

Astrophysique/Système solaire

Formes d'astéroïdes et formation de satellites : rôle de la réaccumulation gravitationnelle

Jean-François Consigli ^{a,b}, Paolo Tanga ^{b,*}, Carlo Comito ^{b,c}, Daniel Hestroffer ^d,
Derek C. Richardson ^e

^a *Faculté des sciences, université de Nice–Sophia Antipolis, parc Valrose, 06108 Nice, France*

^b *Laboratoire Cassiopée, observatoire de la Côte d'Azur, 06304 Nice, France*

^c *Università di Pisa, Lungarno Pacinotti, 43, 56126 Pisa, Italie*

^d *IMCCE, observatoire de Paris, 77, avenue Denfert-Rochereau, 75014 Paris, France*

^e *University of Maryland, College Park, MD 20742, États-Unis*

Reçu le 23 juillet 2006 ; accepté après révision le 23 février 2007

Disponible sur Internet le 12 avril 2007

Présenté par Françoise Combes

Résumé

Plusieurs indices suggèrent qu'un grand nombre d'astéroïdes seraient des empilements de gravats, liés uniquement par gravité et quasiment dépourvus de cohésion interne. Leur formation serait due à la réaccumulation de fragments issus de la destruction antérieure d'un corps parent. La forme de ces objets, que l'on observe, pourrait ainsi être liée à ce processus de réaccumulation gravitationnelle. Toutefois, à l'heure actuelle, on ignore si les formes observées des astéroïdes sont le résultat de la seule réaccumulation ou d'événements ultérieurs entraînant un réajustement de la forme du corps.

Dans cette Note, nous nous interrogeons sur l'origine des formes des astéroïdes. À l'aide d'une étude numérique de la réaccumulation, nous étudions les formes d'équilibres possibles correspondants aux modèles théoriques. Les résultats montrent, pour la première fois, que seulement une catégorie précise de formes (sphéroïdes aplatis) est apparemment créée via ce mécanisme. Ces résultats pourraient ainsi fournir d'intéressantes contraintes sur l'évolution des formes d'astéroïdes, notamment pour ceux possédant un, ou plusieurs, satellites. **Pour citer cet article :** J.-F. Consigli *et al.*, *C. R. Physique 8 (2007)*.

© 2007 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Asteroid shapes and satellite formation: role of gravitational re-accumulation. Following current evidence, it is widely accepted that many asteroids would be 'gravitational aggregates', i.e. bodies lacking internal cohesion. They could mainly originate from the catastrophic disruption of some parent body, through the gravitational re-accumulation of the resulting fragments. The same events produced the dynamical families that we observe. In this work we address the problem of the origin of shapes of gravitational aggregates, that could contain signatures of their origin. We use a N -body code to simulate the collapse of a cloud of fragments, with a variety of initial velocity distributions and total angular momentum. The fragments are treated as inelastic spheres, that rapidly accumulate to form rotating aggregates. The resulting shapes and rotational properties are compared with theoretical predictions. The results show that only a precise category of shapes (flattened spheroids) are created via this mechanism. This may

* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : consigli@obs-nice.fr (J.-F. Consigli), hestroffer@imcce.fr (D. Hestroffer), dcr@astro.umd.edu (D.C. Richardson).

provide interesting constraints on the evolution of asteroid shapes, in particular for those with one or more satellites. *To cite this article: J.-F. Consigli et al., C. R. Physique 8 (2007).*

© 2007 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Système Solaire ; Astéroïdes ; Satellites ; Collisions

Keywords: Solar System; Asteroids; Satellites; Collisions

1. Introduction

Depuis leur formation, tous les astéroïdes évoluent principalement sous l'influence des multiples perturbations planétaires et des chocs qu'ils subissent entre eux. Plusieurs études [1,2] montrent qu'hormis les plus grands d'entre eux (Cérès, Pallas, Vesta, Juno, ...), les astéroïdes seraient le résultat de collisions mutuelles.

Parmi ces collisions, les plus violentes d'entre-elles, appelées collisions catastrophiques, sont responsables de la destruction totale du corps impacté et génèrent ainsi des centaines de milliers de fragments dont il demeure, encore aujourd'hui, des traces observationnelles. Le témoignage de cette intense évolution collisionnelle est apporté par des groupes d'objets partageant des compositions et des propriétés orbitales similaires. L'existence de ces groupes d'objets, les familles dynamiques d'astéroïdes, est désormais clairement établie [2]. A ce jour, une vingtaine de ces familles a ainsi été découverte dans le Système Solaire.

Contrairement à ce que l'on pensait jusqu'alors, on sait depuis peu [3] que la formation d'une famille d'astéroïdes ne peut s'expliquer uniquement par la fragmentation d'un corps « parent ». Dès qu'un objet dépasse quelques centaines de mètres, sa destruction signifie qu'il se fragmente lors de la traversée de l'onde de choc, mais également que les fragments produits s'échappent et interagissent mutuellement. Certains fragments peuvent se réaccumuler sous leur propre attraction pour former des agrégats qui constitueraient ainsi les membres des familles d'astéroïdes observées aujourd'hui [3].

Outre la formation de ces familles, ces collisions peuvent également entraîner la formation de satellites [4–6] en orbites stables [7,8] autour d'astéroïdes. Pratiquement dépourvus de toutes forces de cohésion interne, ces corps réaccumulés seraient des agrégats de fragments liés uniquement par la gravité mutuelle s'exerçant entre les différents fragments constituant l'agrégat lui-même.

Parallèlement à ces travaux, des preuves indirectes de l'existence de ces agrégats ont été obtenues. On peut citer à ce propos les études de courbes de lumière [9,10], ou les observations de l'astéroïde Mathilde par la sonde NEAR [11]. Mathilde possède en effet une faible densité, $\rho = 1,3 \text{ g cm}^{-3}$, soit environ 3 fois inférieure aux astéroïdes de composition similaire [12]. Un tel constat laisse penser que Mathilde serait en réalité un corps réaccumulé, de grande porosité (pourcentage de vide), formé de débris issus d'une collision antérieure [13,14].

L'objet de ce travail est précisément d'examiner les caractéristiques des astéroïdes se formant par réaccumulation gravitationnelle lors de l'effondrement d'un nuage de particules. La question centrale que l'on se pose est de savoir quels liens il existe entre la forme des astéroïdes, la présence éventuelle de satellites et le processus de réaccumulation lui-même. Afin d'apporter des éléments de réponses, on réalise une étude numérique ainsi qu'une comparaison avec des modèles de formes d'équilibres déjà existants. L'approche utilisée au cours de ce travail se caractérise par son aspect novateur. Une étude précédente [15] prenait en effet comme point de départ des agrégats *déjà formés* et s'intéressait à la façon dont la forme de ces corps évoluait et se réajustait en fonction de leur vitesse de rotation. La démarche utilisée ici est différente : on souhaite comprendre quelles sont les formes « possibles » (accessibles) via le processus de réaccumulation, et ce, sans faire appel à un corps déjà formés, mais en considérant uniquement l'effondrement d'une distribution dispersée de particules, censée représenter un nuage de débris après une collision catastrophique.

Nous évoquerons dans la Section 2 les différents modèles de formes d'équilibres. Dans la Section 3, nous discuterons de la méthode numérique utilisée pour mener à bien les différentes simulations. Enfin, en Section 4, nous analyserons les résultats issus de ces mêmes simulations afin d'en tirer des conclusions préliminaires quant à l'origine des formes des astéroïdes que l'on observe.

2. Formes d'équilibre

Tout ellipsoïde est défini par ses 3 demi-axes $a > b > c$ ou par ses rapports d'axes (généralement b/a et c/a). Selon certaines études [16–18] les courbes de lumière observées seraient compatibles avec des formes ellipsoïdales à 3 axes et, plus généralement, avec des formes convexes en rotation uniforme. Récemment, ces résultats ont été renforcé pour certains objets grâce à des observations menées avec le télescope spatial Hubble [19,20]. Ceci n'exclut pas le fait que les courbes de lumière puissent contenir, au moins dans quelques cas, beaucoup plus de renseignements sur des formes davantage complexes [17].

Il y a une vingtaine d'années, certaines études [2,21] tentèrent de modéliser les astéroïdes ré-accumulés, ou 'rubble pile', par des fluides en équilibre hydrostatique. Cependant, l'approche « fluide », qui consiste à calculer la surface équipotentielle pour un fluide en rotation, comporte certaines faiblesses. Si l'on considère les rapports d'axes des astéroïdes observés par photométrie, on s'aperçoit (Fig. 3) que peu d'entre-eux possèdent des formes d'équilibre de fluides [22,16]. Cependant, parmi les astéroïdes les plus proches aux formes d'équilibres de fluides, on s'est aperçu [23] que les astéroïdes binaires étaient particulièrement nombreux. La réciproque, par contre, n'est pas vraie [23] : les astéroïdes binaires connus ne possèdent pas tous des formes d'équilibres de fluides. Dans les années 1980–90, on s'intéressa davantage aux solutions d'équilibres dans le cas de fluides compressibles, c'est-à-dire des fluides dont l'indice polytropique n est tel que $n \neq 0$ [24,25]. Plus récemment, il a été montré [26] qu'un faible frottement interne suffisait à rendre compte de quasiment toutes les formes d'astéroïdes observées.

Nous reviendrons sur ces modèles (2.3) après avoir montré les éléments qui conduisent au calcul des formes d'équilibre de fluides (2.2).

2.1. Généralités et rotation limite

Tout ellipsoïde triaxial est une surface quadratique dont l'enveloppe est donnée, en coordonnées cartésiennes, par :

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

Le triplet (a, b, c) représente, respectivement, les demi-axes de l'ellipsoïde : grand, moyen et petit. L'ellipsoïde devient une sphère si ses trois demi-axes sont égaux. Si deux des trois demi-axes sont égaux, l'ellipsoïde est appelé sphéroïde (ou ellipsoïde biaxial). Selon si $c < a$ ou $c > a$, il s'agira respectivement d'un obloïde ou d'un proloïde.

On définit ensuite les rapports d'axes b/a et c/a . Sauf mention contraire, l'aplatissement de tout ellipsoïde sera défini par $e = \sqrt{1 - (c/a)^2}$.

Quasiment dépourvus de cohésion interne, les agrégats sont très sensibles aux forces centrifuges inhérentes à la rotation. Dès lors, on peut en effet se demander quelle est la vitesse de rotation limite Ω_{\max} à partir de laquelle une particule située en périphérie d'un objet sphérique (et plus généralement ellipsoïdal) peut s'échapper sous l'effet de la seule force centrifuge. En égalant gravitation et forces centrifuges, on obtient dans le cas d'une sphère la relation suivante [15] :

$$\frac{\Omega_{\max}}{\sqrt{2\pi G\rho_{\text{tp}}}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2)$$

où ρ_{tp} est la densité du corps considéré. Pour un proloïde, cette relation prend la forme suivante [15] :

$$\frac{\Omega_{\max}}{\sqrt{2\pi G\rho_{\text{tp}}}} = \exp^{-3/2} (\bar{e}^2 - 1)^{-1/2} \left[2\bar{e} + \ln\left(\frac{1 - \bar{e}}{1 + \bar{e}}\right) \right] \quad (3)$$

avec ici l'aplatissement \bar{e} est défini par $\bar{e} = \sqrt{1 - q_2^2} \neq e$. Numériquement, il est parfois utile d'assimiler le proloïde à un corps ponctuel de même masse. On aboutit alors à la relation simplifiée [15] :

$$\frac{\Omega_{\max}}{\sqrt{2\pi G\rho_{\text{tp}}}} = \sqrt{2/3} (1 - \bar{e}^2)^{-1/2} \quad (4)$$

2.2. Équilibre hydrostatique

Toute masse fluide, en rotation rigide, soumise uniquement aux forces gravitationnelles et de pression, suit l'équation de l'équilibre hydrostatique :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla p + \rho g + \frac{1}{2} \rho \nabla |\Omega \times x|^2 + 2\rho u \times \Omega \quad (5)$$

où $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (u \cdot \nabla)$, u est la vitesse au point x , p la pression, g l'accélération de la pesanteur et Ω la vitesse angulaire. Dus à la rotation, les deux derniers termes de l'équation sont respectivement la force centrifuge et la force de Coriolis.

Pour un sphéroïde de Maclaurin ($a = b$) on peut montrer [27] qu'il existe une relation liant l'aplatissement e du sphéroïde à sa vitesse angulaire Ω :

$$\frac{\Omega^2}{\pi G \rho} = 2(3 - 2e^2) \frac{\sqrt{1 - e^2}}{e^3} \arcsin(e) - \frac{6(1 - e^2)}{e^2} \quad (6)$$

De même, il est possible d'exprimer le moment angulaire L en fonction de la vitesse de rotation Ω [27] :

$$\bar{L} = \frac{\sqrt{3}}{5} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \bar{\Omega} \quad (7)$$

avec $\bar{L} = L/(Gm^3 R)$ le moment angulaire adimensionné, $R = (a^2 c)^{1/3}$ le rayon d'une sphère de même masse m que le sphéroïde et $\bar{\Omega} = \Omega/(\pi G \rho)^{1/2}$ la vitesse de rotation adimensionnée.

Pour un ellipsoïde de Jacobi ($a \neq b$), on obtient grâce à une algèbre plus compliquée [27] :

$$\frac{\Omega^2}{\pi G \rho} = 2abc \int_0^{+\infty} \frac{u \, du}{(a^2 + u)(b^2 + u)\Delta} \quad (8)$$

$$\Delta^2 = (a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u) \quad (9)$$

Là encore, on peut établir une relation liant moment angulaire L et vitesse de rotation Ω :

$$\bar{L} = \frac{\sqrt{3}}{10} \frac{a^2 + b^2}{R^2} \bar{\Omega} \quad (10)$$

Augmenter la rotation contraint le corps fluide à prendre une forme de plus en plus aplatie. Pour des faibles vitesses de rotation, deux formes d'équilibre sont possibles : l'une avec un aplatissement $e < 0,8$ et telle que $a = b$ (sphéroïde ; séquence de Maclaurin), l'autre avec la même vitesse de rotation mais un aplatissement plus grand ($0,8 < e < 1$) et telle que $a \neq b$ (ellipsoïde à 3 axes ; séquence de Jacobi). Celle-ci possède aussi un plus grand moment d'inertie, donc un moment angulaire L plus élevé. Au-dessus de $\bar{\Omega}_{\text{crit}}^2$, aucune forme stable n'existe pour un fluide (Fig. 1).

2.3. Modèle élasto-plastique

Bien que l'hypothèse d'un comportement fluide semble valable pour les corps gazeux du Système solaire, rien n'est moins sûr à propos des petits corps (astéroïdes) pour lesquels le comportement fluide est loin d'être garanti. A priori séduisante, l'idée d'assimiler les astéroïdes à des corps linéairement élastiques comporte quelques inconvénients. En effet, les solutions « élastiques » reposent sur une hypothèse forte : l'existence d'un état initial sans contraintes dans le passé évolutif du corps considéré [26]. Or, les états actuels des corps du Système Solaire sont le résultat d'une évolution mouvementée : collisions, fragmentations, accumulations et réajustements. Ces phénomènes sont à l'origine de contraintes résiduelles qui ne peuvent être connues avec précision.

Adopter une approche élasto-plastique permet de s'affranchir de la connaissance du passé de l'objet. En effet, en calculant le chargement maximal accessible pour un corps donné, on peut déterminer des solutions d'équilibres limites et ce, en particulier, pour des corps composés de fragments. D'après des études géologiques, le comportement de certains matériaux granulaires (roches, sols ou graviers) nécessite des théories élasto-plastiques et répond au critère de Mohr–Coulomb. Déterminé uniquement par une cohésion Y et un angle de frottement interne ϕ , ce critère est généralement utilisé pour calculer la contrainte maximale qu'un corps peut supporter avant cassure. Étant symétrique, le

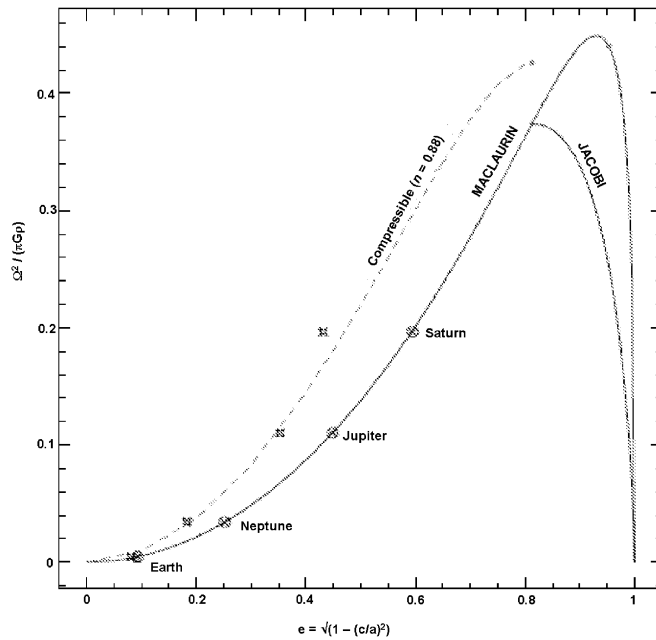


Fig. 1. Courbes de Maclaurin et Jacobi (*traits pleins*). La partie de la courbe de Maclaurin située à droite du point de bifurcation (Maclaurin–Jacobi) correspond à des états d’équilibres instables. Les états d’équilibres d’un fluide compressible (n est l’indice polytropique) sont également représentés (*tirets*). L’aplatissement théorique des planètes (*ronds*), supposées homogènes et incompressibles, est supérieur aux valeurs observées (*croix*). D’après [30].

tenseur des contraintes $\Sigma = [\sigma_{ij}]$ est diagonalisable et admet pour valeurs propres $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, appelées contraintes principales. Dans le cas où la cohésion est négligeable, le critère de Mohr–Coulomb s’écrit [26] :

$$\tan(\phi) \geq \frac{\sigma_1/\sigma_3 - 1}{2\sqrt{\sigma_1/\sigma_3}} \tag{11}$$

L’angle de frottement est alors limité uniquement par les contraintes principales σ_1 et σ_3 . Typiquement, les matériaux granulaires terrestres sont tels que $\phi \sim 30^\circ$. Ainsi, un tas de sable aura pour pente maximale $\phi \sim 30^\circ$ alors qu’un fluide ($\phi = 0^\circ$) ne formera aucun tas. Il est relativement fréquent d’assimiler un matériau à un solide élasto-plastique sans cohésion interne. Couramment employé en mécanique des sols, ce modèle semble approprié pour décrire la structure interne des astéroïdes réaccumulés au sein desquels les forces de cohésion sont négligeables [26].

3. Méthode numérique

Afin d’aborder la réaccumulation gravitationnelle d’un système de particules et la formation d’un ou plusieurs agrégats de fragments, nous avons étudié l’évolution d’un nuage de particules en imposant une dissipation par impacts de l’énergie cinétique du système (voir Tableau 1). Cela a été rendu possible par l’utilisation d’un code N -corps

Tableau 1
Paramètres communs à toutes les simulations

δ (année/ 2π)	$nSteps$	ϵ_{\perp}	ϵ_{\parallel}	M_{total} (kg)	ρ_p (kg m ⁻³)	N_{tot}
2×10^{-6}	200000	0,8	1,0	4×10^{12}	1000	500

δ : pas ; $nSteps$: nombre de pas ; ϵ_{\perp} : restitution perpendiculaire ; ϵ_{\parallel} : restitution parallèle ; M_{total} : masse du nuage initial ; ρ_p : densité des particules ; N_{tot} : nombre de particules constituant le nuage.

hiérarchique s’inspirant fortement de l’algorithme de Barnes-Hut [28], `pkdgrav` (**P**arallel **K-D** tree **G**RAVity code). Les simulations ont été effectuées sur une station de calcul parallèle—SIVAM II—à l’Observatoire de la Côte d’Azur. Bien qu’effectuées sur une station de calcul parallèle à quatre processeurs, chaque simulation a nécessité, en règle générale, plusieurs heures de temps CPU.

Contrairement aux codes N -corps classiques, `pkdgrav` a été modifié pour permettre de traiter les collisions entre les différentes particules du système. Les particules sont ainsi considérées non pas comme des entités ponctuelles, mais comme des sphères de rayons finis. Lorsque deux particules viennent à se rencontrer elles ne fusionnent pas mais peuvent rebondir les unes sur les autres conformément aux lois gouvernant les collisions inélastiques entre sphères.

Prenons l’exemple d’une particule P dont les composantes du vecteur vitesse sont v_{\parallel} et v_{\perp} . Lorsque la particule P entre en collision avec une particule P' , celle-ci se retrouve, après collision, avec deux composantes de vitesse $v'_{\parallel} = \epsilon_{\parallel} v_{\parallel}$ et $v'_{\perp} = \epsilon_{\perp} v_{\perp}$ où ϵ_{\parallel} et ϵ_{\perp} sont respectivement les coefficients de restitution parallèle et perpendiculaire associés aux collisions inélastiques.

Dans toutes les simulations, nous avons utilisé une valeur $\epsilon_{\perp} = 0,8$, ce qui permet une dissipation rapide de l’énergie cinétique lors des collisions mutuelles entre particules. Le nombre de particules utilisé ($N = 500$) s’avère être un compromis entre temps de calcul et représentation de la forme du corps final obtenu en fin de simulation.

[15] a en effet montré dans ses simulations qu’une valeur $N > 200$ n’introduisait aucun biais important dans la représentation (la forme) des objets créés.

Une fois le corps formé, le code continue à calculer les collisions mutuelles entre particules (même si les sphères sont presque en contacts), rendant ainsi la simulation très coûteuse numériquement.

3.1. Conditions initiales

Les conditions initiales consistent en un nuage de masse M_{total} , de N particules de densité ρ_p . Sa taille est défini par 3 demi-axes de longueurs d_x , d_y et d_z .

Pour les simulations numériques présentées ici, nous avons pris $M_{\text{total}} = 4 \times 10^{12}$ kg. Dans le cas idéalisé où 100% de la masse initialement disponible est réaccumulée pour former le corps final, ceci correspond à un rayon des corps réaccumulés de $R_{\text{rp}} \sim 1$ km. Notons toutefois que certaines simulations ont été réalisées avec des densités $\rho_p > 1 \text{ g cm}^{-3}$ (resp. $\rho_p = 2, 3$ et 4 g cm^{-3}).

Un grand nombre de simulations a été réalisé avec $d_x = d_y = d_z = 10^4 \text{ m} \sim 10R_{\text{rp}}$, c’est-à-dire avec un nuage initial 10 fois plus grand que le corps final obtenu. Enfin, différents profils de vitesses pour les particules du nuage ont été utilisés : un profil uniforme et un profil en $1/r$ pour lequel la vitesse des particules diminue vers la périphérie du nuage.

Les différentes conditions initiales sont donc caractérisées par les paramètres suivants : taille et forme du nuage, distribution des vitesses et moment angulaire total.

Une fois initialisé, le nuage de particules est tel que :

- (1) les particules qui le composent occupent des positions aléatoires ;
- (2) les vecteurs vitesse des particules ont un module aléatoire $v = \eta \cdot v_{\text{max}}$, où η est une variable aléatoire comprise entre 0 et 1, de moyenne 0,5, et distribuée soit uniformément soit selon une loi en $1/r$. On a, de plus, $0 < v_{\text{max}} < k \cdot v_{\text{lib}}$ où $k < 1$ est un paramètre ajustable et v_{lib} est la vitesse de libération du nuage pour une particule située à sa périphérie ;
- (3) Les directions des vitesses sont ajustées aléatoirement par un processus de Monte-Carlo afin d’obtenir la valeur de L souhaitée.

On peut donc considérer les vitesses initiales au sein du nuage comme la somme de deux composantes : une composante aléatoire et une autre composante, systématique, qui détermine la rotation d’ensemble du nuage. Ceci permet de sélectionner un « degré de chaoticité » des vitesses initiales, et de reproduire ainsi différentes situations rencontrées au cours de simulations de réaccumulation, tels quelques cas typiques de familles d’astéroïdes comme « Eunomia » (effondrement rapide) ou « Koronis » (grande chaoticité, effondrement lent) [3].

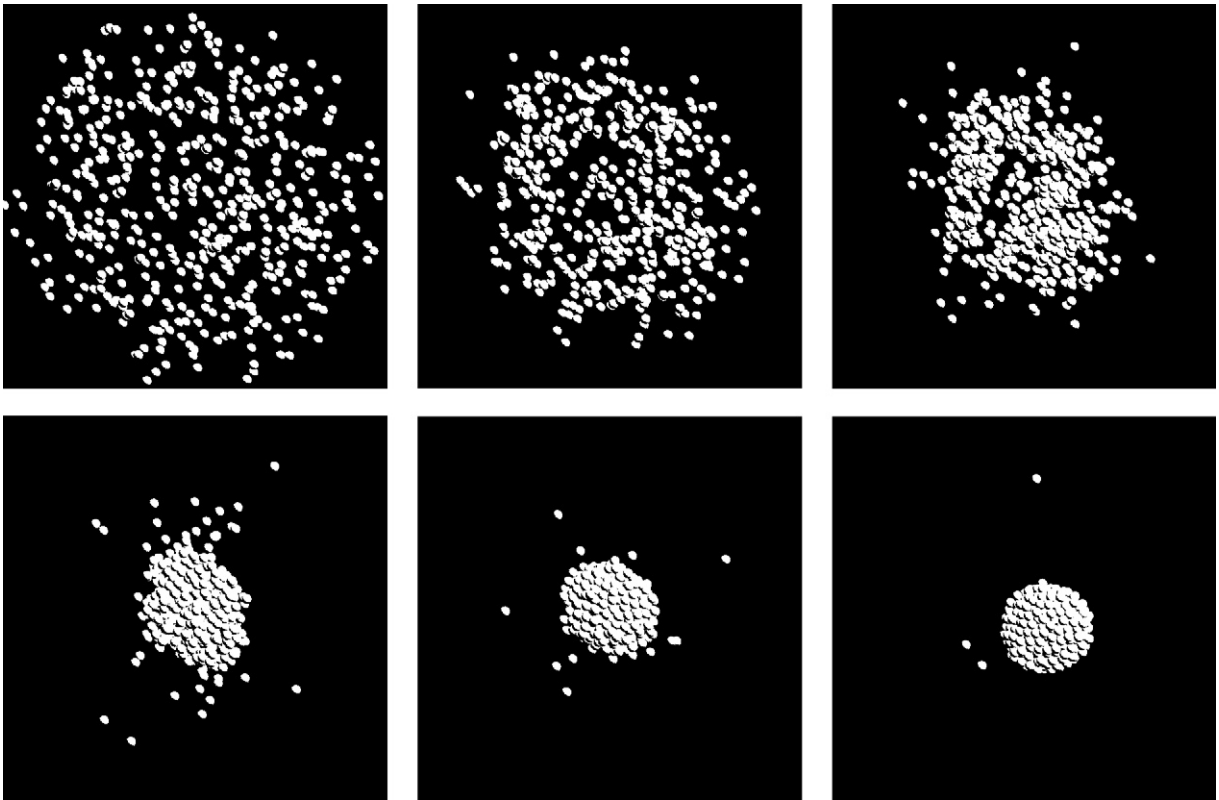


Fig. 2. De gauche à droite, de haut en bas : effondrement gravitationnel d'un nuage sphérique (*simulation D10*, cf. *Tableau 2*) conduisant à la formation d'un corps ré-accumulé sans satellite. Chaque image correspond respectivement à $t = 0,01$ jours, $t = 0,17$ jours, $t = 0,23$ jours, $t = 0,29$ jours, $t = 0,47$ jours et $t = 23,25$ jours (fin de simulation). L'objet final présente un petit nombre de particules-satellites. Sa forme est celle d'un sphéroïde aplati dont l'axe de rotation est pratiquement perpendiculaire au plan de la figure.

4. Résultats et analyse

L'agrégat principal est identifié grâce à la proximité géométrique des particules. La vitesse de rotation de l'agrégat est obtenue en calculant le moment angulaire total L de l'agrégat, qui lui-même est obtenu en additionnant le moment angulaire de chaque particule prise séparément : $L = \sum_N L_p$. Les dimensions de l'agrégat sont obtenues en déterminant les demi-axes a , b et c (voir Fig. 2). Pour déterminer a , on considère la distance entre le centre de masse de l'agrégat et le bord extérieur de la particule la plus lointaine. Un calcul analogue dans les directions perpendiculaires à a fournit successivement une valeur de b et c . Le volume V_{rp} de l'agrégat ($V_{\text{rp}} = \frac{4}{3}\pi abc$), permet de déterminer une valeur de la densité moyenne ρ_{rp} moyenne.

L'ensemble des simulations effectuées est présenté dans les différents tableaux (Tableaux 2 et 3). Les principaux résultats sont représentés sur les Figs. 3 et 4. Ces différentes simulations ont permis d'examiner, en fonction du moment angulaire L , les différentes issues possibles du processus de réaccumulation. Nous avons ainsi tenté de vérifier si, pour des valeurs élevées du moment angulaire L , il était possible d'observer la formation directe¹ d'astéroïdes binaires via réaccumulation. Certaines simulations décrites ci-après se sont achevées par la formation de systèmes binaires, confirmant ainsi la possibilité de former de tels couples par processus de réaccumulation. Les périodes de rotation obtenues sont également en accord avec les périodes maximales de rotation définies par les relations (2) et (4).

Au cours des simulations, il est apparu que les paramètres caractéristiques des corps réaccumulés (masse, rapports d'axes et vitesse angulaire) convergent très rapidement, et ne permettent pas d'observer une réelle « relaxation » graduelle. Le temps dynamique d'effondrement du nuage initial est donné par $t_{\text{eff}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho_n}}$, où $\rho_n = \frac{M_{\text{tot}}}{\frac{4}{3}\pi d_x d_y d_z}$ est la

¹ Par formation directe, on entend la formation—via réaccumulation—de 2 astéroïdes réaccumulés en orbite l'un autour de l'autre.

Tableau 2
Simulations conduisant à la formation d'un corps unique (sans satellites)

Name (profil)	Taille nuage ($d_x, d_y, d_z \times 10^4$ m)	L ($\times 10^{-32}$)	$N_{\text{rp}}/N_{\text{tot}}$	b/a	c/a	e	ρ_{rp} (kg m^{-3})	P
H3 (U)	4,2,2	0,733	95,0%	0,909	0,901	0,433	443,6	2,01 j
H16 (1/R)	4, 0,25, 0,25	1,084	100%	0,935	0,899	0,439	433,6	1,54 j
H1 (U)	4,4,2	1,908	98,0%	0,927	0,917	0,399	438,6	0,88 j
H4 (1/R)	4,2,2	2,060	97,4%	0,975	0,903	0,429	433,4	19,74 h
H6 (1/R)	4,1,1	2,084	98,8%	0,996	0,947	0,321	443,0	19,39 h
H2 (1/R)	4,4,2	2,112	96,7%	0,997	0,976	0,219	413,6	18,56 h
H14 (1/R)	4, 0,25, 0,25	2,145	100%	0,974	0,906	0,423	410,2	19,30 h
D4 (1/R)	1,1,1	2,177	99,8%	0,981	0,933	0,359	399,2	1,03 j
H5 (U)	4,1,1	2,178	99,0%	0,949	0,926	0,377	465,1	18,44 h
D3 (U)	1-1-1	2,241	100%	0,894	0,838	0,546	429,9	18,93 h
H18 (U)	4,4,4	2,517	70,5%	0,931	0,783	0,621	432,2	10,15 h
D2 (1/R)	1-1-1	2,624	99,8%	0,951	0,947	0,322	423,4	16,14 h
D1 (U)	1-1-1	2,725	100%	0,983	0,856	0,517	421,3	15,59 h
D5 (U)	1,1,1	2,986	99,6%	0,946	0,940	0,340	438,6	14,19 h
D6 (1/R)	1,1,1	2,997	99,8%	0,930	0,930	0,368	425,7	14,18 h
D8 (1/R)	1,1,1	3,262	99,6%	0,928	0,833	0,553	437,8	13,30 h
D7 (U)	1,1,1	3,360	99,8%	0,973	0,904	0,428	441,1	15,40 h
D10 (1/R)	1,1,1	3,891	99,4%	0,982	0,760	0,650	401,7	11,49 h
D9 (U)	1,1,1	4,153	100%	0,931	0,750	0,661	388,9	11,05 h
H13 (1/R)	4,4,4	4,782	85,5%	0,913	0,707	0,707	399,7	8,23 h
H15 (1/R)	4,4,2	5,560	87,6%	0,984	0,686	0,728	424,1	7,61 h
D12 (1/R)	1,1,1	5,599	99,0%	0,881	0,661	0,751	434,2	8,89 h
D11 (U)	1,1,1	5,862	99,6%	0,914	0,742	0,670	444,0	8,59 h
H17 (1/R)	4,2,2	6,117	89,6%	0,750	0,549	0,836	432,4	7,92 h
H7 (1/R)	4, 0,25, 0,25	7,100	99,4%	0,615	0,511	0,860	436,4	8,72 h
H8 (1/R)	4, 0,25, 0,25	7,668	98,8%	0,658	0,542	0,840	437,9	7,98 h
H10 (1/R)	4, 0,25, 0,25	9,506	99,2%	0,486	0,384	0,923	423,0	8,66 h
De1 (1/R)	1,1,1	11,342	99,2%	0,987	0,800	0,601	860,9	7,96 h
De2 (1/R)	1,1,1	16,969	99,8%	0,992	0,869	0,495	1344,3	7,58 h
De3 (1/R)	1,1,1	23,041	99,2%	0,984	0,934	0,358	1665,3	7,19 h

L est le moment angulaire (unité : $M_{\odot} \text{UA}^2 (\text{années}/2\pi)^{-1}$) ; $N_{\text{rp}}/N_{\text{tot}}$ la fraction de particules composant le corps réaccumulé ; b/a et c/a les rapports d'axes ; e l'aplatissement ; ρ_{rp} la densité et P la période de rotation du corps formé. Les simulation De1, De2, De3 ont été réalisées avec $\rho_p = 2 \text{ g cm}^{-3}$, $\rho_p = 3 \text{ g cm}^{-3}$, $\rho_p = 4 \text{ g cm}^{-3}$.

Tableau 3
Simulations conduisant à la formation d'un unique corps accompagné d'un ou plusieurs satellites

Simulation (profil de vitesses)	Taille nuage ($x, y, z \times 10^4$ m)	L ($\times 10^{-32}$)	$N_{\text{rp}}/N_{\text{tot}}$	b/a	c/a	e	ρ_{rp} (kg m^{-3})	P	N_s	$M_{s1,2}/M_{\text{rp}}$
H12 (1/R)	4, 0,25, 0,25	1,332	51,8%	0,941	0,912	0,410	349,8	11,69 h	1	0,792
H11 (U)	4, 0,25, 0,25	2,225	51,2%	0,802	0,637	0,770	394,1	8,06 h	1	0,859 ; 0,067
HU1 (U)	4, 0,25, 0,25	6,260	91,8%	0,725	0,563	0,827	407,0	8,28 h	2	0,086
H9 (U)	4, 0,25, 0,25	8,688	96,6%	0,584	0,419	0,908	370,0	8,67 h	1	0,008

L est le moment angulaire (unité : $M_{\odot} \text{UA}^2 (\text{années}/2\pi)^{-1}$), $N_{\text{rp}}/N_{\text{tot}}$ la fraction de particules composant le corps réaccumulé, b/a et c/a les rapports d'axes, e l'aplatissement, ρ_{rp} la densité et P la période de rotation du corps formé.

densité du nuage initial. L'application numérique donne $t_{\text{eff}} = 0,56$ jours, ce qui est compatible (en ordre de grandeur) aux 1,45 jours obtenus expérimentalement.

4.1. Des sphéroïdes aux ellipsoïdes

Le phénomène de réaccumulation est par essence très chaotique. Il est donc difficile de prévoir a priori la position exacte qu'occupera, en fin de simulation, le corps final dans le plan $(\bar{L}, \bar{\Omega}^2)$.

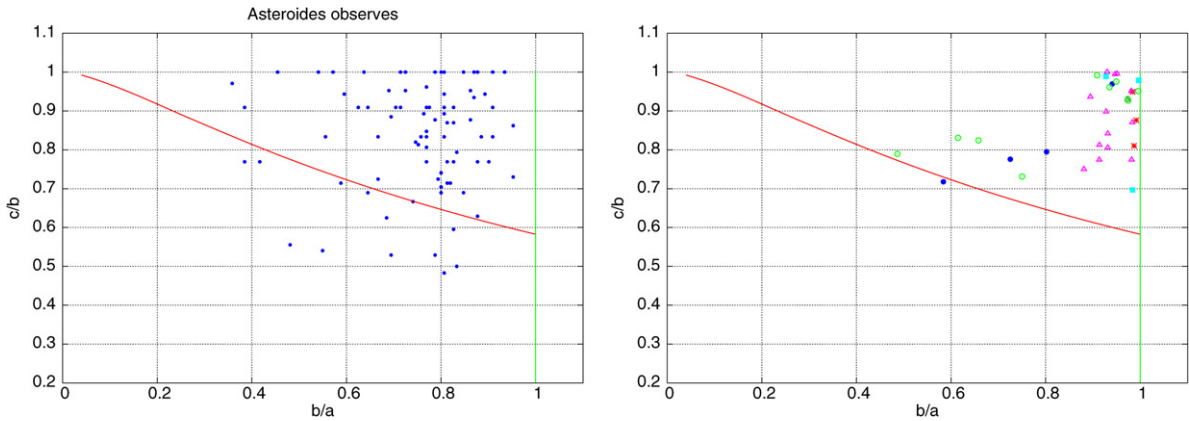


Fig. 3. Rapports d’axes obtenus par observation photométrique (à gauche) et des corps formés au cours des simulations numériques (à droite). *Triangles violets* : résultats de l’effondrement gravitationnel d’un nuage sphérique ($d_x = d_y = d_z$), *carrés bleus turquoise* : même chose pour un nuage aplati ($d_x = d_y$), *cercles verts* : même chose pour un nuage aplati ($d_y = d_z$), *étoiles rouges* : effondrement d’un nuage sphérique mais pour $\rho_p \neq 1 \text{ g cm}^{-3}$, *disques bleus* : cas de formation de satellites. La séquence de Maclaurin et de Jacobi sont représentées, respectivement, en vert et en rouge.

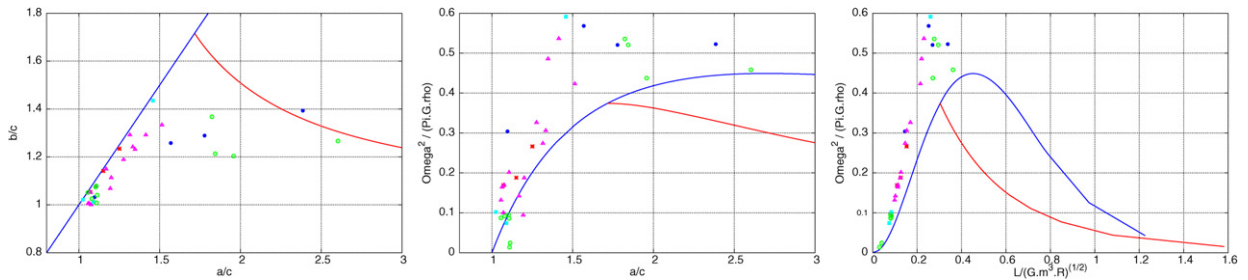


Fig. 4. Les différents projections de l’espace des paramètres de forme et rotation, défini par a/c , b/c , $\bar{\Omega}^2$, \bar{L} . *Triangles violets* : résultats de l’effondrement gravitationnel d’un nuage sphérique ($d_x = d_y = d_z$), *carrés bleus turquoise* : même chose pour un nuage aplati ($d_x = d_y$), *cercles verts* : même chose pour un nuage aplati ($d_y = d_z$), *étoiles rouges* : effondrement d’un nuage sphérique mais avec $\rho_{\text{init}} > 1 \text{ g cm}^{-3}$, *disques bleus* : cas de formation de satellites. La séquence de Maclaurin et de Jacobi sont représentées, respectivement, en bleu et en rouge.

Pour des faibles valeurs du moment angulaire ($\bar{L} < 0,2$), les simulations montrent que les corps formés sont typiquement des sphéroïdes, c’est-à-dire des corps tels que $a \sim b$ (Fig. 4). De formes sphéroïdales, les corps formés se situent au voisinage de la séquence de Maclaurin et possèdent des périodes de rotation $P > 10 \text{ h}$. Ces résultats tendent à montrer que la phase de réaccumulation post-collision conduit préférentiellement à la formation de corps sphéroïdaux à rotation lente $\sim 10 \text{ h}$ (relativement lente pour des objets d’environ 1 km de rayon). Hormis les cas où l’on assiste à la formation de satellites, ces simulations aboutissent systématiquement à des corps réaccumulés à plus de 90%. Ces corps possèdent ainsi des rayons $R \sim 1 \text{ km}$ et des densités de l’ordre de $\rho_{\text{TP}} = 0,42 \text{ g cm}^{-3}$.

Des résultats similaires ont été obtenus en augmentant la densité des particules ou, autrement dit, la masse du nuage initial. De nouveau, les corps formés en fin de simulation sont proches de sphéroïdes. Comme évoqué précédemment, ceci s’explique par le fait que la densité ρ_p des particules ainsi que la masse M_{total} du nuage n’influent pas directement sur les paramètres adimensionnés \bar{L} et $\bar{\Omega}^2$.

Tous les sphéroïdes obtenus se caractérisent par un moment angulaire $\bar{L} \leq 0,2$ et par une vitesse angulaire $\bar{\Omega}^2 \leq 0,3$. Les essais effectués montrent que, pour un moment angulaire $\bar{L} > 0,2$, les corps formés sont des objets triaxiaux dont la position dans le plan (\bar{L} , $\bar{\Omega}^2$) ne coïncide pas avec les formes d’équilibres de Jacobi. On pense [15] que les ellipsoïdes ainsi obtenus pourraient, sur des échelles de temps plus longues, connaître un ajustement de forme ainsi qu’une diminution de leur vitesse de rotation, évoluant ainsi progressivement vers des formes d’équilibres de Jacobi. Au-delà de $\bar{L} \sim 0,2$, l’effondrement gravitationnel entre en compétition avec la rotation rapide du nuage. Ainsi, selon la forme du nuage et le profil de vitesse utilisé, l’effondrement aura lieu uniquement pour la partie centrale du nuage. Un nuage très allongé peut alors se fragmenter en sous-ensembles pour donner naissance à plusieurs corps

pouvant, au gré des interactions, fusionner ou former des systèmes binaires ou multiples. Ce scénario semble se vérifier dans les simulations : les satellites obtenus sont tous issus de l'effondrement de nuages très aplatis, vérifiant $d_x/d_y = d_x/d_z = 16$. Ce comportement, favorable à la formation de satellites, est semblable à celui rencontré par Michel et al. [3].

De plus, dans le plan $(\bar{L}, \bar{\Omega}^2)$, deux corps pourvus d'un $\bar{\Omega}^2$ identique occuperont des positions différentes, autrement dit des \bar{L} différents, si et seulement si leurs formes respectives sont différentes.

En effet, un ellipsoïde tournant autour de son axe d'inertie maximale (son petit axe), possède un moment angulaire $L = I\omega$ où le moment d'inertie I s'écrit $I = \frac{1}{5}M(a^2 + b^2)$.

Il est important de signaler que les conditions initiales ne contiennent aucune « signature » a priori de la forme finale qu'on obtiendra en fin de simulation. En effet, ceci est attesté par la variété des conditions imposées qui, pour différents moments angulaires L , aboutissent à des objets très similaires.

Par exemple, afin de « forcer » le corps à adopter une forme différente de la forme sphéroïdale, plusieurs simulations ont été réalisées en déformant sensiblement le nuage initial : sphérique à l'origine, le nuage a été aplati pour devenir ellipsoïdal. Les corps formés au cours de ces simulations se situent majoritairement aux environs du sommet de la séquence de Maclaurin. Caractérisés par un \bar{L} plus élevé que précédemment ($0,2 < \bar{L} < 0,4$) et par $\bar{\Omega}^2 \geq 0,4$, ces corps possèdent des périodes de rotation variant entre ~ 7 h et ~ 9 h, cohérent avec les périodes observées pour les astéroïdes évoluant dans la Ceinture Principale.

D'autre part, ces simulations semblent indiquer qu'un nuage ellipsoïdal, doté d'un moment angulaire suffisant, est propice à la formation d'un ou plusieurs corps réaccumulés s'organisant autour d'un corps central. En effet, on observe dans la zone définie auparavant ($0,2 < \bar{L} < 0,4$; $\bar{\Omega}^2 \geq 0,4$) plusieurs de cas de formation de satellites d'astéroïdes.

4.2. Formation de satellites

Parmi les simulations effectuées, quatre cas ont abouti à la formation de corps secondaires (composés de plus d'une particule) en orbite autour d'un corps primaire. Ces corps secondaires ont tous été produits à partir de nuages très fortement allongés ($d_x = 4 \times 10^4$ m ; $d_y = d_z = 2,5 \times 10^3$ m) pour lesquels il a été observé une fragmentation en plusieurs agrégats au cours de l'effondrement gravitationnel. Hormis cinq cas où le pourcentage de masse réaccumulée atteint 100 %, toutes les simulations montrent des particules en orbite du corps réaccumulé.

Parmi ces simulations (Tableau 3) :

- HU1** : formation d'un compagnon (corps secondaire) à partir d'une perte de masse du corps primaire. Le rapport de masse secondaire/primaire est tel que $M_s/M_{Tp} = 0,086$. A titre de comparaison, on a pour l'astéroïde double Herminone $M_s/M_{Tp} \sim 0,09$;
- H9** : formation de 2 corps réaccumulés dont l'un s'échappe rapidement : absence de satellisation. Le rapport de masse secondaire/primaire est faible : $M_s/M_{Tp} = 0,008$;
- H11** : formation de 3 corps réaccumulés. Alors que l'un des 3 est éjecté, les 2 autres se mettent en orbite l'un autour de l'autre. Avec un rapport $M_s/M_{Tp} = 0,859$, ce couple fait fortement penser à l'astéroïde binaire Antiope dont les deux composantes sont comparables en taille et en masse ;
- H12** : formation de 2 corps réaccumulés en orbite l'un autour de l'autre. Ici encore, avec un rapport $M_s/M_{Tp} = 0,792$, ce système binaire obtenu numériquement rappelle l'astéroïde Antiope.

5. Discussion

Les formes d'équilibres obtenues dans l'étude de Richardson et al. [15] occupent une bonne partie du plan $(\bar{L}, \bar{\Omega}^2)$ et se situent toutes sans exception à l'intérieur d'un domaine de stabilité défini par la relation (3). Toutes ces formes ont également pour particularité de se situer en-deça de la limite théorique calculé par Holsapple [26] pour un angle de frottement $\phi = 40^\circ$ ce qui renforce encore l'idée que les astéroïdes possèdent une structure de type « agglomérée », en opposition à une structure entièrement monolithique.

De notre côté, nous observons une variété de formes possibles davantage réduite par rapport à [15]. Cela signifierait donc que, si en effet une grande variété de formes est possible (ce qui a déjà été démontré par la stabilité des corps formés par [15]), seul un sous-ensemble d'entre elles peuvent être le résultat de la seule réaccumulation gravitationnelle. Les simulations effectuées suggèrent en effet que le processus de réaccumulation ne suffit pas à reproduire la

grande variété de formes réellement observée dans la population d'astéroïdes. Cependant, nos simulations ont permis de montrer que des satellites sont susceptibles d'être créés lors de ces phases de réaccumulation gravitationnelle, confirmant ainsi ce qui avait déjà été observé dans Michel et al. [3] avec une utilisation différente du code numérique utilisé ici. Les satellites formés au cours de nos simulations résultent d'une fragmentation en plusieurs agrégats au cours l'effondrement du nuage. Il n'a pas été possible, en revanche, d'observer la formation de satellites via la fission d'un corps réaccumulé.

En effet, lorsque le moment angulaire L devient trop élevé, la théorie des formes d'équilibre prévoit, comme solution stable, un objet binaire en orbite serrée, formé de deux composantes identiques. Dès lors, on pourrait s'attendre à observer un gros corps qui se divise, ou une accumulation aboutissant directement à deux composantes.

On pense que le fait de n'avoir pas pu observer de fission est une conséquence de la démarche utilisée pour mener les simulations. Une fois le corps formé et stabilisé, à la suite de l'effondrement gravitationnel du nuage, il n'y a a priori aucune raison pour que son moment angulaire augmente soudainement pour entraîner la fission du corps. Un tel phénomène est plus susceptible d'être observé en adoptant une démarche inverse à la notre : appliquer des vitesses de rotation croissantes à un corps réaccumulé déjà formé. De plus, l'orbite des satellites obtenus au cours des simulations n'est pas définitive. Forces de marées, champ de gravité du Soleil sont en effet autant de facteurs extérieurs pouvant influencer l'évolution de l'orbite des satellites sur des échelles de temps beaucoup plus longues que la simulation en elle-même.

Toutefois, il a été récemment remarqué [23] que les astéroïdes les plus proches de la séquence d'équilibre fluide étaient en réalité des systèmes binaires. Parmi ces corps primaires, aucun n'est un ellipsoïde de Jacobi (à 3 axes), alors que tous se sont révélés être proches de sphéroïdes aplatis (ellipsoïdes à 2 axes ou sphéroïdes de Maclaurin).

Un résultat analogue se dégage de nos simulations d'effondrement gravitationnel : il semble en effet très difficile d'obtenir des corps triaxiaux alors que, par opposition, les simulations forment presque exclusivement des sphéroïdes aplatis quelque soit le moment angulaire L du nuage initial. Comme évoqué en début de partie, ce résultat semble indiquer que les astéroïdes triaxiaux que l'on observe ne peuvent être formés directement par réaccumulation gravitationnelle. En effet, tout astéroïde subit au cours du temps de nombreux impacts mineurs, certes insuffisants pour être détruit, mais dont on pense qu'ils seraient suffisamment énergétiques pour modifier sensiblement leur forme ainsi que leur vitesse de rotation, leur procurant ainsi une position différente dans le plan $(\bar{L}, \bar{\Omega}^2)$.

Les sphéroïdes aplatis constitueraient ainsi une catégorie de formes dites « primordiales » qui, au gré d'éventuels impacts, pourraient se remodeler et évoluer vers des formes triaxiales, tels certains astéroïdes que l'on observe. Il convient toutefois de noter que ce mécanisme de modification des formes par impacts successifs n'a pas encore été étudié. Il sera donc intéressant d'analyser les formes observées par photométrie lors des prochaines grandes campagnes d'observations (Gaia, Pan-STARRS), car selon des études récentes [29] une partie des objets d'un diamètre supérieur à 20 km pourrait être des objets dits « primordiaux », c'est-à-dire n'ayant pas subi d'impacts très énergétiques depuis leur formation.

Plus généralement, s'il s'avère que les formes biaxiales dominent dans la formation par réaccumulation gravitationnelle, on peut alors s'attendre à ce que le pourcentage de sphéroïdes soit plus important parmi les objets dont la fréquence d'impact est plus petite. Une telle vérification sera possible lorsque les données seront en nombre suffisant. D'autre part, il est tout aussi intéressant de noter que les corps binaires formés par simulations se trouvent dans la même région du plan $(\bar{L}, \bar{\Omega}^2)$ que les corps binaires observés. Une telle observation suggère en effet que les corps binaires observés pourraient s'être formés par un processus similaire à la réaccumulation gravitationnelle.

6. Conclusion

Au cours de ce travail, nous avons montré que, même si une grande variété de formes peut exister pour des agrégats auto-gravitants, il est possible que seulement une partie d'entre elles soient accessibles par réaccumulation gravitationnelle. La formation directe de corps avec un moment d'inertie élevé semble ne pas être favorisée, voire même être totalement inaccessible.

Les limitations du modèle numérique (particules sphériques et de mêmes tailles) ne peuvent toutefois être négligées et rendent nécessaires des tests ultérieurs, effectués par exemple avec d'autres choix sur la distribution de tailles, de vitesses initiales, du nombre de particules, etc. De plus, il faut remarquer que tous les éventuels phénomènes agissant sur des échelles de temps plus longues (comme les forces de marées) ne sont pas pris en compte dans les simulations en raison des contraintes liées à leurs durées.

Nous avons également confirmé que la présence de petits satellites et d'astéroïdes binaires (composantes de tailles similaires) était une issue possible du processus de réaccumulation, essentiellement pour des valeurs élevées de moment angulaire.

Références

- [1] D.R. Davis, C.R. Chapman, R. Greenberg, S.J. Weidenschilling, A.W. Harris, Collisional evolution of asteroids: populations, rotations and velocities, in: *Asteroids*, University of Arizona Press, 1979, pp. 528–557.
- [2] P. Farinella, P. Paolicchi, V. Zappalà, The asteroids as outcomes of catastrophic collisions, *Icarus* 52 (1982) 409–433.
- [3] P. Michel, W. Benz, P. Tanga, D.C. Richardson, Formation of asteroid families by catastrophic disruption: simulations with fragmentation and gravitational reaccumulation, *Icarus* 160 (2002) 10–23;
Voir aussi: P. Michel, W. Benz, P. Tanga, D.C. Richardson, Collisions and gravitational reaccumulation: forming asteroid families and satellites, *Science* 294 (2001) 1696–1700.
- [4] D.D. Durda, The formation of asteroidal satellites in catastrophic collisions, *Icarus* 120 (1996) 212–219.
- [5] D.D. Durda, W.F. Bottke, B.L. Enke, W.J. Merline, E. Asphaug, D.C. Richardson, Z.M. Leinhardt, The formation of asteroid satellites in large impacts: results from numerical simulations, *Icarus* 167 (2004) 382–396.
- [6] A. Doressoundiram, P. Paolicchi, A. Verlicchi, A. Cellino, The formation of binary asteroids as outcomes of catastrophic collisions, *Planetary Space Science* 45 (1997) 757–770.
- [7] B. Chauvineau, P. Farinella, F. Mignard, The lifetime of binary asteroids vs. gravitational encounters and collisions, *Icarus* 94 (1991) 299–310.
- [8] D.J. Scheeres, Stability of binary asteroids, *Icarus* 159 (2002) 271–283.
- [9] P. Pravec et 11 collègues, Fast and slow rotation of asteroids, *Icarus* 148 (2000) 12–20.
- [10] A.W. Harris, The rotation rates of very small asteroids: evidence for rubble-pile structure, in: *Lunar and Planetary Science Conference*, vol. 27, 1996, pp. 493–494.
- [11] J. Veveřka et 16 collègues, NEAR's Flyby of 253 Mathilde: images of a C-asteroid, *Science* 279 (1997) 2109–2114.
- [12] D.K. Yeomans et 12 collègues, Estimating the mass of asteroid 253 Mathilde from tracking data during the NEAR flyby, *Science* 279 (1997) 2106–2109.
- [13] S.G. Love, F. Hörz, D.E. Brownlee, Target porosity effects on impact cratering, and collisional disruption, *Icarus* 105 (1993) 216–224.
- [14] K.R. Housen, K.A. Holsapple, M.E. Voss, Compaction as the origin of the unusual craters on the asteroid Mathilde, *Nature* 402 (1999) 155–157.
- [15] D.C. Richardson, P. Elankumaran, R.E. Sanderson, Numerical experiments with rubble piles: equilibrium shapes and spins, *Icarus* 173 (2005) 349–361.
- [16] P. Magnusson, M.A. Barucci, J.D. Drummond, K. Lumme, S.J. Ostro, Determination of pole orientations and shapes of asteroids, in: *Asteroids II*, University of Arizona Press, 1989, pp. 67–97.
- [17] M. Kaasalainen, J. Torppa, J. Piironen, Models of twenty asteroids from photometric data, *Icarus* 159 (2002) 369–395.
- [18] P. Farinella, P. Paolicchi, E.F. Tedesco, V. Zappalà, Triaxial equilibrium ellipsoids among the asteroids, *Icarus* 46 (1981) 114–123.
- [19] D. Hestroffer, P. Tanga, A. Cellino, F. Guglielmetti, M. Lattanzi, M. Di Martino, V. Zappalà, J. Berthier, Asteroids observations with the Hubble Space Telescope FGS: observing strategy, data analysis and modelling process, *Astronomy & Astrophysics* 391 (2002) 1123–1132.
- [20] P. Tanga, D. Hestroffer, A. Cellino, M. Lattanzi, M. Di Martino, V. Zappalà, Asteroids observations with the Hubble Space Telescope FGS: duplicity search and size measurements for 6 asteroids, *Astronomy & Astrophysics* 401 (2003) 733–741.
- [21] S.J. Weidenschilling, How fast can an asteroid spin? *Icarus* 46 (1981) 124–126.
- [22] J.D. Drummond, S.J. Weidenschilling, C.R. Chapman, D.R. Davis, Photometric geodesy of main-belt asteroids: II. Analysis of lightcurves for poles, periods, and shapes, *Icarus* 76 (1988) 19–77.
- [23] D. Hestroffer, P. Tanga, Figures of equilibrium among binary asteroids, in: *AAS, DPS meeting 37*, 15.30, 2005.
- [24] I. Hachisu, Y. Eriguchi, Fission sequence and equilibrium models of rigidity rotating polytropes, *Astrophysics and Space Science* 99 (1984) 71–74.
- [25] D. Lai, F.A. Rasio, S.L. Shapiro, Ellipsoidal figures of equilibrium—compressible models, *Astrophysical Journal Supplement* 88 (1993) 205–252.
- [26] K.A. Holsapple, Equilibrium configurations of solid cohesionless bodies, *Icarus* 154 (2001) 432–448.
- [27] S. Chandrasekhar, *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*, Yale University Press, 1969.
- [28] J. Barnes, P. Hut, A hierarchical $N \log N$ force-calculation algorithm, *Nature* 324 (1986) 446–449.
- [29] W.F. Bottke, D.D. Durda, D. Nesvorný, R. Jedicke, A. Morbidelli, D. Vokrouhlický, H.F. Levison, Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion, *Icarus* 179 (2005) 63–94.
- [30] D. Hestroffer, P. Tanga, Asteroids from observations to models, in: *Lect. Notes Phys. Series*, vol. 682, 2006, pp. 89–116.