(T)$; le second traitant plus largement de la modélisation de $G(P, T)$ pour un ensemble de polycristaux plus ou moins réfractaires et de symétrie cristalline élémentaire essentiellement cubique. Le cas de l'étain y était simplement évoqué en utilisant des résultats préliminaires. On notera aussi une approche équivalente dans l'état solide du matériau dans la référence [14] avec des expressions analytiques fortement paramétrées et partiellement validées pour l'argon.

Cet article synthétise ces deux approches d'une part en ciblant l'étude de $G(P, T)$ exclusivement sur l'étain, d'autre part en apportant des mesures nouvelles et plus fines, toujours par une méthode ultrasonore sans contact autour du point de fusion à la pression ambiante.

2. Modélisation et validation expérimentale de $G(T)$: exemple de l'étain

Ce travail présente la comparaison de la modélisation de $G(T)$ avec les mesures expérimentales acquises par une méthode ultrasonore sur de l'étain à des températures supérieures à l'ambiante.

Les caractéristiques de l'étain étudié sont résumées dans le Tableau 1. Il s'agit d'un échantillon d'étain polycristallin en phase β , issu d'un procédé de fonderie suivi d'une trempe et finalement d'une déformation plastique à froid. Notons que la transition de phase de l'étain à 286 K n'est pas étudiée ici. Les paramètres intrinsèques de l'étain dont l'évolution de sa masse volumique en fonction de la température, dans l'état solide et dans l'état liquide proviennent principalement de la Réf. [15].

Tableau 1

Paramètres intrinsèques de l'étain étudié où ρ_0 est la masse volumique, α le coefficient de dilatation thermique, m la masse atomique et T_m la température de fusion

Symétrie	Taille de grain (μm)	ρ_0 (kg/m^3)	α ($\times 10^{-6} \text{K}^{-1}$)	M	T_m (K)
Quadratique	<200	7282	21,46	118,69	505

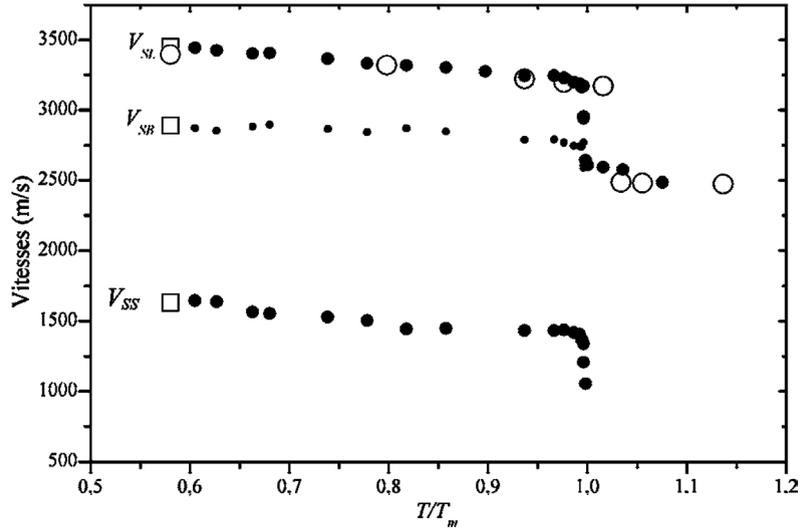


Fig. 1. Évolution des vitesses V_{SL} , V_{SS} , V_{SB} en fonction de la température ; (●) cette étude ; (□) cette étude au contact ; (○) [9]. Les incertitudes estimées sur T , V_{SL} , V_{SS} , V_{SB} sont respectivement de 0,6% ; 0,7% ; 2% ; 3%.

Les expériences ultrasonores de détermination des vitesses des ondes ultrasonores dans le solide, en fonction de la température, sont réalisées sans contact avec l'échantillon et sont donc particulièrement adaptées à la caractérisation des matériaux à des températures proches de la température de fusion T_m . La méthode expérimentale est décrite dans diverses références [12, 16–18]. La détermination des modules d'élasticité est réalisée à partir des mesures des vitesses des ondes ultrasonores, selon les équations de la théorie de l'élasticité [19,20].

La Fig. 1 montre les résultats expérimentaux correspondant à la vitesse des ondes de polarisation longitudinale V_{SL} et transversale V_{SS} . On définit aussi une quantité scalaire homogène à une vitesse, appelée « vitesse du son » V_{SB} dans le solide supposé isotrope et donnée par :

$$V_{SB}^2 = B/\rho_S \tag{2}$$

où B et ρ_S sont le module de compression et la masse volumique du matériau à l'état solide respectivement.

B s'exprime aussi en fonction des coefficients de Lamé λ et μ [20] :

$$B/\rho_S = \lambda + 2/3\mu. \tag{3}$$

Or les coefficients de Lamé s'expriment en fonction des deux constantes d'élasticité indépendantes c_{11} et c_{12} du solide isotrope par :

$$\lambda = c_{12}; \quad \mu = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}). \tag{4}$$

De même, ces constantes sont reliées aux vitesses des ondes élastiques de polarisation longitudinale V_{SL} et transversale V_{SS} par [20] :

$$V_{SL}^2 = c_{11}/\rho_S \quad \text{et} \quad V_{SS}^2 = c_{44}/\rho_S = (c_{11} - c_{12})/2\rho_S. \tag{5}$$

L'expression de B en fonction des vitesses des ondes élastiques devient :

$$B/\rho_S = V_{SL}^2 - 4/3V_{SS}^2. \tag{6}$$

D'où

$$V_{SB}^2 = V_{SL}^2 - 4/3V_{SS}^2. \tag{7}$$

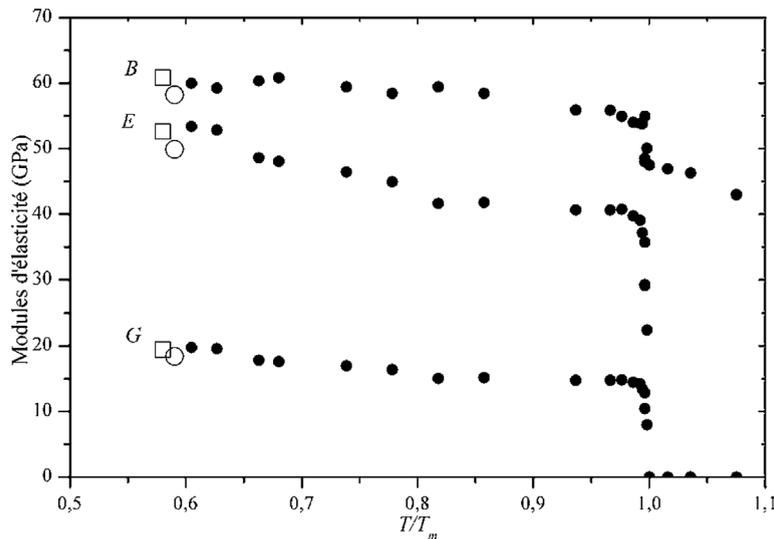


Fig. 2. Évolution de E , G et B en fonction de la température ; (●) cette étude ; (□) cette étude au contact ; (○) [21]. Les incertitudes sur ρ , B , E et G sont respectivement de 0,13 % ; 4,8 % ; 4,9 % et 6,1 %.

À la fusion, les résultats (Fig. 1) montrent un saut de la vitesse des ondes longitudinales qui continuent de se propager dans le liquide [9] et une chute drastique de la vitesse des ondes de cisaillement. Les mesures déterminées dans cette étude sont comparées d'abord à la température ambiante avec des mesures obtenues par des méthodes de contact réalisées au laboratoire et provenant de la référence [9]. Les résultats de Nakano et al. [9] sont reportés et comparés avec nos mesures de vitesse des ondes de polarisation longitudinale. Remarquons un décalage du saut de vitesse autour de la température de fusion certainement lié à la différence de mesure de température au cœur de l'échantillon dans nos travaux et autour de l'enceinte en température pour la Réf. [9].

Sur la base de ces mesures, nous pouvons déterminer [20] les modules d'élasticité (E -module d'Young, B -module de compression, G -module de cisaillement) (Fig. 2).

Tentons de décrire maintenant avec précision par une fonction continue ce que devient $G(T)$ de 0 K à T_m . Pour cela, nous partons de l'expression générique de Varshni [22] appliquée par Chen [23] au module de cisaillement $G(T)$:

$$G(T) = G_0 - \frac{s}{\exp(T_{\text{cal}}/T) - 1} \quad (8)$$

où G_0 est le module de cisaillement à 0 K, s et T_{cal} sont des paramètres d'ajustement homogènes respectivement à un module d'élasticité et à une température.

Alors que cette fonction décrit bien le module de cisaillement à basses températures en respectant le principe de thermodynamique conduisant à une tangente horizontale à 0 K, elle n'est pas satisfaisante à hautes températures et ne décrit jamais la chute de G à T_m . Nous proposons une évolution de cette fonction [17] afin que la description de $G(T)$ réponde aux critères suivants :

- (i) $G(T_m^+) = 0$ où T_m^+ définit la température juste au-dessus de T_m ;
- (ii) $G(T)$ est linéaire entre 0 K et la température ambiante ;

Nous introduisons la fonction $\mathfrak{S}(T/T_m)$ définie pour $T/T_m \in [0; 1 + \varepsilon]$ telle que :

$$G(T) = \left(G_0 - \frac{s}{\exp(T_{\text{cal}}/T) - 1} \right) / \mathfrak{S}(T/T_m) \quad (9)$$

avec

$$\mathfrak{S}(T/T_m) = 1 + \exp \left[\frac{T/T_m - 1}{\varepsilon \left\{ 1 - \frac{T}{T_m(1+\varepsilon)} \right\}} \right]. \quad (10)$$

Dans nos travaux $T_{\text{cal}}/T \ll 1$ ce qui autorise un développement limité au premier ordre autour de T_{cal}/T tendant vers 0 :

$$T/T_m \in [0; 1 + \varepsilon], \quad G(T) = \frac{1}{\mathfrak{S}(T/T_m)} G_0 [1 - a(T/T_m)] \quad \text{avec } a = \frac{s T_m}{G_0 T_{\text{cal}}}. \quad (11)$$

Tableau 2
Paramètres des différents modèles pour l'étain

Modèles de $G(T)$		G_0 (GPa)	a ou s (GPa)	T_{cal} (K)	ε	Domaine de validité
Linéaire	$G_0[1 - a(T/T_m)]$	26,5	0,475	–	–	$[T_{cal}; T_m]$
Varshni	$(G_0 - \frac{s}{\exp(T_{cal}/T) - 1})$	24,4	5,1	200	–	$[0; T_m]$
Chen						
Cette étude	$G(T) = \frac{G_0[1 - a(T/T_m)]}{\mathfrak{S}(T/T_m)}$	24,3	5	200	0,03	$[0; T_m(1 + \varepsilon)]$

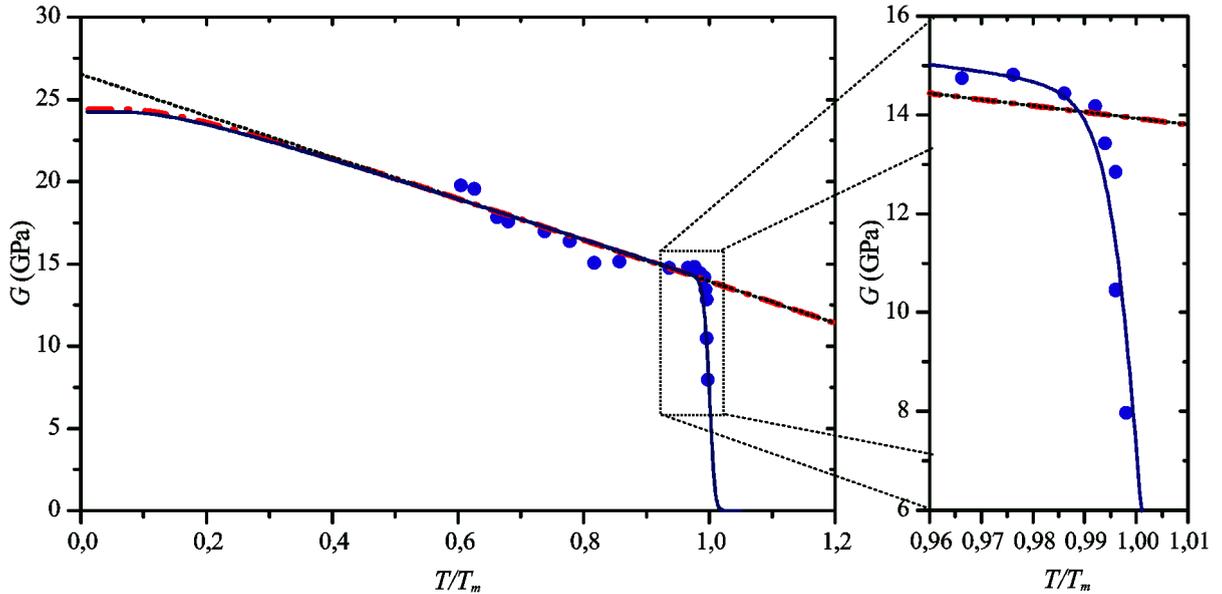


Fig. 3. Points expérimentaux (●), fonction linéaire (...), fonction de Varshni (- -) et notre modèle adapté à la description de la chute du module à la fusion (trait plein).

La fonction $\mathfrak{S}(T/T_m)$ décrit la chute drastique de $G(T)$ autour de $T/T_m \approx 1$. Le module de cisaillement est maintenant décrit uniquement par trois paramètres G_0 , a et $\varepsilon \ll 1$. Ce dernier coefficient impose la condition $G(T) = 0$ pour $T = T_m(1 + \varepsilon)$.

La Fig. 3 représente les différents modèles appliqués aux résultats obtenus sur l'étain : fonction linéaire, fonction de Varshni (ou de Chen) et notre modèle. Le Tableau 2 regroupe les paramètres et les caractéristiques de ces trois modèles appliqués à l'étain : le modèle strictement linéaire ne décrit bien $G(T)$ que sur un intervalle de température limité, hors du domaine des basses températures et du point de fusion. Le modèle de Varshni (ou de Chen) permet la description non linéaire proche du zéro absolu au prix d'un paramètre supplémentaire T_{cal} (homogène à une température, mais sans signification physique), mais ne décrit pas l'approche de la fusion. Enfin, notre modèle, écrit essentiellement pour rendre compte du mécanisme de changement d'état solide-liquide, décrit le module de cisaillement de 0 K à $T_m(1 + \varepsilon)$, même s'il néglige son évolution pour des températures inférieures à la température de Debye.

Notre modèle est écrit pour une phase cristalline du matériau. De ce fait, il doit être limité pour la phase cristalline quadratique de l'étain au domaine de température $[286 \text{ K} - T_m(1 + \varepsilon)]$. Notre modèle reste général et peut s'adapter à une analyse multiphase d'un matériau en identifiant les paramètres de l'Éq. (11) pour chaque phase cristalline puis le raccordement de chaque fonction.

3. Modèle prédictif $G(P, T)$

Nous proposons maintenant une formulation analytique de $G(P, T)$ fondée sur quelques hypothèses sans aucune possibilité à ce jour de validation expérimentale globale en température et sous pression. C'est en ce sens que nous annonçons ce modèle comme prédictif car il prédit ce que peut être le module de cisaillement en fonction de la température et de la pression.

Pour obtenir une description de $G(P, T)$, nous considérons que le mécanisme de fusion est directement relié à la vitesse de propagation des ondes de polarisation transversale et donc au module de cisaillement. En ce sens, nous nous appuyons sur le

raisonnement de Kamioka [6,7] construit à partir d'éléments des théories de Debye [10] et de Lindemann [11] et nous estimons que :

$$kT_m^- = \frac{(6\pi^2)^{2/3}}{3} f^2 m V_{SS}^2(T_m^-) \quad (12)$$

où k est la constante de Boltzmann, f la constante de Lindemann, T_m^- est la température du matériau solide juste en dessous de T_m ($T_m/T_m^- \approx 1$). m a la dimension d'une masse, produit de la masse atomique M du matériau avec l'unité de masse atomique $u = 1,66 \times 10^{-27}$ kg.

A la fusion, l'amplitude de vibration des atomes augmente considérablement. La théorie de Lindemann définit la constante de Lindemann comme une fraction de la distance interatomique moyenne atteinte à la fusion quand le matériau perd toute cohésion. C'est une constante qui caractérise et ne dépend que de la symétrie cristalline [6]. Pour l'étain, nous obtenons à partir de l'Éq. (12) :

$$f = 0,060 \pm 0,002. \quad (13)$$

Cette valeur est à comparée à 0,062 de la Réf. [24] pour l'étain.

Une fois de plus, ce sont les mesures directes de $V_{SS}(T)$ qui font l'originalité de ce travail alors que les travaux de la littérature [6,7] utilisent, pour ce calcul de f , une hypothèse supplémentaire de continuité de vitesse du son à la transition de phase solide-liquide.

La relation entre V_{SS} et G donne une expression équivalente à (12) :

$$kT_m^- = Cf^2 m \frac{G(T_m^-)}{\rho_S(T_m^-)} \quad \text{avec } C = \frac{(6\pi^2)^{2/3}}{3}. \quad (14)$$

En considérant d'abord un comportement linéaire de $G(T)$ dans la phase solide du matériau, il vient :

$$T/T_m \in [0; T_m^-], \quad G(T) = G_0 \left(1 - a \frac{T}{T_m}\right), \quad (15)$$

$$G(T_m^-) = G_0(1 - a). \quad (16)$$

Les Éqs. (14) et (16) donnent :

$$kT_m^- = Cf^2 m \frac{G_0}{\rho_S(T_m^-)} [1 - a]. \quad (17)$$

Soit :

$$a = 1 - \frac{\rho_S(T_m^-) k T_m^-}{C f^2 m G_0}. \quad (18)$$

En introduisant l'Éq. (18) dans l'Éq. (15), il vient :

$$G(T) = G_0 \left[1 - \frac{T}{T_m}\right] + \frac{\rho_S(T_m^-)}{C f^2 m} k T. \quad (19)$$

Maintenant, le but est d'obtenir un modèle prédictif du module de cisaillement $G(P, T)$. Pour cela, nous devons introduire la dépendance en pression des variables et l'Éq. (19) devient :

$$G(P, T) = G_0(P) \left[1 - \frac{T}{T_m(P)}\right] + \frac{\rho_S(P, T_m^-)}{C f^2 m} k T. \quad (20)$$

Ce modèle dépend des données suivantes :

- (i) f qui est supposé indépendant de la pression.
- (ii) $T_m(P)$, $\rho_S(P, T_m)$ qui peuvent être déterminés expérimentalement ou par calcul. Par exemple, $T_m(P)$ peut être déterminé en utilisant l'expression de Lindemann et en faisant quelques hypothèses sur l'évolution du paramètre de Grüneisen avec la compression [1].
- (iii) $G_0(P)$.

Pour l'estimation de $G_0(P)$, nous nous inspirons de la formulation de Steinberg (Eq. (1)) [1] appliquée à $G_0(P)$:

$$G_0(P) = G_0 + \frac{\partial G}{\partial P} \frac{P}{\eta^{1/3}}. \quad (21)$$

Nous faisons maintenant l'hypothèse que la masse volumique à 0 K est peu différente de celle à température ambiante T_{amb} :

$$\eta = \frac{\rho_S(P, 0)}{\rho_S(0, 0)} \simeq \frac{\rho_S(P, T_{\text{amb}})}{\rho_S(0, T_{\text{amb}})}. \quad (22)$$

Les Éqs. (11), (20) et (21) conduisent à :

$$G(P, T) = \frac{1}{\mathfrak{S}(T/T_m)} \left\{ G_0 \left[1 + \frac{1}{G_0} \frac{\partial G}{\partial P} \frac{\rho_S^{1/3}(0, T_{\text{amb}})}{\rho_S^{1/3}(P, T_{\text{amb}})} P \right] \left[1 - \frac{T}{T_m(P)} \right] + \frac{\rho_S(P, T_m^-)}{Cf^2 m} kT \right\} \quad (23)$$

où $\mathfrak{S}(T/T_m)$ est donné par l'Éq. (10) et $\frac{\partial G}{\partial P}$ peut être déterminé en mesurant quelques points en pression de G à la température ambiante.

4. Conclusion

Cet article propose un modèle prédictif du module de cisaillement en fonction de la température et de la pression $G(P, T)$ afin d'apporter un complément aux lois de comportement utilisées dans les codes de dynamique rapide. Il s'appuie sur les analyses antérieures des auteurs [12,13], affinées dans cet article dans le cas de l'étain β (phase quadratique). Loin du point de fusion, l'étude expérimentale sur l'étain β confirme le comportement linéaire des modules d'élasticité en fonction de la température. L'originalité de ce travail est l'obtention de mesures expérimentales de la vitesse des ondes de cisaillement avec une description fine de la chute drastique du module de cisaillement à la fusion. Un modèle pour $G(T)$ est proposé à l'approche du point de fusion. Les résultats expérimentaux et le modèle proposé sont confrontés avec succès. Cette première partie de l'étude constitue alors la base de la modélisation prédictive de $G(P, T)$. Maintenant, nous espérons valider expérimentalement ce modèle prédictif $G(P, T)$ par des travaux en pression dans la gamme 1–100 GPa.

Références

- [1] D.J. Steinberg, S.G. Cochran, M.W. Guinan, A constitutive model for metals applicable at high-strain rate, *J. Appl. Phys.* 51 (3) (1980) 1498–1504.
- [2] G.R. Johnson, W.H. Cook, Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, *Engng. Fracture Mech.* 21 (1) (1985) 31–38.
- [3] F.J. Zerelli, R.W. Armstrong, Dislocation-mechanics-based constitutive relations for materials dynamics calculations, *J. Appl. Phys.* 61 (5) (1987) 1816–1825.
- [4] J.R. Klepaczko, Thermally activated flow and strain rate history effects for some polycrystalline fcc metals, *Mater. Sci. Engrg.* 18 (1975) 121.
- [5] L. Preston, D.L. Tonks, D.C. Wallace, The rate dependence of the saturation flow stress of Cu and 1100 Al, *Shock Compression of Condensed Matter*, in: *Proc. Amer. Phys. Soc. Top. Conf.*, Williamsburg, Virginia, 1991, pp. 423–426.
- [6] H. Kamioka, Jump in sound velocity between solid and liquid phases at melting point in pure metals, *J. Phys. Soc. Jap.* 52 (10) (1983) 3432–3435.
- [7] H. Kamioka, Change of ultrasonic wave velocity in Indium near the melting point, *J. Phys. Soc. Jap.* 52 (8) (1983) 2784–2789.
- [8] T. Gorecki, Vacancies and changes of sound velocity in metals, *Acustica* 80 (1994) 81–84.
- [9] H. Nakano, Y. Matsuda, S. Nagai, Ultrasonic velocity measurements in molten materials with the use of laser-generated ultrasound, *Meas. Sci. Technol.* 9 (1998) 217.
- [10] P. Debye, Über die Berechnung molekularer Eigen-frequenzen, *Annal. Phys.* (1914) 43–49.
- [11] F.A. Lindemann, Über die Berechnung molekularer Eigen-frequenzen, *Phys. Z.* 11 (1910) 609–612.
- [12] E. Fraizier, M.-H. Nadal, R. Oltra, Laser-ultrasonics: Noncontact determination of the elastic moduli determination of β -Sn up and through the melting point, *J. Appl. Phys.* 93 (1) (2003) 649–654.
- [13] M.-H. Nadal, P. Le Poac, A continuous model of the shear modulus as a function of pressure and temperature up to the melting point: analysis and ultrasonic validation, *J. Appl. Phys.* 93 (5) (2003) 2472–2480.
- [14] L. Burakovsky, C.W. Greef, D.L. Preston, Analytic model of the shear modulus at all temperatures and densities, *J. Phys. B* 67 (2003) 094107/1–094107/9.
- [15] Y.S. Touloukian, R.K. Kirby, R.E. Taylor, P.D. Desai, *Thermophysical Properties of Matter*, vol. 12, Plenum Press, New York, 1975, p. 339.
- [16] C.A. Calder, E.C. Draney, W.W. Wilcox, Non-contact measurement of the elastic constants of plutonium at elevated temperatures, *J. Nuclear Mat.* 97 (1981) 126–136.
- [17] E. Fraizier, M.-H. Nadal, R. Oltra, Viscoelastic constants evaluation up to the melting temperature of metallic materials by laser-ultrasonics, *Ultrasonics* 40 (1–8) (2002) 543–769.
- [18] D. Royer, E. Dieulesaint, Optical probing of the mechanical impulse response of a transducer, *Appl. Phys. Lett.* 49 (1986) 1056.

- [19] L. Landau, E. Lifchitz, *Théorie de l'élasticité*, Physique théorique, vol. 7, Mir, Moscou, 1967.
- [20] D. Royer, E. Dieulesaint, *Elastic Waves in Solids I: Free and Guided Propagation*, Springer-Verlag, Berlin, 1999, p. 140.
- [21] J. Colin, M.C. Smithells, *Metals Reference Book*, vol. 3, fourth ed., Butterworths, London, 1967, p. 708.
- [22] P. Varshni, Temperature dependence of the elastic constants, *Phys. Rev. B* 2 (10) (1970) 3952–3958.
- [23] S.R. Chen, G.T. Gray III, Constitutive behavior of tantalum and tantalum-tungsten alloys, *Metall. Mat. Trans. A* 27 (1996) 2994–3006.
- [24] G.M.B. Webber, R.W. Stephens, in: W.P. Mason (Ed.), *Physical Acoustics*, vol. 4B, Academic Press, New York and London, 1968, p. 56, Chapter 11.