C. R. Physique 20 (2019) 387–391

Contents lists available at ScienceDirect

Comptes Rendus Physique

www.sciencedirect.com

Fourier and the science of today / *Fourier et la science d'aujourd'hui*

Foreword

Joseph Fourier holds a special position in the history of sciences and one cannot do better than referring to Jean Dhombres and Jean-Bernard Robert's authoritative monograph [2] for appreciating his exceptional personality, with respect of course to his scientific career, but also to his political actions and his societal impact.

Rightly considered as one of the fathers of mathematical physics, Fourier built his *magnus opus*—the *Analytical Theory of Heat* [3]—on a vision of science that is astonishingly modern, beyond conventional barriers between disciplines. Answering a question of fundamental physics raised by the French Academy of Sciences, it is in 1811 that he not only established the equation of evolution of heat in a conducting material, but also that he created for unveiling its solution what will eventually become harmonic analysis. Those breakthroughs, that History will retain under the names of "Fourier law," "Fourier series," and "Fourier transform," have since then been constantly and thoroughly studied, extended and generalized. This opened perspectives whose timeliness is still pregnant in the science of today, let it be in fundamental physics or in applied mathematics. One can add the attached computational aspects that were at the heart of Fourier's vision too: in Fourier's own words, "*the proposed method ends up with nothing vague and undetermined in its solutions; it drives them to their ultimate numerical applications, a condition which is necessary for any research, and without which we would only obtain useless transformations*." Would have he had at hand our computational facilities that, as suggested by one of the articles in this volume, Fourier would have certainly been a *data scientist* in the most modern sense.

Fourier has however been long ignored, whereas he has been more than instrumental in the numerical revolution we experience since the 1950s and that is now an integral part of our everyday life: without Fourier, no JPEG, no MP3, no algorithms for medical or astronomical imaging! If he is still today little known from the public at large, Fourier has nevertheless become for scientists—researchers and engineers altogether—a "common name", familiar and inescapable in almost all fields of science and technology. Thanks to the advent of computers and the discovery of fast algorithms allowing for powerful implementations, Fourier "is back"—quoting Jean-Pierre Kahane [4] who contributed in a major way to the rediscovery of this exceptional figure. The purpose of this dossier entitled "Fourier and the science of today" is to add one more building block to this construction, as a follow-up of the "Fourier year" that has celebrated in 2018 the 250th anniversary of Fourier's birth.

Physics, mathematics, algorithms, we underlined how much the pioneering works of Fourier paved the way for avenues that never ceased to be explored. Most recent developments testify to the fruitfulness of his approach and his vision, as exemplified here by contributions whose spectrum spans large and complementary aspects of physics and information sciences.

Physics

As for physics, Fourier's major contribution has been the study of the phenomenological law named after him, and which claims the proportionality between the heat flux and the gradient of the temperature, from which can be derived the heat equation. Fourier did not try to explain the nature of heat nor to prove this law. In his treatise [3], he writes that "*The object of* [*his*] *work is to set forth the mathematical laws which this element obeys*." After a brief discussion of rational mechanics, he continues with: "*But whatever may be the range of mechanical theories, they do not apply to the effects of heat. These make up a special order of phenomena, which cannot be explained by the principles of motion and equilibria*." With the monumental work of Boltzmann and the invention of statistical mechanics, it is clear that Fourier was wrong and an important branch of physics has been developed in the direction opposite to Fourier's view, trying to derive Fourier's law and heat equation from first principles. As Peierls once put it: "*It seems there is no problem in modern physics for which there are on record as many false starts, and as many theories which overlook some essential feature, as in the problem of the thermal conductivity of* [*electrically*] *non-conducting crystals*." More recent research focus on low-dimensional systems that are mainly superdiffusive and for which Fourier's law is no longer valid. While this is a hot topic in modern physics, several excellent reviews [1,5,6] exist on the subject and will therefore not be considered in this volume. Related to Fourier's law, five contributions are proposed in here.

https://doi.org/10.1016/j.crhy.2019.09.002

The first contribution can serve as an introduction to the subject. While Fourier's law is empirically confirmed for many physical substances, its complete mathematical derivation from a classical microscopic model for solids or gas is missing, and one has to turn to molecular dynamics simulations to test its validity. In the article entitled ***Fourier's law based on microscopic dynamics***, Abhishek Dhar and Herbert Spohn put in a modern perspective the numerical experiments performed during more than 50 years and that blew up during the two last decades thanks to the increasing computational power.

Whereas Fourier did not think that the "mechanical theories" could apply to the theory of heat transport, after Boltzmann's *opus*, a huge amount of work has been dedicated precisely to this task. The first mathematical justification of Boltzmann's equation goes back to Lanford during the 1970s, but the results he obtained are quite disappointing since they hold only for a very short time, in the order of the mean free path. Moreover, a second scaling limit, starting now from Boltzmann equation, is necessary to recover Fourier's law. In their article ***A microscopic view on the Fourier law***, Thierry Bodineau, Isabelle Gallagher, and Laure Saint-Raymond review recent important results on the direct derivation of the (Stokes)–Fourier equation for a model of hard spheres in a regime where the Knudsen number is much larger than the particle diameter.

Rather than studying directly Fourier's law, it is standard to look at the thermal conductivity expressed by Green–Kubo formula. In a classical system of coupled oscillators, the conductivity vanishes if the coupling between oscillators disappears. It is restored even for very small coupling (atomic limit) but, as observed by Wojciech de Roeck and François Huveneers in ***Glassy dynamics in strongly anharmonic chains of oscillators***, "*anharmonicity prevents efficient transport of energy due to frequency mismatch, except in rare places called resonances where there is accidentally no mismatch. These resonances play a crucial role in energy transfer, since they may host chaotic spots that will eventually break the quasi-periodic behavior and ensure the validity of Fourier's law* [...] *in the long run*." In particular, through the study of several examples, the authors support the claim that conductivity is a non-analytic function of the coupling in the atomic limit.

Stricto sensu, Fourier's law refers to a single conservation law but, in real systems, one has usually to consider extra conserved quantities which may have an important effect on the heat transport. In his contribution entitled ***Role of conserved quantities in Fourier's law for diffusive mechanical systems***, Stefano Olla investigates the influence of conserved quantities, apart from energy, on heat transport properties for diffusive systems, focusing in particular on the rotor chain. Surprising temperature profiles in the non-equilibrium states are revealed by numerical simulations and theoretical approaches when the system is coupled with heat baths and mechanical forces. From a mathematical point of view, a rigorous derivation of such results requires to add a conservative stochastic noise. The noise does not break the main features observed, but provides more ergodicity properties to the system.

Seventy years separate Fourier's death from Planck's quantum hypothesis, but the problem of heat conduction for quantum systems is nowadays an important research topic in physics. In ***Fourier's law and many-body quantum systems***, Christian B. Mendl investigates numerically thermal conduction in the linear response theory framework for the quantum Bose–Hubbard model in the infinite-temperature regime. Due to the high-dimensionality of the system, sophisticated numerical methods based on tensor networks are used to reduce the dimension and get an accurate approximation. Christian B. Mendl observes that the time-space correlation function of the density coincides with the kernel of the heat equation.

Information sciences

As for information sciences, Fourier analysis is the central tool of "classical" signal and image processing. The range of action of this discipline is today larger than ever, pressing to go "beyond Fourier" in multiple directions. (One of the most successful "post-Fourier" achievements is no doubt the wavelet transformation, whose rationale is to provide a temporal localization to the monochromatic waves that Fourier considered as everlasting in his decompositions.) Four themes are tackled here in this respect, sharing all the common idea of being inspired by Fourier and bringing his heritage to fruition.

Because it is based on waves that are both monochromatic and everlasting, one well-known limitation of Fourier analysis is its inability to simply account for spectral characteristics that become evolutive (localization, modulations) in the case of nonstationary signals, ending up with the development of "time-frequency" methods aimed at a joint description mimicking a musical score. In their article ***Synchrosqueezing transforms: From low to high-frequency modulations and perspectives***, Sylvain Meignen, Thomas Oberlin, and Duong-Hung Pham give an overview of one such recent method: the "synchrosqueezing transform." Using reassignment techniques, the rationale is to improve the localization of short-time Fourier (or wavelet) transforms while guaranteeing invertibility so as to permit reconstruction of the constitutive modes of a signal. Emphasis is put on recent improvements in terms of adaptivity to strong modulations. Benefits of the approach are illustrated on examples of gravitational waves and modes with oscillating phase.

Whereas the original memoir of Fourier was concerned with heat theory, Fourier analysis quickly proved instrumental in acoustics and audio, for either speech or music. The article by Vincent Lostanlen, Joakim Andén, and Mathieu Lagrange, entitled ***Fourier at the heart of computer music: From harmonic sounds to texture***, proposes to revisit the legacy of Fourier through the lens of computer music research. It first discusses how the Fourier series marked a paradigm shift in the understanding of acoustics, supplanting the then prevailing theory of consonance of harmonics in the Pythagorean monochord. Then, it highlights the utility of Fourier's paradigm via three practical problems in analysis–synthesis: imitation of musical instruments, frequency transposition, and generation of audio textures. Interestingly, each of these problems involves a different perspective on time–frequency duality, and stimulates a multidisciplinary interplay between research and creation that is still ongoing.

Initially conceived for one-dimensional time series or signals, Fourier analysis was later generalized to images and multi-dimensional signals. With the explosion of digital data, both in quantity and diversity, new generalizations become mandatory. This is especially the case in network science, where new problems emerge for efficiently extracting information from data that are structured over potentially arbitrary graphs. This question is addressed by Benjamin Ricaud, Pierre Borgnat, Nicolas Tremblay, Paulo Gonçalves, and Pierre Vandergheynst in their article ***Fourier could be a data scientist: From graph Fourier transform to signal processing on graphs***. They present a state of the art of the booming domain of "graph signal processing", answering questions such as: how to define a Fourier transform over a graph? How to interpret it? How to use it? Discussing possible applications, this review reveals how Fourier's work remains modern and universal, and how its concepts, coming from physics and blended with mathematics, computer science, and signal processing, play a key role in meeting the current challenges of data science.

While the Fourier transform has become a universal tool for the spectrum analysis of data endowed with characteristic scales (in time or space), the wavelet transform offers a variant better matched to classes of signals or functions whose dynamics is scale-invariant. In their article ***Multivariate scale-free temporal dynamics: From spectral (Fourier) to fractal (wavelet) analysis***, Patrice Abry, Herwig Wendt, Stéphane Jaffard, and Gustavo Didier first propose a state of the art of the formal relations linking these two analyses within the framework of multivariate stationary random processes. Then, they evidence how wavelet transform permits to extend the analysis of multivariate scale invariance (self-similarity and multifractality) beyond second-order statistics. The relevance of these concepts and tools is illustrated in the context of macroscopic cerebral activity analysis.

Whereas we celebrated in 2018 the 250$^{\text{th}}$ anniversary of his birth, one can realize through the set of contributions to this volume how strong Fourier's currentness remains. Albeit the major advances that his works provided or the fundamental questions they still raise, Fourier is more than ever at the heart of the science of today.

Avant-propos

Joseph Fourier occupe une place à part dans l'histoire des sciences, et on ne peut que renvoyer à l'ouvrage de référence de Jean Dhombres et Jean-Bernard Robert [2] pour appréhender le caractère hors norme du personnage, dans sa dimension scientifique bien sûr, mais aussi dans celle de ses actions politiques et de son impact sociétal.

Considéré à juste titre comme un des pères de la physique mathématique, Fourier a construit son œuvre majeure – la *Théorie analytique de la chaleur* [3] – sur une vision étonnamment moderne de la science, au-delà des cloisonnements disciplinaires. En réponse à une question de physique fondamentale posée par l'Académie des sciences, c'est en 1811 que non seulement il établit l'équation d'évolution de la température dans un corps conducteur, mais aussi qu'il invente, pour la résolution de celle-ci, le germe de ce qui deviendra l'analyse harmonique. Ces apports révolutionnaires, que l'histoire retiendra sous le nom de « loi de Fourier », « séries de Fourier » et « transformation de Fourier », n'ont depuis eu de cesse d'être étudiés, développés et généralisés. Ceci a ouvert des perspectives dont l'actualité ne se dément pas dans la science d'aujourd'hui, que ce soit en physique fondamentale ou en mathématiques appliquées. On peut y ajouter les aspects calculatoires associés qui étaient eux aussi au cœur de la vision de Fourier, lui qui écrit de la méthode qu'il a développée qu'elle « [...] *conduit jusqu'aux dernières applications numériques, condition nécessaire de toute recherche, et sans laquelle on n'arriverait qu'à des transformations inutiles* ». Eût-il disposé des moyens modernes de calcul que, comme le dit un des articles de ce volume, Fourier aurait été un *data scientist* au sens le plus moderne du terme.

Fourier a cependant été longtemps ignoré, alors même qu'il est celui par qui la révolution numérique que nous connaissons depuis les années 1950 est devenue possible et s'est invitée au cœur de notre vie quotidienne : sans Fourier, pas de JPEG, pas de MP3, pas d'algorithmes pour l'imagerie médicale ou astronomique ! S'il est aujourd'hui encore peu connu du grand public, Fourier est néanmoins devenu pour les chercheurs comme pour les ingénieurs un « nom commun », familier et incontournable dans la quasi-totalité des champs scientifiques et technologiques. Grâce à l'avènement des ordinateurs et la découverte d'algorithmes rapides permettant de mettre en œuvre la puissance de ses méthodes, Fourier est ainsi – depuis quelques années déjà – « de retour », pour reprendre l'expression de Jean-Pierre Kahane [4], qui a contribué de façon majeure à la redécouverte d'un scientifique d'exception. L'ambition de ce dossier intitulé « Fourier et la science d'aujourd'hui » est de rajouter une pierre à cet édifice, dans le prolongement de l' « année Fourier », qui a marqué en 2018 le 250$^{\text{e}}$ anniversaire de la naissance de ce savant.

Physique, mathématiques, algorithmes, on a souligné combien les travaux pionniers de Fourier ont ouvert des voies qui n'ont cessé depuis d'être explorées. Les développements les plus actuels témoignent encore de la fécondité de son approche et de sa vision, comme en témoignent ici un ensemble de contributions dont le spectre explore de larges pans complémentaires de la physique et des sciences de l'information.

Physique

Du côté de la physique, la contribution majeure de Fourier a sans nul doute été l'étude de la loi phénoménologique qui porte son nom et qui stipule la proportionnalité entre le flux de chaleur et le gradient de température, de laquelle peut être dérivée l'équation de la chaleur. Fourier n'avait pas pour objectif d'expliquer la nature de la chaleur ni de prouver cette loi. Dans son traité [3], il écrit que « *le but de* [*son*] *ouvrage est d'exposer les lois mathématiques que suit cet élément* ». Après une brève discussion de la mécanique rationnelle, il continue : « *Mais quelle que soit l'étendue des théories mécaniques, elles ne s'appliquent point aux effets de la chaleur. Ils composent un ordre spécial de phénomènes qui ne peuvent s'expliquer par les principes du mouvement et de l'équilibre.* » À la suite du travail monumental de Boltzmann et de l'invention de la mécanique statistique, il apparaît clairement que Fourier avait tort, puisqu'une branche importante de la physique s'est développée dans la direction opposée au point de vue de Fourier, en essayant de dériver des premiers principes la loi de Fourier et l'équation de la chaleur. Comme l'a énoncé Peierls : « *Il semble qu'il n'y ait pas de problème en physique moderne pour lequel ont été enregistrés tant de faux départs, et tant de théories qui ont négligé des aspects essentiels, que le problème de la conductivité thermique des cristaux* [*électriquement*] *non conducteurs.* » Les recherches les plus récentes se concentrent sur les systèmes de basse dimension qui sont principalement superdiffusifs et pour lesquels la loi de Fourier n'est pas valide. Bien que ce soit un sujet brûlant de la physique actuelle, plusieurs excellents ouvrages [1,5,6] sur le sujet existent, et il ne sera donc pas considéré dans ce volume. En lien avec la loi de Fourier, cinq contributions sont proposées ici.

La première contribution peut servir d'introduction au sujet. Bien que la loi de Fourier soit expérimentalement confirmée pour de nombreuses substances physiques, sa dérivation mathématique complète à partir d'un modèle microscopique classique de solide ou de gaz est inexistante, et l'on doit alors se contenter de simulations moléculaires dynamiques pour tester sa validité. Dans ***Fourier's law based on microscopic dynamics***, Abhishek Dhar et Herbert Spohn placent dans une perspective actuelle les expériences numériques qui ont été effectuées depuis plus de 50 ans et ont explosé durant les deux dernières décennies, en raison de l'accroissement de la puissance des outils informatiques.

Quand bien même Fourier n'envisageait pas que des « théories mécanistes » puissent s'appliquer pour la théorie du transport thermique, force est de constater, après l'œuvre de Boltzmann, qu'un énorme travail a été effectué précisément dans cette optique. La première justification mathématique de l'équation de Boltzmann est due à Lanford dans les années 1970, mais les résultats qu'il a obtenus sont assez décevants, puisqu'ils ne s'appliquent que pour une période de temps très courte, de l'ordre du temps de libre parcours moyen. De plus, une seconde limite d'échelle, partant cette fois de l'équation de Boltzmann, est nécessaire pour retrouver la loi de Fourier. Dans ***A microscopic view on the Fourier law***, Thierry Bodineau, Isabelle Gallagher et Laure Saint-Raymond passent en revue des résultats récents importants sur la dérivation directe de l'équation de (Stokes)–Fourier pour un modèle de sphères dures dans un régime où le nombre de Knudsen est bien plus grand que le diamètre des particules.

Plutôt que d'étudier directement la loi de Fourier, il est usuel d'examiner la conductivité thermique définie par la formule de Green–Kubo. Dans des systèmes classiques d'oscillateurs couplés, la conductivité devient nulle si le couplage entre les oscillateurs disparaît. Elle est restaurée même pour un très petit couplage (limite atomique) mais, comme il est observé par Wojciech De Roeck et François Huveneers dans ***Glassy dynamics in strongly anharmonic chains oscillators***, « *l'anharmonicité empêche un transport efficace de l'énergie en raison de l'écart des fréquences, sauf en de rares occasions appelées résonances où il n'y a accidentellement pas d'écart. Ces résonances jouent un rôle crucial dans le transfert d'énergie, puisqu'elles peuvent permettre l'existence de régions chaotiques qui briseront éventuellement le comportement quasi périodique et assureront la validité de la loi de Fourier à long terme* ». En particulier, à travers l'étude de plusieurs exemples, les auteurs soutiennent le fait que la conductivité est une fonction non analytique du couplage dans la limite atomique.

Stricto sensu, la loi de Fourier fait référence à une seule loi de conservation mais, dans les systèmes réels, on doit en principe considérer d'autres quantités conservées qui peuvent avoir un effet important sur le transport de la chaleur. Dans ***Role of conserved quantities in Fourier's law for diffusive mechanical systems***, Stefano Olla étudie l'influence des quantités conservées, en dehors de l'énergie, sur le transport de la chaleur pour des systèmes diffusifs, en se focalisant principalement sur la chaîne des rotateurs. Dans les états stationnaires hors équilibre, lorsque le système est couplé avec des bains de chaleur et des forces mécaniques, des profils de température surprenants sont mis en évidence à travers des simulations numériques ou par des études théoriques. Du point de vue mathématique, la dérivation de tels résultats nécessite d'ajouter un bruit stochastique conservatif. Le bruit ne brise pas les caractéristiques principales observées, mais fournit des propriétés ergodiques au système.

Soixante-dix ans séparent la mort de Fourier de l'hypothèse quantique de Planck, mais le problème de la conduction de la chaleur pour les systèmes quantiques est de nos jours un sujet de recherche important en physique. Dans ***Fourier's law and many-body quantum systems***, Christian B. Mendl étudie numériquement la conduction thermique dans le cadre de la théorie de la réponse linéaire pour le modèle quantique de Bose–Hubbard à température infinie. En raison de la grande dimension du système, des méthodes numériques sophistiquées basées sur des réseaux de tenseurs sont utilisées pour réduire la dimension et obtenir une approximation fidèle. Christian B. Mendl observe que la fonction de corrélation spatio-temporelle de la densité coïncide avec le noyau de l'équation de la chaleur.

Sciences de l'information

Du côté des sciences de l'information, l'analyse de Fourier est l'outil central du traitement du signal et des images « classique ». Le champ d'action de cette discipline étant aujourd'hui plus large que jamais, les appels à aller « au-delà de Fourier » se font pressants, et dans de multiples directions. (Un des succès « post-Fourier » les plus connus est sans doute la transformation en ondelettes, dont le principe est de fournir une localisation temporelle aux ondes monochromatiques, que Fourier considérait dans ses décompositions comme éternelles.) Quatre thèmes sont abordés ici sous cet angle, partageant l'idée commune de s'inspirer de Fourier et d'en faire fructifier l'héritage.

Parce qu'elle est basée sur des ondes à la fois monochromatiques et éternelles, une des limitations bien connues de l'analyse de Fourier est de ne pas pouvoir prendre en compte de façon simple des caractéristiques spectrales évolutives (localisation, modulations) dans le cas de signaux non stationnaires, ce qui a conduit à développer des méthodes dites « temps-fréquence » traitant conjointement des deux aspects, à la façon d'une portée musicale. Dans l'article « ***Synchrosqueezing transforms: From low- to high-frequency modulations and perspectives***, Sylvain Meignen, Thomas Oberlin et Duong-Hung Pham présentent le principe d'une des plus récentes parmi celles-ci : la « transformée synchrosqueezée ». Il s'agit, en utilisant des techniques de réallocation, d'accroître la localisation des transformées de Fourier à court terme (ou en ondelettes), tout en assurant à la transformation d'être inversible de façon à permettre la reconstruction des modes constitutifs d'un signal. L'article met en particulier l'accent sur des améliorations récentes s'adaptant à des situations de fortes modulations. Les avantages de l'approche sont illustrés sur des exemples d'ondes gravitationnelles et de modes à phase oscillante.

Alors que le mémoire originel de Fourier concernait la théorie de la chaleur, l'analyse de Fourier s'est rapidement révélée centrale en acoustique et en audio, que ce soit pour la parole ou pour la musique. L'article de Vincent Lostanlen, Joakim Andén et Mathieu Lagrange, intitulé ***Fourier at the heart of computer music: From harmonic sounds to texture***, propose de thématiser l'œuvre de Fourier à la lumière de ses implications en recherche musicale. Il retrace d'abord le changement de paradigme que les séries de Fourier ont opéré en acoustique, supplantant un mode de pensée qui était essentiellement fondé sur les consonances du monocorde pythagoricien. Il souligne ensuite l'intérêt du paradigme de Fourier à travers trois problèmes pratiques en analyse/synthèse : l'imitation d'instruments de musique, la transposition fréquentielle et la génération de textures sonores. Chacun de ses trois problèmes convoque une perspective différente sur la dualité temps-fréquence et suscite un dialogue multidisciplinaire entre recherche et création qui est toujours d'actualité.

Initialement conçue pour des séries temporelles ou des signaux unidimensionnels, l'analyse de Fourier a ensuite été généralisée aux images et aux signaux multidimensionnels. Avec l'explosion du nombre et de la diversité des données numériques, de nouvelles généralisations deviennent nécessaires. Il en est ainsi en science des réseaux, où de nouveaux problèmes se posent quant à l'extraction d'information à partir de données structurées sur des graphes potentiellement arbitraires. C'est cette question qu'abordent Benjamin Ricaud, Pierre Borgnat, Nicolas Tremblay, Paulo Gonçalves et Pierre Vandergheynst dans leur article ***Fourier could be a data scientist: From graph Fourier transform to signal processing on graphs***. Ils présentent un état de l'art du domaine en plein développement que constitue le « traitement du signal sur graphes », en répondant à des questions telles que : comment définir une transformée de Fourier sur graphe ? comment l'interpréter ? comment l'utiliser ? En discutant de possibles applications, ce travail illustre en quoi la démarche de Fourier reste moderne et universelle, soulignant comment ses idées, essentiellement issues de la physique, puis enrichies par les mathématiques, l'informatique et la théorie du signal, demeurent essentielles pour répondre aux défis actuels en science des données.

Si la transformée de Fourier est aujourd'hui devenue un outil universel pour l'analyse spectrale de données possédant des échelles (de temps ou d'espace) caractéristiques, la transformée en ondelettes offre une variante adaptée à des classes de signaux ou fonctions dont la dynamique est invariante d'échelle. Dans l'article ***Multivariate scale-free temporal dynamics: From spectral (Fourier) to fractal (wavelet) analysis***, Patrice Abry, Herwig Wendt, Stéphane Jaffard et Gustavo Didier proposent dans un premier temps un état de l'art des relations formelles entre ces deux analyses dans le cadre des processus aléatoires stationnaires multivariés. Ils montrent ensuite la capacité qu'a la transformée en ondelettes à étendre l'analyse de l'invariance d'échelle multivariée (auto-similarité et multifractalité) au-delà des statistiques de second ordre. La pertinence de ces concepts et outils est illustrée et discutée dans des contextes d'analyse de l'activité cérébrale macroscopique.

Alors que l'on vient de fêter le 250^{e} anniversaire de sa naissance, on réalise à travers l'ensemble des contributions à ce volume à quel point Fourier porte la marque d'une actualité qui ne se dément pas. Que ce soit par les avancées majeures que ses travaux ont permis d'obtenir ou par les questions fondamentales qu'ils continuent de susciter, Fourier est plus que jamais au cœur de la science d'aujourd'hui.

References

[1] A. Dha, Heat transport in low-dimensional systems, Adv. Phys. 57 (2008) 457.
[2] J. Dhombres, J.-B. Robert Joseph, Fourier, créateur de la physique mathématique, Collection « Un savant, une époque », Belin, Paris, 1998, 767 p.
[3] J.-B. Fourier, Théorie Analytique de la Chaleur, Chez Firmin Didot, Paris, 1822, 639 p., pdf available here: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k1045508v.texteImage.
[4] J.-P. Kahane, Le retour de Fourier, Académie des sciences, Paris, 2005, pdf available here: https://lewebpedagogique.com/josephfourier/files/2012/04/Fourier_Kahane.pdf.
[5] S. Lepri (Ed.), Thermal Transport in Low Dimensions: From Statistical Physics to Nanoscale Heat Transfer, Lecture Notes in Physics, vol. 921, Springer International Publishing, Switzerland, 2016.
[6] S. Lepri, R. Livi, A. Politi, Thermal conduction in classical low-dimensional lattices, Phys. Rep. 377 (2003) 1.

Cédric Bernardin
Université de Nice Sophia-Antipolis, France
E-mail address: Cedric.Bernardin@unice.fr

Patrick Flandrin
CNRS, École normale supérieure de Lyon & Académie des sciences, France
E-mail address: patrick.flandrin@ens-lyon.fr

Available online 19 September 2019