



INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences

Comptes Rendus

Physique

Luc Dettwiller

Phénomènes de réfraction atmosphérique terrestre

Volume 23, Special Issue S1 (2022), p. 103-132

Published online: 21 February 2023

Issue date: 27 October 2023

<https://doi.org/10.5802/crphys.114>

Part of Special Issue: Astronomie, atmosphères et réfraction

Guest editors: Pierre Léna (Professeur émérite, Observatoire de Paris et Université Paris Cité, membre de l'Académie des sciences) and Luc Dettwiller (Université Jean Monnet Saint-Etienne, CNRS, Institut d'Optique Graduate School, Laboratoire Hubert Curien UMR 5516, F-42023, SAINT-ETIENNE, France)



This article is licensed under the
CREATIVE COMMONS ATTRIBUTION 4.0 INTERNATIONAL LICENSE.
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



*Les Comptes Rendus. Physique sont membres du
Centre Mersenne pour l'édition scientifique ouverte*
www.centre-mersenne.org
e-ISSN : 1878-1535



Astronomy, Atmospheres and Refraction / *Astronomie, atmosphères et réfraction*

Phénomènes de réfraction atmosphérique terrestre

Phenomena of terrestrial atmospheric refraction

Luc Dettwiller^{® a}

^a Université Jean Monnet Saint-Etienne, CNRS, Institut d'Optique Graduate School,
Laboratoire Hubert Curien UMR 5516, F-42023, SAINT-ETIENNE, France
Courriel: dettwiller.luc@gmail.com

Résumé. Presque sans étude analytique, on propose une présentation ordonnée et illustrée des effets de réfraction *atmosphérique* (ou *terrestre*), i.e. affectant — par opposition à la réfraction *astronomique* — la vision de la forme et la position apparentes d'objets situés dans l'atmosphère. La classification adoptée (non exhaustive car il reste des cas atypiques mystérieux) repose surtout sur la forme des courbes de transfert et sur les valeurs du coefficient de réfraction κ . On commence par les mirages (i.e. les cas où il se forme une image renversée), dont on distingue quatre grands types : inférieur, supérieur, *Nachspiegelung* et pseudo-mirage, mirage multiple. On continue par le cas spécial des *Fata Morgana* : leur forme archétypale est un cas de transition dont la cause physique reste imparfaitement comprise, et leurs formes réelles sont plus complexes et variées, quoique souvent rattachées aux mirages supérieurs. Restent enfin les cas sans image renversée mais inhabituels : compression / étirement, disparition, surgissement, effet *hillingar* — i.e. surgissement fort ($\kappa > 1$) donnant l'illusion qu'une surface horizontale (la mer par ex.) est concave.

Abstract. This article presents, almost without any analytical analysis, an orderly and illustrated presentation of the *atmospheric*—or *terrestrial*—refraction effects, i.e., affecting the vision of the apparent shape and position of objects located in the atmosphere, contrary to the case of *astronomical* refraction. The adopted classification, which is non-exhaustive as there are still mysterious atypical cases, is mostly based on the shape of the transfer curves and on the value of the refraction coefficient κ . Beginning with mirages, i.e. when an inverted image is formed, four main types are identified: inferior, superior, *Nachspiegelung* and mock-mirage, multiple mirage. Then comes the special case of *Fata Morgana*: their archetypal form is a transition case whose physical cause remains imperfectly understood, and their real forms are more complex and varied, although often linked to superior mirages. Finally remain the unusual cases without inverted image: stooping/stretching, sinking, looming, and finally *hillingar* effect—corresponding to a strong looming ($\kappa > 1$) and giving the illusion that a flat horizontal surface, e.g., the sea, is concave.

Mots-clés. Mirage inférieur, Pseudo-mirage, Mirage supérieur, *Fata Morgana*, Étirement, Surgissement, Effet *hillingar*.

Keywords. Inferior mirage, Mock mirage, Superior mirage, *Fata Morgana*, Stretching, Looming, *Hillingar* effect.

Published online: 21 February 2023, Issue date: 27 October 2023

« Pour bien discerner le mirage, il faut non-seulement une vue longue et étendue, mais savoir observer des détails, et avoir l'habitude de l'horizon. Aux voyageurs, aux marins, aux météorologistes, cet exercice est devenu familier; le reste des hommes s'en doute à peine; vous leur montrerez le mirage et ils ne le verront pas, ou ils ne verront qu'un peu de brouillard et de fumée à l'extrême horizon. »

A. Bravais, « Notice sur le mirage », *Annuaire Météorologique de la France pour 1852* 4 (1853), p. 227-280.

1. Introduction

Dès l'antiquité, puis le Moyen-Âge, des précurseurs ont conjecturé l'existence de cas de réfraction dans l'atmosphère. Le livre d'Aristote, *Météorologiques*, semble être le premier document mentionnant un effet de réfraction atmosphérique (ou « réfraction terrestre » selon une appellation ancienne) : le surgissement et l'étirement vertical à l'horizon (voir les sous-paragraphes 4.2 et 4.3).

Dans cet article, nous nous limitons au cas où la réfraction considérée n'a pas lieu sur des interfaces : on omet la présence possible de gouttes d'eau (qui peuvent produire des arcs-en-ciel, des couronnes, des gloires) ainsi que de cristaux de glace (qui peuvent donner des halos). On raisonne donc avec une portion d'atmosphère monophasée, quoiqu'inhomogène à cause de la non-uniformité de la température absolue T et de la pression P ; elle forme un milieu continu d'indice n , où les rayons lumineux sont généralement courbes, à cause d'un effet de réfraction continue. Malgré l'absence de dioptries, nous verrons que l'on peut quand même avoir une quasi-réflexion totale (au sens d'Everett [1]), à distinguer d'une réflexion simple qui peut exister aussi en milieu continu, en un sens que nous spécifierons au sous-paragraphe 2.1.

Considérons une atmosphère supposée à symétrie localement sphérique de centre C — dans des études fines on tient compte du fait que ce n'est pas celui de la Terre, mais le centre de courbure de la section du géoïde terrestre par le plan moyen des rayons considérés (ceux-ci n'étant pas exactement des courbes planes, mais des courbes gauches, d'où une complication supplémentaire étudiée par Schiele dans sa thèse de 1935 [2]). Un paramètre utile est le coefficient de réfraction $\kappa(r)$ à une distance r de C : il s'agit, par définition, du quotient de la courbure des rayons horizontaux (comptée positivement vers le bas) à cette distance, par $1/r$. Au sous-paragraphe 7.1 de notre exposé des « propriétés remarquables de la réfraction astronomique [...] » [3] dans ce numéro spécial, on montre, moyennant quelques approximations classiques, que

$$\kappa \cong (n-1)r \left(\frac{\mu g}{P} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dr} \right) \quad (1)$$

où μ désigne la masse volumique de l'air, et g la norme du champ de pesanteur. On note κ_S la valeur de κ au niveau de l'observateur S , qui est à la distance r_S de C . Sur Terre, avec S à 3,1 °C, 1 atm, et pour une longueur d'onde de 588 nm, il ne varie plus qu'avec le gradient vertical $(dT/dr)_S$ de température en S :

$$\kappa_S \cong \frac{34 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1} + (dT/dr)_S}{150 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}}; \quad (2)$$

seul le dénominateur de cette expression dépend de la longueur d'onde ou de la température absolue T_S ou la pression en P_S en S — il est quasi proportionnel à T_S^2/P_S (voir le sous-paragraphe 7.1.4 de [3]). Dans l'atmosphère standard US1976 au niveau de la mer — donc à 15 °C avec $(dT/dr)_S = -6,5 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1} < 0$ — on a $\kappa_S \cong 0,17 \cong 1/5,9$.

Avant d'entrer dans la classification des phénomènes au cœur de cet article, il est important de rappeler que l'utilisation des vocables « image droite » ou « image renversée », classique en optique atmosphérique, procède d'un double abus de langage.

Il commence par le fait qu'en réalité, il ne se forme que des pseudo-images; le préfixe « pseudo » rappelle qu'il n'y a généralement pas de stigmatisme approché (ni rigoureux) en réfraction atmosphérique, mais plutôt un astigmatisme fondamental qui se remarque aisément si on utilise une lunette ou un téléobjectif. Il est discuté par Wilhelm Hillers en 1914 [4, p. 42–44], mais déjà mentionné par Joseph David Everett en 1874 [5, p. 52]; notons que le terme « astigmatisme » n'est apparu en français qu'à partir de 1877, emprunté à l'anglais *astigmatism* (datant de 1817). Les équations différentielles régissant les rayons lumineux dans un milieu continu quelconque (et non plus seulement dans un milieu stratifié) sont données, dans le but d'étudier ultérieurement les mirages, par Joseph Diez Gergonne dans le premier article de sa paire de 1829 [6, 7]. L'astigmatisme dû à la réfraction atmosphérique passe inaperçu dans l'observation des pseudo-images à l'œil nu, à cause de la petitesse de sa pupille. Dans cette situation en effet, les rayons lumineux formant la pseudo-image simple A' (au sens de non-multiple) d'un point éloigné A ont leurs tangentes de directions assez voisines entre elles, en leurs points d'incidence respectifs K sur la cornée d'un œil de l'observateur; cela permet de considérer les focales de Sturm du faisceau de ces tangentes aux rayons en leurs points K , et de définir une position approximative pour A' : à mi-distance de ces focales. Comme les rayons ne sont pas rectilignes dans l'air à cause de la non-uniformité de la distribution de son indice de réfraction n , on ne peut voir que des pseudo-images, jamais les objets directement.

Ensuite, seule nous intéresse dans la pratique la position *apparente* de A' , i.e. la *direction* moyenne des tangentes considérées ci-dessus. Il en est de même dans la situation banale où un observateur emmétrope regarde avec un œil, au travers d'une loupe, une page d'écriture tenue un peu au-delà du plan focal objet de cette loupe : l'image de la page est réelle renversée, derrière l'œil qui ne peut donc accommoder sur elle; celui-ci ne voit qu'une « image apparente », plus ou moins floue, mais droite devant lui! Ce sont de telles « images » que l'on considère tout au long de cette étude.

Dans cet article, on restreint la discussion aux cas de réfraction atmosphérique, i.e. ceux dus à la courbure des rayons lumineux allant d'un objet terrestre à S . On exclut donc les cas de réfraction astronomique, où les rayons considérés vont d'un objet extra-atmosphérique à S . On l'étudie quantitativement grâce à la courbe de transfert, i.e. le graphe de la fonction de transfert qui donne, à une distance D de l'observateur et pour une élévation E de celui-ci, l'altitude h à laquelle passe un rayon correspondant à la hauteur apparente ψ' en S — i.e. l'angle de ce rayon avec l'horizontale au niveau d'un œil de l'observateur. Dans l'étude de la réfraction astronomique au contraire, la fonction de transfert donne la hauteur (angulaire) vraie ψ d'un point objet extra-atmosphérique A (considéré comme étant à l'infini) en fonction de sa hauteur apparente ψ' (i.e. celle de sa pseudo-image apparente). La distinction pratique entre la réfraction astronomique et la réfraction atmosphérique tient à cela : pour la première, on considère la fonction de transfert $\psi' \mapsto \psi$, qui est paramétrée par la longueur d'onde et se prête à de beaux théorèmes dans le cas d'une atmosphère à symétrie sphérique (voir le paragraphe 7 de [3]); pour la seconde, on considère la fonction de transfert $\psi' \mapsto h$, à laquelle on se restreint dorénavant — elle est encore paramétrée par la longueur d'onde (d'où un léger chromatisme parfois observé — voir le paragraphe 3), mais aussi par D qui joue un rôle important, car c'est un degré de liberté supplémentaire par rapport à la réfraction astronomique, et ses variations peuvent modifier beaucoup la fonction de transfert. Si D est assez grand, l'objet est au-delà de l'horizon, alors la borne inférieure du domaine de définition de la fonction de transfert est l'opposé de la dépression δ de l'horizon marin (par exemple), donnée par

$$\delta \cong \sqrt{(1 - \langle \kappa \rangle) \frac{2E}{r_S}} \quad (3)$$

où $\langle \kappa \rangle$ désigne la moyenne spatiale de κ entre le niveau de la mer (par ex.) et celui de l'observateur — nous démontrons cette formule au sous-paragraphe 4.2 de [8] dans ce numéro spécial.

Pour ψ' petit, dans le cas standard, le coefficient de réfraction sur tout le domaine utile des rayons lumineux considérés est quasi uniformément $\kappa_S \cong 1/5,9 \neq 0$. Alors on les approxime par des arcs de cercle, et des théorèmes de géométrie simples permettent de montrer divers résultats pratiques, disant : d'une part, que la distance de l'horizon est

$$L \cong \sqrt{2Er_a} \quad (4)$$

où $1/r_a$ est la courbure apparente d'un méridien (passant par S) par rapport à un rayon lumineux passant horizontalement par S (et parallèlement au méridien), et

$$\delta \cong \sqrt{1 - \kappa_S} \sqrt{2E/r_S} = \sqrt{2E/r_a} = L/r_a; \quad (5)$$

d'autre part, que pour $D \ll r_S$, la courbe de transfert est quasi rectiligne, d'équation

$$h \cong D \left(\psi' + \frac{D}{2r_a} \right) + E. \quad (6)$$

Sa pente est évidemment $D/1 \text{ rad} \cong 2,91 \times 10^{-4} D/1'$ et, sans approximations supplémentaires, son ordonnée à l'origine s'écrit

$$E + \frac{D^2}{2r_a} = \frac{L^2 + D^2}{2r_a} = \frac{r_a}{2} \left(\delta^2 + \frac{D^2}{r_a^2} \right) \quad (7)$$

(dont la variation quadratique avec D est simplement due à la différence de courbure entre un méridien passant par S et les rayons quasi horizontaux). On voit aussi que le discriminant du trinôme en D du second membre de l'équation (6) est positif si et seulement si $|\psi'| > \delta$. Dans le cas standard il y a pour tout objet terrestre visible une image unique, standard (dorénavant nous omettons volontiers d'ajouter « pseudo » et « apparente »), quasi identique à l'objet modulo la translation verticale de $\kappa_S[D^2/(2r_S)]$ vers le haut — voir aussi le théorème XXX de Lambert (présenté au paragraphe 2 de l'article [9] dans ce numéro spécial).

Nous classerons et nommerons les effets d'optique atmosphérique surtout d'après les modifications qu'ils apportent à la courbe de transfert, par rapport à la courbe standard; tous ne seront pas appelés mirages ! Il sera utile de réserver cette appellation à certains cas précis : suivant l'usage instauré par Pernter et Exner dans leur traité d'optique météorologique [10], puis par Humphreys [11], seulement les cas où il existe au moins une portion décroissante dans la courbe de transfert — ce qui correspond à une image renversée. Ces situations-là occupent la première partie de notre classification; selon la position et le nombre des portions décroissantes de la courbe de transfert, on distingue au moins quatre types de mirages, et il y toujours plusieurs images. La deuxième partie de notre classification est consacrée aux cas spéciaux que sont les *Fata Morgana*, *Fata Brumosa* et l'effet *hafgerdingar* : nous introduisons la « *Fata Morgana* archétypale » (faisant la charnière entre les configurations donnant une fonction de transfert non monotone et celles donnant une fonction monotone — donc croissante compte tenu de son comportement aux grandes valeurs de ψ' dans tous les cas); puis nous décrivons les observations pratiques et les variantes susnommées, qui la plupart du temps se classent encore parmi les cas de mirages supérieurs. La dernière partie traite des effets qui peuvent se produire avec une fonction de transfert monotone sans singularité, donnant donc une image unique, mais notablement différente de l'image standard. Précisons que cette classification ne saurait être exhaustive : la compréhension actuelle des phénomènes de réfraction atmosphérique reste lacunaire, des cas plus ou moins limites (comme certains qui ressemblent à des *Fata Morgana*, par exemple) échappent à l'analyse théorique précise, et des observations déroutantes témoignent de cas mystérieux restant non classifiés et inexpliqués — notamment certaines photos stupéfiantes de mirages au-dessus du lac Biwa [12].

2. Mirages

Les phénomènes de mirage sont donc les cas où il se forme usuellement de multiples images d'un objet, comportant d'habitude une image droite, plus une ou plusieurs autres images dont l'une au moins est renversée, par définition — conformément à l'étymologie du mot *mirage*, dérivé du verbe *mîrer* au sens de refléter (1552), et dont la première occurrence remonte à 1753 [13, p. 136]. Une des premières descriptions écrites des mirages ainsi nommés fait clairement référence à cette étymologie : elle est due à Guillaume Le Gentil, qui en 1789 notait que « Les habitants des bords des côtes de Basse-Normandie, presque tous marins, appellent ces apparences *se mîrer*. Ils disent qu'une isle *se mîre*, qu'un rocher *se mîre* » [14]. Mais, par ailleurs, Le Gentil niait la réalité de l'effet *Novaya Zemlya* — un cas très particulier de mirage (voir l'article [15] dans ce numéro spécial) — en l'assimilant à « l'histoire de la dent d'or, ou des levers et couchers échangés du soleil dans Hérodote. » [16, p. 692]

On distingue diverses catégories de mirages. La désignation actuelle des deux premières semble due à Auguste Bravais en 1853 [17], mais la distinction entre elles est déjà présente chez William Kelly en 1832 [18] et encore plus tôt chez William Hyde Wollaston, en 1800 [19].

2.1. *Mirage inférieur*

Le phénomène de mirage inférieur est celui où il n'y a que deux images dont l'une, renversée (car il y a *mirage*), est bornée inférieurement par l'horizon sensible et se trouve juste *en dessous* de l'image droite — d'où l'appellation de mirage *inférieur*. La courbe de transfert commence donc par une portion décroissante suivie d'une portion croissante à sa droite — voir Figure 1. Usuellement la dépression de l'horizon est accrue, et la courbe de transfert du cas standard se trouve sous celle du cas de mirage inférieur, donc tout point de l'image droite pour ce dernier cas est *en-dessous* du point correspondant *de l'image standard* — ce qui renforce l'appellation de mirage *inférieur*.

Un tel mirage se produit typiquement (mais pas uniquement — voir la Fig. 11 de l'article [15] de ce numéro spécial, discutée dans notre sous-paragraphe 2.2) quand l'objet se trouve placé juste au-dessus d'une couche d'air chauffée par le bas. Par exemple, sur la laisse de basse mer à Dunkerque le 22 mars 1809, Jean-Baptiste Biot et Claude-Louis Mathieu ont relevé les températures suivantes : 11,0 °C sur le sable; 9,5 °C à 3 cm au-dessus; 7,0 °C à 15 cm; 6,3 °C à 65 cm; 6,1 °C à 93 cm [20, p. 31].

On voit que $-dT/dr$ y dépasse non seulement la valeur troposphérique standard $6,5 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$, mais aussi la limite de stabilité adiabatique $9,8 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$, donc cette couche est instable (ce qui explique l'aspect dentelé de la limite inférieure du mirage — voir la Figure 3 — voire même parfois morcelé, comme sur sa première image) et ceci jusqu'à la hauteur d'Obukhov en théorie [21]. La forte décroissance de $-dT/dr$ entre le sol (ou la mer) et S , produisant le mirage inférieur, diminue nettement $\langle \kappa \rangle$ (qui peut devenir négatif) et donc augmente δ d'après l'expression (3); cela signifie que, dans cette situation, le domaine angulaire d'observation d'objets visibles au-delà de l'horizon est étendu vers le bas, ce qui crée de la place pour en loger une image renversée sous l'image droite — l'horizon sensible est « descendu ».

Enfin, dans le mètre de hauteur au-dessus du sable où Biot et Mathieu ont relevé les températures, on note que $-dT/dr > 34 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$ et donc $\kappa_S < 0$ (voir le paragraphe 1) : la concavité des rayons lumineux est vers le haut dans cette couche d'air, dn/dr n'est plus négatif comme dans la plupart des cas, mais positif. En soi, cela ne suffit pas à former une image renversée du ciel : si $-dT/dr$ était uniforme, sa forte valeur positive ne ferait que décaler nettement vers le bas l'horizon sensible. Pour Biot et Mathieu la valeur moyenne de $-dT/dr$ entre 3 et 15 cm au-dessus du sable est $21 \times 10^3 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$, donc (à la pression de 1 atm) celle de κ est voisine de -134 et celle de

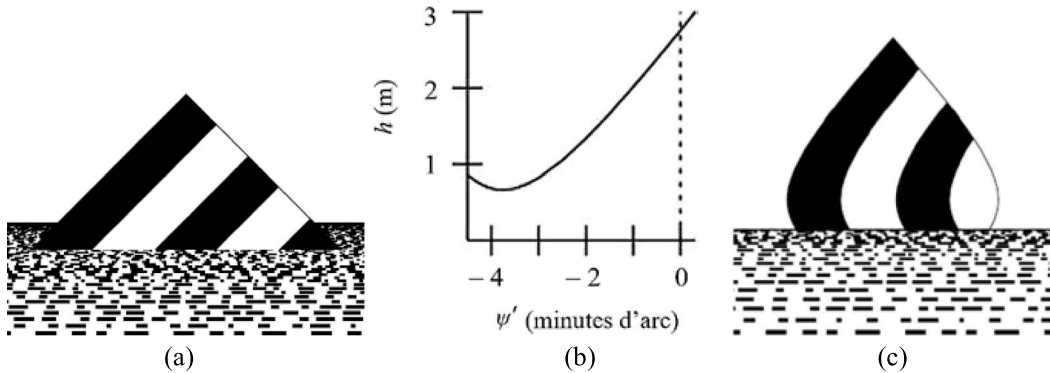


FIGURE 1. Simulations numériques, avec un objet évoquant une île haute de 200 m. (a) Pour l'atmosphère standard, image de l'objet à $D = 2$ km, vue de $E = 1,5$ m; l'objet est donc en deçà de l'horizon. (b) Courbe de transfert pour un observateur de même élévation $E = 1,5$ m, au-dessus du niveau de la mer où s'étend le profil thermique de la Figure 2, et avec un objet à $D = 3$ km donc au-delà de l'horizon sensible (d'où la borne inférieure $-\delta \cong -5'$ pour le domaine de définition, nettement plus basse que la valeur standard $-2'$ pour la même élévation — voir la formule (5)). (c) Image de l'objet correspondant aux conditions de cette courbe de transfert. Celui-ci étant au-delà de l'horizon sensible, l'image de sa base (d'après le nombre de bandes noires visibles) est absente. Entre l'horizon sensible et l'unique image droite se trouve l'image renversée (ce qui est caractéristique du mirage inférieur), celles-ci se joignant sur une horizontale (correspondant à la largeur maximale de l'image) qui est leur « ligne de partage » [17, p. 236–237], soit ici la limite de la zone invisible (la base de l'objet cachée par le mirage), et où le grossissement vertical local est infini — d'où les tangentes verticales aux bords gauche et droit de l'image. © Andrew T. Young, <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/mirsimintro.html> et <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/inf-mir/inf-mir.html>

la courbure des rayons lumineux quasi horizontaux vaut environ $-(48 \text{ km})^{-1}$ dans cette couche à fort gradient d'indice; or l'angle au centre d'un arc de cercle de 48 km de rayon, dont la flèche vaut $(15 - 3) \text{ cm} = 12 \text{ cm}$, est $\alpha \cong 15'$ (cf. Figure 4), ce qui permet de voir pour un même point objet deux images angulairement séparées, au maximum, de $\beta \cong \alpha$ — ce qui est très visible à l'œil nu !

Quand ψ' négatif croît, survient (vers $-4,5'$ sur la Figure 5) le rayon lumineux critique qui marque la transition entre les rayons ne subissant pas et ceux subissant la quasi-réflexion totale au sens d'Everett [1, p. 171] — pour $\psi' > 0$ ils ne la subissent pas, dans le présent sous-paragraphe. De manière générale, on dit qu'un rayon courbe subit une quasi-réflexion en I s'il y est tangent à une surface équi-indice sans la traverser; et lorsqu'il se situe du côté de cette surface où l'indice est le plus (resp. le moins) grand, on dit que sa quasi-réflexion est totale (resp. ordinaire). Dans un milieu à symétrie sphérique, quand $dn/dr < 0$ la quasi-réflexion *totale* correspond à certains cas où la valeur de κ en I est $\kappa_I = 1$, et à tous les cas où $\kappa_I > 1$; quand $dn/dr > 0$, i.e. $\kappa < 0$, elle est systématique aux points de tangence avec une surface équi-indice. Cette terminologie a été initiée par Everett en 1873 [1], malheureusement sans succès; mais il nous paraît intéressant de la réhabiliter pour unifier la compréhension des phénomènes optiques en milieu continu et en milieu discontinu. Lorsqu'un rayon est courbe et *traverse* une surface équi-indice, la courbure du rayon est un phénomène de *réfraction*. Cette distinction n'a d'importance que si on tient à donner un sens précis à ces mots « réflexion » et « réfraction ». En présence d'un dioptré, la

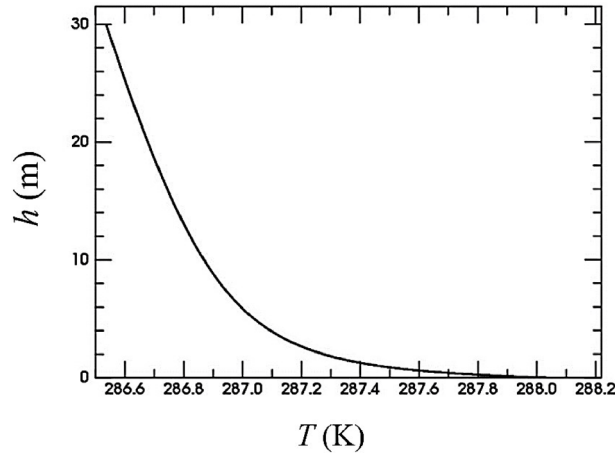


FIGURE 2. Exemple de profil thermique théorique des trente mètres d'atmosphère au-dessus de la mer chauffée, tel que le prévoit la météorologie des couches limites. Au sommet il est quasi rectiligne, de pente très proche de celle dictée par le gradient adiabatique ($-9,8$ K/km); plus on descend vers la surface, plus le gradient thermique est important, et c'est ce changement de gradient qui produit le mirage. © Andrew T. Young, <https://aty.sdsu.edu/explain/simulations/inf-mir/Omega.html#profile>

distinction entre ces deux phénomènes est nécessaire, puisqu'un rayon incident sur le dioptré peut se scinder. Ce n'est plus le cas en milieu continu; or ce qui importe vraiment est la forme des rayons lumineux, alors Everett dit lui-même, à la dernière page de son article : « I should perhaps say, both names [refraction and reflection] are equally inappropriate in this application » pour le cas d'un milieu continu [1, p. 172].

Notons bien que, contrairement au cas où la réflexion se produit sur un miroir ou un dioptré, le lieu (Σ_I) des points I où se produit la quasi-réflexion dépend de S . De plus, l'ensemble des points anguleux R de réflexion sur un dioptré ou un miroir forme une surface (Σ_R) qui peut, à la limite, être considérée comme une caustique des rayons arrivant en S et réfléchis aux points R où leur courbure est infinie. En étudiant les mirages, Biot a montré en substance que l'observateur voit une image apparente renversée d'un élément de l'objet si et seulement si le pinceau de rayons partant de cet élément et arrivant en S rencontre un nombre impair de caustiques. En présence d'un hypothétique dioptré réfléchissant qui contribuerait à la formation du mirage, (Σ_R) serait une de ces caustiques [20, p. 41–63]. Mais comme la réflexion dans l'atmosphère n'existe qu'au sens d'Everett, (Σ_R) n'existe pas, les points I ne sont pas anguleux, *a priori* (Σ_I) n'est pas une caustique. Il faut donc bien se garder de croire *a priori* que la réflexion au sens d'Everett impliquerait la formation d'une image apparente renversée — voir la fin du présent sous-paragraphe. De plus, au sous-paragraphe 2.3, nous verrons que l'existence d'une image renversée n'implique pas celle d'une quasi-réflexion totale. Finalement, nous saurons qu'il n'y a aucun lien général entre quasi-réflexion totale et existence d'une image renversée.

Notons aussi que, au passage par une altitude très proche de celle de la frontière haute de la couche d'air chauffé, le gradient de l'indice de réfraction n change de sens, car dT/dr y passe d'un côté à l'autre de la valeur -34 K \cdot km $^{-1}$ (voir le paragraphe 1), donc les rayons obliques présentent à cette altitude un point d'inflexion : leur concavité est vers le bas au-dessus (sens usuel), vers le haut au-dessous.

Une des premières mentions de ce type de mirage, avant l'apparition de ce mot, semble être due à Jean Picard (voir la légende de la Figure 3), quand en 1671, suite à la fondation de



FIGURE 3. Mirage inférieur en Finlande (en haut © Photo : Pekka Parviainen) et en France (en bas © Photo : Thierry Tragin). « [...] la mer estoit fort unie, faisoit à nostre égard si exactement l'effet du miroir, que nous la confondions avec le Ciel. » [22, p. 8] L'élévation de l'observateur et la rotondité de la Terre font que l'image renversée est comprimée verticalement, contrairement à l'image droite.

l'Observatoire de Paris en 1667, il est allé avec son aide Etienne Villiard sur les ruines d'Uraniborg (l'ancien observatoire de Tycho Brahe) pour déterminer ses différences de coordonnées par rapport au tout nouvel observatoire de Paris [22], afin de pouvoir combiner les observations faites en ces deux lieux. Une autre mention ancienne d'un mirage inférieur remonte à l'expédition géodésique des Pères jésuites Roger Joseph Boscovich et Christopher Maire dans les états pontificaux de 1750 à 1752 [23, p. 94–96].

L'image renversée est plus ou moins comprimée verticalement dans le cas d'un mirage inférieur, mais pas partout — au niveau de la jonction avec l'image droite le grossissement vertical local est par contre infini ! Cette compression verticale est d'autant plus forte que l'observateur est élevé (au-dessus de la couche à forte variation du gradient d'indice) : cela est clairement noté par Bravais [17, p. 241], et attribué (comme Reinhard Woltman l'avait fait dès 1800 [24]) à la rotondité de la Terre ; le premier calcul confirmant cette interprétation semble dater de 1874 [25]. Pour un objet oblique, la jonction de ses images droite et renversée est alors arrondie à cause de la valeur infinie du grossissement vertical local sur elle (voir la Figure 3) et de l'étirement vertical très fort en son voisinage ; cela permet de distinguer le mirage de la réflexion sur une surface d'eau, qui donnerait un point anguleux ([17, p. 237], [26, p. 3–4]). Et en assimilant l'observateur à un point *S* émettant fictivement des rayons dans toutes les directions, on sait, avec les analyses

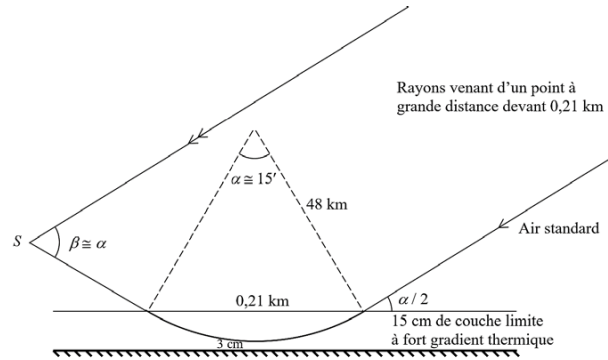


FIGURE 4. Calcul d'un ordre de grandeur de la séparation angulaire maximale entre deux images, avec des valeurs inspirées de la situation de mirage inférieur étudiée par Biot et Mathieu à Dunkerque (pour plus de lisibilité, les angles sont très exagérés et les proportions ne sont pas conservées sur le schéma). La formation d'une image renversée nécessite une variation spatiale du gradient d'indice (surtout lié ici au gradient thermique) ; dans ce modèle elle est concentrée à 15 cm au-dessus de la surface terrestre, mais c'est une schématisation grossière (en regard des Figures 2 et 5 notamment) : on note immédiatement que, pour D infini (cas de la réfraction astronomique) ce modèle donne à la courbe de transfert un minimum anguleux, au lieu d'un minimum stationnaire comme il se doit.

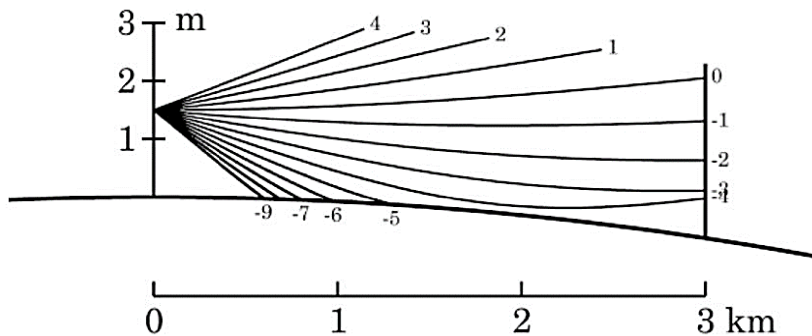


FIGURE 5. Diagramme des rayons lumineux (arrivant en S à $E = 1,5$ m d'altitude dans l'œil d'un observateur) dans le cas du mirage inférieur produit par le profil thermique montré sur la Figure 2. Le trait gras vertical à droite schématise l'objet observé ; le trait gras le plus bas symbolise la surface sphérique de la mer. Noter la grande différence entre l'échelle verticale et l'échelle horizontale. Les autres traits symbolisent les rayons lumineux, et à leur extrémité droite se trouve indiquée leur inclinaison ψ' (en minutes d'arc) à l'arrivée sur l'œil en S. En leur point le plus proche de la surface terrestre (quand il n'est ni sur l'objet ni en S) les rayons subissent une quasi-réflexion totale au sens d'Everett ; dans le présent sous-paragraphe, le rayon critique correspond à $\psi' = -\delta$. La variation de courbure des rayons sur le domaine schématisé par cette figure est surtout due à la variation du gradient d'indice, et très peu à celle de l'inclinaison locale des rayons. Ceux qui correspondent à ψ' allant de $-9'$ à $-6'$ et de $2'$ à $4'$ ont une apparence quasi rectiligne sur cette figure, mais leur courbure vraie est de 2 à 30 fois plus grande que dans le cas standard, et tournée vers le haut au lieu d'être vers le bas — donc dans le cas standard leur apparence sur la figure serait quasi rectiligne pour tous. © Andrew T. Young, <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/inf-mir/inf-mir.html>

de Biot en 1810, que ce grossissement infini affecte l'intersection de l'objet avec la caustique (Σ) de ces rayons fictifs [20, p. 151 ss]; on sait aussi qu'il correspond par définition à un point stationnaire (i.e. à tangente horizontale) de la courbe de transfert, qui est son minimum dans le cas du phénomène de mirage inférieur. En termes de qualités d'un système optique visuel, un point stationnaire de la courbe de transfert correspond à une puissance locale (en dioptries) infinie; mais nous n'utiliserons pas plus cette notion de puissance dans cet article.

Dans certains cas, la réflexion totale au sens d'Everett peut quand même produire une image apparente droite [27], qui n'est donc pas un mirage au sens strict; cela arrive notamment quand la famille des rayons joignant S et l'objet étendu comporte deux caustiques (et non seulement celle due au passage dans la couche à fort gradient d'indice), par exemple à cause de la concavité d'une portion ensoleillée de route sur laquelle se forme cette couche provoquant la quasi-réflexion totale — tout comme la réflexion rasante sur un miroir concave peut produire ce genre de caustique pour la famille de rayons considérée ici, sans qu'ils soient courbes entre l'objet et le miroir.

2.2. *Mirage supérieur*

Le phénomène de mirage supérieur est celui où l'image la plus basse est droite, et où il y a une image renversée au-dessus, *due à la quasi-réflexion totale* au sens d'Everett (voir la Figure 6) à l'intérieur d'une couche (pas forcément unique) d'inversion de température (i.e. où $dT/dr > 0$) dite « raide » car $dT/dr > 116 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$ (cette valeur numérique étant celle du gradient minimum de guidage), et dans ou sous laquelle se trouve l'observateur. Le guidage dû à cette couche s'exerce sur un chenal optique, i.e. le domaine parcouru par l'ensemble de tous les rayons lumineux guidés concevables dans l'absolu — pour une définition plus formelle, voir le paragraphe 3 du document [28] lié à l'article [3], qui permet de comprendre aussi que le chenal est occupé par la couche d'inversion dans sa partie haute, mais qu'il a encore une partie supplémentaire sous la couche d'inversion, à cause de la rotondité de la Terre.

Si l'inversion de température produisant le mirage supérieur est complètement au-dessus de S, et qu'en dessous de S la distribution de température est standard, alors les valeurs de $\langle \kappa \rangle$ et $-\delta$ le sont aussi. Si en plus l'objet est moins loin de S que l'intersection du rayon rasant le sol, avec la couche d'inversion (la distance correspondante D_I se calculant de la même façon que la portée géographique d'un phare — voir le sous-paragraphe 4.2 de [8]), le début de la courbe de transfert à gauche est le même que dans le cas standard, avec la pente $D > 0$ (même si $\langle \kappa \rangle$ n'a pas sa valeur standard, mais du moment, conformément au théorème XXX de Lambert, que κ est quasi uniforme en dessous de S). Ce n'est pas le cas pour la portion de $-7'$ à $-12'$ de la Figure 7(a) : $h(-\delta)$ et la pente positive sont légèrement inférieurs aux valeurs attendues dans le cas standard; pour cette figure l'observateur est dans la couche d'inversion raide.

Mais à droite de cette première portion légèrement non-standard de la courbe de transfert vient une portion décroissante se terminant si abruptement que dans la pratique cela pourrait être pris pour une discontinuité : voir encore la Figure 7(a), pour laquelle on dit, dans le jargon de l'optique atmosphérique, que cette portion décroissante correspond à une forme de *Nachspiegelung* — ce phénomène (discuté au sous-paragraphe 2.3) est un des cas de formation d'une image renversée sans que les rayons lumineux concernés subissent de réflexion totale [29] (même au sens d'Everett), donc il n'est pas nommé « mirage supérieur » au sens strict. Sur cette Figure 7(a), la seule portion de la courbe donnant un mirage supérieur avec les rayons concernés *subissant une quasi-réflexion totale* (donc contenus dans le chenal optique par définition, et produisant ainsi la bande de Wegener quasiment centrée sur l'horizon astronomique), est la *petite* portion décroissante à droite du pointillé vertical. Enfin, juste à droite de la bande de Wegener, il y a une portion très abruptement croissante, dont le début évoque une discontinuité qui est

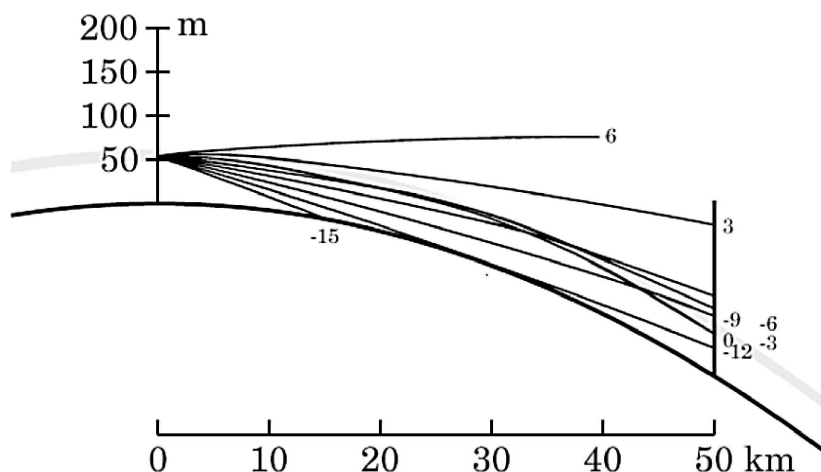


FIGURE 6. Diagramme des rayons lumineux (arrivant en S à 54 m d'altitude) dans le cas du mirage supérieur produit par le profil thermique montré sur la Figure 7. Le principe de ce diagramme est le même que sur la Figure 5. Le seul rayon tracé que l'on voit subir une réflexion totale (forcément dans la couche d'inversion raide représentée par une bande grisée) est celui correspondant à $\psi' = 0'$. Tous les rayons représentés ont dans cette couche une courbure vers le bas supérieure non seulement à la courbure standard mais aussi à $1/r$, et ceux correspondant à $\psi' = -3'$, $-6'$ et $-9'$ traversent entièrement la couche de haut en bas en partant de l'objet. © Andrew T. Young, <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/sup-mir/SMDrow/SMDrow.html>

associée, tout comme la précédente, à un rayon lumineux critique — toujours au sens du sous-paragraphe 2.1, où il marque en fonction de ψ' la transition entre les rayons subissant une quasi-réflexion totale et ceux n'en subissant pas (voir aussi, juste après les Figures 9–13, l'interprétation de l'image supérieure, droite et très comprimée, du segment NP).

Ces deux quasi-discontinuités n'existent que si D est assez grand, et il est intéressant de savoir comment la condition correspondante sur D évolue quand S passe de la frontière basse à la frontière haute du chenal dû à l'inversion correspondant à la Figure 7(b) : pour la quasi-discontinuité de droite (celle avec $\psi' > 0$), cette condition nécessaire passe d'une exigence initiale ($D > 35$ km environ) à une exigence quasi relaxée, donc dès que l'observateur s'est assez rapproché de la frontière haute du chenal la quasi-discontinuité de droite apparaît; pour celle de gauche (associée au *Nachspiegelung*) la condition nécessaire sur D passe de la même exigence initiale à une exigence à peu près deux fois plus forte ($D > 70$ km environ), donc selon la valeur de D il peut se faire (cas où $D > 70$ km) que la quasi-discontinuité associée au *Nachspiegelung* soit tout le temps présente quand S s'élève de la base au sommet du chenal, ou (si $35 \text{ km} < D < 70 \text{ km}$) qu'elle disparaisse pendant la montée de S , ou qu'elle ne soit jamais présente (cas où $D < 35$ km environ). On peut donc avoir les deux quasi-discontinuités présentes en même temps, ou (plus facilement) celle de droite sans celle de gauche, mais jamais l'inverse.

Quand S s'élève dans la couche d'inversion raide et tend vers son sommet (qui est aussi la frontière haute du chenal), chaque quasi-discontinuité se rapproche de l'axe des ordonnées (en pointillés sur la Figure 7(a)); elles tendent vers lui, sauf celle de gauche si elle disparaît.

Avec les valeurs numériques de la Figure 7, le fait que le minimum de la fonction de transfert soit inférieur à $h(-\delta)$ permet de voir détachées de l'horizon des images de portions basses de l'objet lointain invisibles dans le cas standard pour la même distance — cf. la Figure 8 qui montre

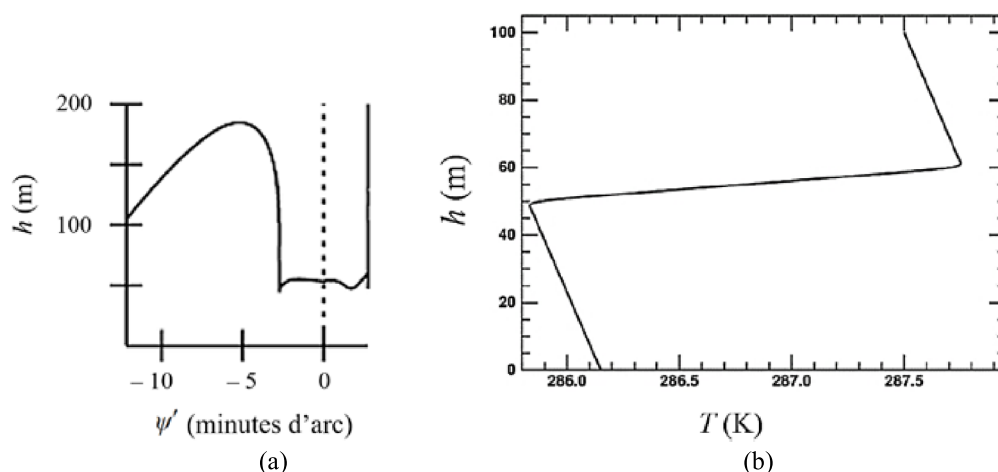


FIGURE 7. Pour un observateur d'élévation $E = 54$ m au-dessus du niveau de la mer et un objet au-delà de l'horizon (d'où la borne inférieure $-\delta \cong -12'$ pour le domaine de définition) à $D = 70$ km, courbe de transfert (a), pour le cas où le profil thermique — courbe (b) — comporte une inversion (de 2 K de 50 à 60 m d'altitude) raide. L'observateur est aussi dans le chenal optique, et comme l'objet est loin, la courbe de transfert commence à ressembler à celle de la Fig. 9 de [28], mais la grande différence est que dans la bande dite de Wegener (ici, celle allant de $-3'$ à $3'$) on peut voir des images de l'objet s'il traverse le chenal, ce qui est possible car cet objet est terrestre; ces images sont très déformées car dans cette bande la courbe de transfert est relativement oscillante, l'objet étant assez loin pour que des rayons lumineux partant de lui puissent subir plusieurs quasi-réflexions totales avant d'arriver en S. Pour cet exemple particulier, la quasi-réflexion totale des rayons entre S et l'objet produit quelques morceaux de courbe décroissante dans la bande de Wegener (et eux seulement) qui justifient l'appellation de mirage supérieur, sans donner systématiquement ni partout dans cette bande une image renversée; la formation d'une portion d'image renversée, correspondant à la portion décroissante de la courbe à gauche de la bande, n'est pas due à une quasi-réflexion totale donc ce phénomène est nommé séparément : c'est une forme de *Nachspiegelung*. © Andrew T. Young, <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/sup-mir/SMDrow/SMDrow.html> et https://aty.sdsu.edu/explain/simulations/ducting/duct_intro.html

une simulation de mirage supérieur avec *Nachspiegelung*, ainsi qu'avec un fort étirement dans la bande de Wegener (qui existe car l'observateur est dans le chenal) et la forte compression typique contre les bords externes de celle-ci.

Un cas réel d'observation d'un mirage supérieur d'objets cachés sous l'horizon est montré sur la Figure 9.

Notons que si on augmente D au-delà de D_I , la pente de la courbe de transfert en $-\delta$ croît nettement moins que D , puis décroît, s'annule, et devient négative; $h(-\delta)$ se met aussi à décroître. C'est le cas pour la seconde courbe de transfert de la Fig. 11 de l'article [15] dans ce numéro spécial (avec l'objet à 15 miles et deux inversions superposées), mais pas pour la première (car l'objet est à 10 miles, ce qui est trop près); ce cas très particulier redonne un mirage inférieur, mais dans une situation très inhabituelle où la dépression de l'horizon n'est pas augmentée (car le gradient thermique est standard sous le niveau de l'observateur) et où on voit des images d'objets qui seraient « invisibles » dans l'atmosphère standard.

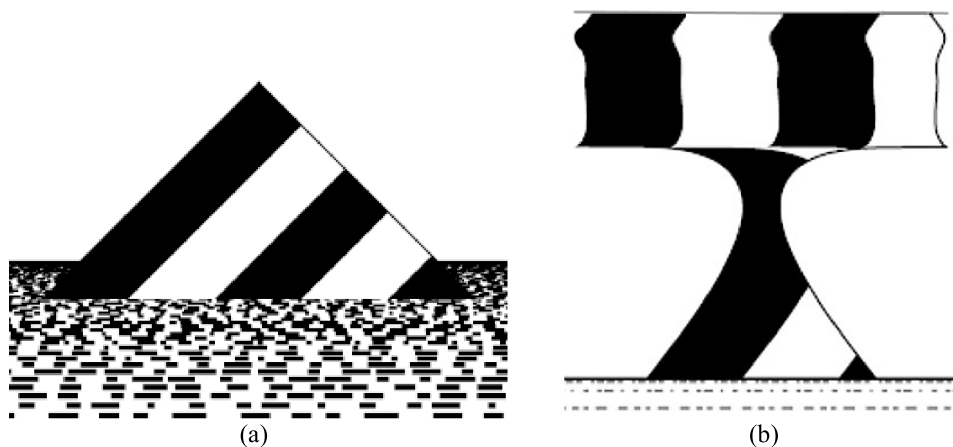


FIGURE 8. Simulations numériques, avec le même objet que sur la Figure 1, évoquant une île haute de 200 m. (a) Pour l'atmosphère standard, image de l'objet à $D = 2$ km, vue de $E = 1,5$ m; l'objet est donc en deçà de l'horizon. (b) Pour l'atmosphère avec la couche d'inversion raide, et en accord avec la Figure 7, image zoomée de l'objet à $D = 70$ km, vue de $E = 54$ m (l'observateur est dans le chenal). L'objet est donc au-delà de l'horizon, et dans l'image droite touchant l'horizon sensible la représentation de la moitié inférieure de l'objet (d'après le nombre de bandes visibles) est absente, mais une fine tranche horizontale environ au quart inférieur de l'objet donne lieu à une image quasi rectangulaire (car très étirée verticalement) et sans contact avec l'horizon — conformément aux explications précédentes sur la valeur du minimum de la fonction de transfert. Les bords supérieur et inférieur de cette image quasi rectangulaire sont bien tranchés, à cause de la très forte compression de l'image juste contre les bords externes de la bande de Wegener. Le *Nachspiegelung*, qui n'est pas le mirage supérieur *stricto sensu*, se manifeste par la portion d'image renversée la plus évidente ici : celle entre la zone la plus étroite (où il y a un étirement vertical infini de l'image) et le bord inférieur de la partie quasi rectangulaire. L'image droite située sous le *Nachspiegelung* ne concerne que la moitié supérieure de l'objet mais sans sa pointe, car le maximum local de la courbe de transfert — à gauche du pointillé de la Figure 7(a) — n'arrive pas à l'altitude de la pointe; cette image est un peu étirée verticalement, comme le montre l'inclinaison des bandes. Au-dessus de l'image quasi rectangulaire, l'image de la pointe n'est plus perceptible car elle est très aplatie. © Andrew T. Young, <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/mirsimintro.html> et <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/sup-mir/SMDrow/SMDrow.html>

Une des premières mentions du phénomène de mirage supérieur semble être due à Samuel Vince en 1799 [30] :

« In fact, the images [of the ship] were visible, when the whole ship was actually below the horizon [...] The discovery of ships in this manner might, in some cases, be of great importance [...] ».

Un témoignage magnifique est celui du capitaine baleinier (et membre de la Société Royale d'Edimburgh) William Scoresby Jr sur son observation extraordinaire du 24 juillet 1822 auprès de la côte est du Groenland :

« The most extraordinary effect of this state of the atmosphere, however, was the distinct inverted image of a ship in the clear sky, over the middle of the



FIGURE 9. Mirage supérieur vu en mer de Norvège. On y remarque l'étirement infini à la jonction de l'image droite et de l'image renversée, et la bande plus sombre correspondant à la couche d'air inférieure plus froide — donc souvent plus chargée en aérosols. En outre, noter que la forme du relief est bien visible, surtout pour le rocher à droite et le rivage à gauche, dans l'image droite supérieure très comprimée verticalement, contrairement à l'image renversée (ce qui est fréquent). Observer aussi la présence d'images renversées sans image droite correspondante en dessous; c'est possible dans un chenal, avec un objet assez éloigné et dont la hauteur n'excède pas $h(-\delta)$ mais dépasse le minimum de la fonction de transfert, comme ici. Remarquer enfin le caractère anormalement ondulé de l'horizon sensible; il est dû à la très forte turbulence liée à l'instabilité de l'air situé juste sous la couche d'inversion. © Photo : Luc Dettwiller

large bay or inlet before mentioned,—the ship itself being entirely beyond the horizon. Appearances of this kind I have before noticed, but the peculiarities of this were,—the perfection of the image, and the great distance of the vessel that it represented. It was so extremely well defined, that when examined with a telescope by Dollond, I could distinguish every sail, the general “rig of the ship,” and its particular character; insomuch that I confidently pronounced it to be my Father's ship, the *Fame*, which it afterwards proved to be;—though, on comparing notes with my Father, I found that our relative position at the time gave our distance from one another very nearly thirty miles, being about seventeen miles beyond the horizon, and some leagues beyond the limit of direct vision. (Plate V. Fig. 2.) » [31, p. 189–190 et Plate V, entre les p. 164 et 165].

On a vu que le mirage supérieur fait intervenir un chenal optique (voir [28] lié à [3]) dans lequel se trouve l'observateur — sinon les rayons lui arrivant ne subissent pas de quasi-réflexion totale. Le chenal contient forcément, dans sa partie supérieure, une couche d'inversion raide ($dT/dr > 116 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$); en ce qui concerne l'amplitude de cette inversion, elle peut être modérée (valant 2°C sur 10 m d'épaisseur totale), mais aussi très forte (typiquement 15°C sur 50 m au total, quand une couche d'air froid et humide au-dessus de l'eau est surmontée d'une couche d'air chaud et sec comme celui du désert apporté, par les vents Santa Ana — ainsi nommés d'après une montagne et un canyon californiens). En 2003 a été signalée [32] l'observation d'une couche d'inversion très raide, de 1°C seulement mais de 5 cm d'épaisseur; encore plus raide était celle rapportée en 1948 [33], vue dans le désert du Grand Lac Salé : 15°F et 1 pouce d'épaisseur,



FIGURE 10. Mirage supérieur vu depuis le plateau de Gergovie (France). « The lower parts of [...] objects, are sometimes connected with the sensible horizon, by an apparent fibrous or columnar extension of their parts, which columns are always perpendicular to the horizon : at other times, they appear to be quite lifted into the air, a void space being seen between them and the horizon. » [36, p. 385] Cette description due à un familier de l'Arctique dénote un grossissement local infini à la jonction des images droite et renversée au-dessus, comme en témoignent sur la photo les stries verticales sombres probablement dues à des arbres; en assimilant l'observateur à un point émettant fictivement des rayons dans toutes les directions, on sait [20, p. 151 ss] que ce grossissement infini affecte l'intersection de l'objet avec la caustique de ces rayons fictifs. Noter aussi, au-dessus de l'image renversée, la troisième image, droite et très comprimée, qui se manifeste par une courte pointe vers le haut dans le prolongement de la strie verticale la plus large. © Photo : Luc Dettwiller

donnant $dT/dr \cong 328 \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$ et $\kappa \cong 2,2 \times 10^3$. Si l'observateur se trouve au-dessus d'une zone où la fonction $-dT/dr$ est brutalement décroissante, comme par exemple le voisinage de la frontière basse d'une couche d'inversion (même si celle-ci n'est pas raide), il est possible aussi d'avoir une image renversée : voir la dernière catégorie — celle du pseudo-mirage. Quel que soit le type de couche d'inversion, elle ne produit pas de point d'inflexion pour les rayons lumineux : les rayons obliques y ont leur concavité tournée vers le bas comme dans l'atmosphère normale, mais leur courbure y est plus forte — toutes choses égales par ailleurs.

Comme avec le mirage inférieur, il y a un grossissement vertical local infini au niveau de la jonction entre une image droite et une image renversée voisine (voir nos Figures 3, 9–13); cela peut expliquer la description de diverses créatures mythiques, comme le *hafstramb* et le *margygr* (*merman* et *mermaid* en anglais — voir l'article [15] dans ce numéro spécial) mentionnés par des récits nordiques [34, 35]. De manière générale, un mécanisme similaire est à l'œuvre dans trois autres classes d'observations, dont les noms détonent par leur tournure non scientifique : l'effet *hafgerdingar*, la *Fata Brumosa*, la *Fata Morgana*. Nous comparerons physiquement leurs natures respectives au paragraphe 3. En attendant, indiquons les contingences qui les différencient initialement : l'effet *hafgerdingar* ne concerne que l'image de la surface de la mer, la *Fata Brumosa* que l'image de la surface d'un lac, tandis que la *Fata Morgana* concerne des images d'autres objets éloignés aussi, mais plus contrastés.

Théoriquement, dans le mirage supérieur pour un objet donné, en plus de son image droite et de son image renversée qui est au-dessus de celle-ci, il se forme encore une troisième image

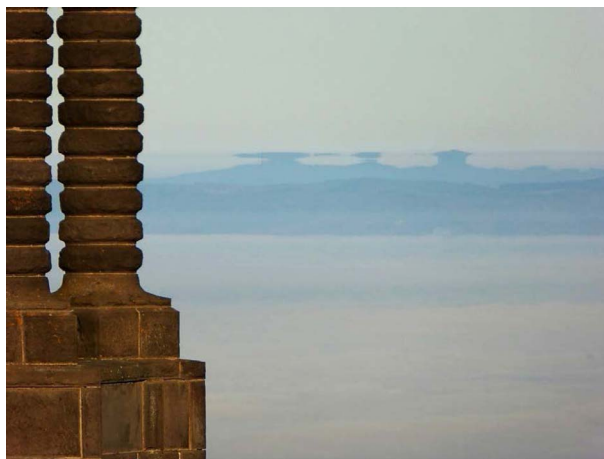


FIGURE 11. Suite du mirage montré sur la Figure 10. Sur la droite de l'image, noter que : la forme du relief est bien visible dans l'image droite supérieure très comprimée verticalement (contrairement à l'image renversée) ; juste au-dessus de la limite supérieure de l'image renversée se trouve la ligne horizontale la plus sombre, due au fait que les rayons lumineux qui y passent proviennent du ciel lointain et ont effectué le trajet le plus long dans l'air, d'où leur extinction maximale ; en dessous de cette ligne se trouve une bande un peu plus sombre qu'en dessus, car les rayons correspondants se propagent uniquement dans la couche d'air inférieure plus froide donc souvent plus chargée en aérosols — voir aussi les Figures 9 et 10. © Photo : Luc Dettwiller



FIGURE 12. Suite du mirage de la Figure 9. Remarquer, juste au-dessus du fort étirement de l'image renversée, la très forte compression simulant dans l'image la perte d'une tranche rocheuse horizontale. Noter enfin que certains îlots n'ont pas d'image renversée : c'est normal, celle-ci ne peut se former que pour certaines hauteurs de l'objet, en fonction de sa distance. © Photo : Luc Dettwiller

simple de ce même objet : elle est droite (voir nos Figures 9–11), et passe usuellement inaperçue car elle est souvent très comprimée verticalement par rapport à l'image renversée.

Cette image droite supplémentaire se trouve située juste au-dessus de l'image renversée — qui peut aussi être très étirée verticalement dans sa partie haute (voir les Figures 11 et 12).



FIGURE 13. Suite du mirage des Figures 9 et 12. On voit ici le mécanisme déjà décrit dans la légende de la Figure 11, pour expliquer la bande horizontale plus sombre, renforcé par le fait que le haut de celle-ci est l'image renversée d'une portion de l'air située beaucoup plus bas, donc plus proche de la mer où l'extinction de la lumière est plus importante, à cause de la diffusion par les aérosols marins — mais cette diffusion peut aussi renvoyer vers l'observateur une certaine quantité de lumière solaire, non négligeable dans les cas où le voisinage est peu lumineux. © Photo : Luc Dettwiller

L'existence de cette image supplémentaire du même objet, droite, est due à la continuité réelle de la courbe de transfert, qui doit forcément se terminer par une portion croissante, mais celle-ci commence si abruptement qu'elle simule une discontinuité. Ce comportement critique qui explique la forte compression verticale de cette image s'interprète simplement, si on s'aide du modèle simpliste où la couche d'inversion est assimilée à un dioptré (d'épaisseur nulle par définition) qui séparerait la couche inférieure, d'air froid, de la couche supérieure d'air chaud moins réfringent : dans ce cas caricatural, quand S regarde de plus en plus haut au-dessus de l'horizon astronomique, il reçoit d'abord, moyennant une réflexion totale, des rayons provenant d'un ensemble de points dont la frontière passe sur l'objet par un point N sous le dioptré, puis un rayon provenant subitement d'un point P au-dessus quand la réflexion totale disparaît ; ainsi, S verrait superposées les images de N et P ! En fait, à cause de l'épaisseur de la couche d'inversion et de la dérivabilité de la distribution d'indice de réfraction, les images de N et P sont vues dans des directions différentes mais très voisines, ce qui veut dire que l'image du segment NP est très comprimée.

La rotondité de la Terre autorise aussi, pour un objet assez loin (à plusieurs dizaines de kilomètres typiquement), la vision d'une image fortement comprimée sous l'horizon astronomique, pour une raison similaire. Enfin, toujours avec D assez grand, il peut se produire plusieurs quasi-réflexions totales successives pour des rayons provenant de l'objet ; ce phénomène de réflexions multiples (qui a été effectivement observé) permet une grande variété de séquences et de grossissements des images successives — déjà avec une seule quasi-réflexion totale il peut y avoir formation de deux images en plus de l'image droite si l'objet est assez loin, voire quatre s'il est encore plus loin.

Notons enfin que toute cette présentation avec $T(r)$ utilise implicitement un modèle d'atmosphère à symétrie sphérique ; mais des écarts dynamiques à cette situation ont été envisagés, notamment quand l'atmosphère est le siège d'ondes de gravité, faisant (par les composantes à

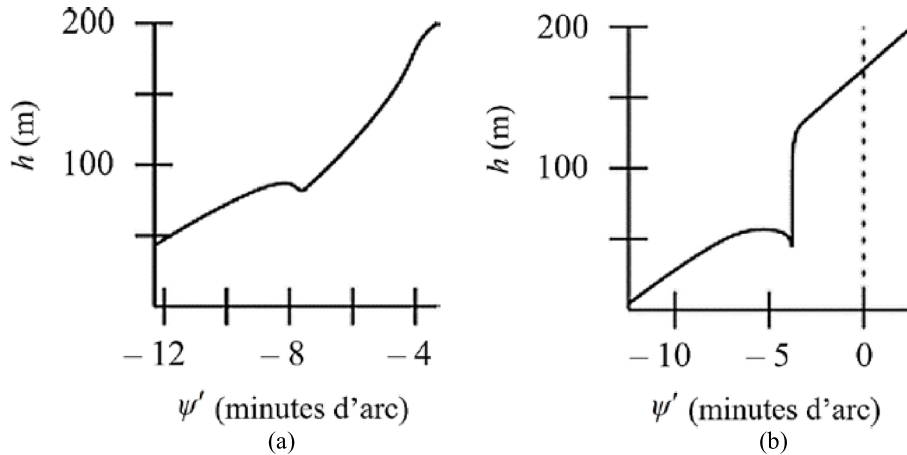


FIGURE 14. Pour un observateur S à 5 m au-dessus de la frontière haute de la couche d'inversion, et un objet au-delà de l'horizon (d'où la borne inférieure $-\delta$ pour le domaine de définition), courbes de transfert : à gauche, cas (a) où $D = 55$ km, avec une inversion relativement faible (de 0,8 K de 30 à 50 m d'altitude), donc non raide car $dT/dr = 40 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1} < 116 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$; à droite, cas (b) où $D = 40$ km, avec une inversion raide identique à celle utilisée pour la Figure 7. La valeur de δ (environ 12' ici encore) peut se calculer par l'expression (3), avec E valant 55 m pour le cas (a), 65 m pour (b). La formation d'une portion d'image renversée, correspondant à la petite portion décroissante de la courbe, n'est pas due à une quasi-réflexion totale, même quand l'inversion est raide, puisque S est au-dessus d'elle; alors, dans chacun de ces deux cas, l'image renversée forme un pseudo-mirage. © Andrew T. Young, <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/mock/ordMM.html> et <https://aty.sdsu.edu/mirages/mirsims/mock/ductMM.html>

grande longueur d'onde) que les images oscillent aussi, ou (par les composantes à petite longueur d'onde) que les images acquièrent une structure fine supplémentaire [37].

2.3. *Nachspiegelung* et *pseudo-mirage*

Dans le cas particulier des mirages inférieur et supérieur, la formation de l'image renversée est liée à une quasi-réflexion totale au sens d'Everett. Mais *a priori*, pour qu'une image renversée se produise, il n'est pas indispensable qu'il y ait une réflexion, comme en témoignent pour la réfraction astronomique (cf. le document [28] lié à [3]) les cas du pseudo-mirage et du *Nachspiegelung*.

Pour la réfraction *atmosphérique*, ces deux cas peuvent aussi exister; on vient de le voir pour le *Nachspiegelung* sur la Figure 7(a). Suite au travail séminal d'Alfred Wegener [29] en 1918, on réserve à l'image renversée, formée par des rayons n'ayant pas subi de quasi-réflexion totale entre l'objet et S (et qui ne participent donc pas au mirage supérieur *stricto sensu*), cette appellation de *Nachspiegelung* lorsque S est dans un chenal optique à symétrie sphérique ou en dessous de lui (mais pas trop, sinon l'image renversée disparaît).

Young *et al.* ont montré [38] qu'une telle image renversée sans quasi-réflexion totale peut aussi se former pour S au-dessus d'une couche d'inversion à symétrie sphérique, sans qu'elle soit forcément raide (donc accompagnée d'un chenal) — voir la Figure 14. Ce cas est donc moins rare que celui du mirage supérieur. Mais si l'inversion est raide, dans le cas de la réfraction astronomique l'image renversée sans réflexion totale se forme pour tout observateur au-dessus du chenal, aussi loin soit-il. Cette image renversée justifie l'appellation de *mirage*; on rajoute le préfixe « pseudo » pour rappeler qu'elle se forme encore sans quasi-réflexion totale.



FIGURE 15. Mirage multiple dans la Manche. © Photo : Mathieu Vincent

2.4. *Mirage multiple*

Le mirage multiple est le cas où il y apparaît une alternance d'images droites et renversées (voir Figure 15) avec plus de trois images au total. La première mention de cette alternance systématique, et d'un cas à cinq images, semble remonter à Kelly en 1839 [39]. Celle-ci est encore due à la continuité de la courbe de transfert, qui doit forcément se terminer par une portion croissante. Le nombre d'images est donc pair quand elle commence par une portion décroissante (c'est le cas du mirage inférieur — discuté au sous-paragraphe 2.1 — où il y a deux images, une renversée surmontée d'une image droite), impair quand elle commence par une portion croissante. Il faut se méfier des modèles irréalistes de profil d'indice, avec des discontinuités ou des points anguleux, qui peuvent donner des courbes de transfert discontinues et donc rompre l'alternance des images droites et renversées. Dans les cas réalistes, la courbe de transfert est continue, mais il faut prendre garde au fait qu'elle présente souvent des pentes si fortes en valeur absolue qu'elles simulent des discontinuités, et correspondent à des images tellement comprimées qu'elles passent inaperçues, ce qui donne l'impression que la loi d'alternance des images droites et renversées est violée ; pour cette raison, le nombre d'images dans un mirage est un critère d'identification peu indiqué.

De larges zones de fort étirement vertical à bords très tranchés peuvent se produire en présence d'une seule couche d'inversion raide, si l'objet est assez loin et l'observateur dans le chenal. Cela s'explique par de multiples quasi-réflexions totales au sens d'Everett ; elles font qu'un assez large ensemble de rayons ayant des inclinaisons croissantes au niveau de l'observateur ont rasé le sommet de la couche d'inversion sur des domaines de plus en plus longs, en partant de points de l'objet qui sont tous très proches du sommet de la couche d'inversion raide, mais quand même à des hauteurs légèrement changeantes. Cela produit une série d'images supplémentaires alternativement droites et renversées, très étirées verticalement, mais pour une étroite tranche de l'objet seulement — car elle est limitée par le chenal et surtout par une fine sous-couche de sa partie haute.

3. Cas spéciaux : *Fata Morgana*, *Fata Brumosa*, effet *hafgerdingar*

En l'absence de mirage, par définition, la courbe de transfert est croissante. Si elle était, dans le sens des ψ' croissants, d'abord croissante puis décroissante puis de nouveau croissante, et

sans discontinuités ni points anguleux, cela correspondrait à un mirage avec (par définition) une image apparente renversée présentant un grossissement vertical local infini au niveau de ses bords supérieur et inférieur, qui sont alors les images des deux lignes (L_1) et (L_2) formant l'intersection entre le plan objet et la caustique (Σ) des rayons arrivant en S ; l'image du voisinage de (L_1) ou de (L_2) présente un étirement très grand, comparable à celui déjà mentionné aux sous-paragraphe 2.1 et 2.2 et visible sur les Figures 1(c) et 9. Cette caustique dépend de la position de S par rapport à la distribution de l'indice de réfraction dans l'atmosphère. De manière générale, la « *Fata Morgana* archétypale » est le cas critique entre les configurations sans mirage, et celles avec un mirage du type décrit ci-dessus : en passant de celles-ci au cas critique, le maximum et le minimum stationnaires de la courbe de transfert fusionnent, donnant un point d'inflexion à tangente horizontale; l'intersection de (Σ) avec le plan objet devient une ligne (L_D) — double au sens où c'est la fusion de (L_1) et (L_2). La courbe de transfert associée à une *Fata Morgana* archétypale présente ainsi un contact d'ordre supérieur avec sa tangente horizontale, donc l'image du voisinage de (L_D) présente un étirement encore plus grand que pour les voisinages de (L_1) ou de (L_2), et il n'y a pas d'image renversée.

Voyons maintenant comment de tels effets peuvent se manifester dans la pratique. Mais nous ne prétendons pas à l'exhaustivité : l'ensemble des phénomènes apparentés aux *Fata Morgana* constitue vraiment un cas spécial, au sens où tous ne sont pas encore élucidés — certains restant rebelles à la tentative de classification utilisant les catégories simples que nous présentons.

- Dans une première classe d'observations, où le voisinage de (L_D) a de multiples petites taches claires et sombres, son image donne de nombreuses stries verticales claires et sombres; alors l'observateur voit, suivant l'expression de François-Alphonse Forel [40, p. 544], une large « zone striée », donnant l'illusion de « colonnades » (d'après une lettre d'Ignatio Angelucci en 1643, transcrite chez Athanasius Kircher [41]) ou de « pilastres » et de « colonnes » selon Antonio Minasi [42]. Celui-ci notait aussi la présence éventuelle d'irisations, confirmées par Ronald Ives [33] qui ajoute qu'elles ne sont pas rares dans les forts mirages; on peut en voir un exemple en zoomant sur l'image du sentier et l'image nonuple du chemin (montrées par la Fig. 8 de l'article [43]), irisées de rouge à droite et de bleu à gauche (alors que la lunette utilisée pour observer est apochromatique, avec un élément en fluorite). Juste au-dessus de la zone striée, l'image est souvent très comprimée [44] : ces faits sont typiques des *Fata Morgana*. Tout cela peut advenir notamment quand S est au voisinage de la frontière basse du chenal dû à une couche d'inversion raide, large (d'une vingtaine de mètres typiquement) et donc assez forte (typiquement 5 °C, ou plus), dans laquelle se trouve (L_D). La Figure 16 montre une observation d'un tel cas archétypal, où il n'y a pas d'image renversée (ce n'est donc pas un mirage), et où la zone striée est bien développée.

Mais selon les valeurs numériques des paramètres de la courbe de transfert dotée d'une tangente horizontale inflexionnelle il est possible que la zone striée (qui est, d'après les observations de Forel, la signature visuelle prépondérante d'une *Fata Morgana*) soit moins développée que sur la Figure 16, et donc que le cas pratique correspondant soit jugé moins digne d'être classifié comme *Fata Morgana*; de ce point de vue, le cas archétypal n'est pas forcément satisfaisant. En fait d'autres variantes, apparemment dépourvues de vraie tangente inflexionnelle horizontale et présentant une ou des portions de courbe de transfert très légèrement décroissantes, peuvent produire des zones striées mieux développées, dignes d'être estampillées *Fata Morgana*; dans ce cas, ce sont des mirages, que nous allons décrire plus précisément.

Quand les lignes (L_1) et (L_2) sont assez rapprochées, la courbe de transfert présente en effet une partie relativement horizontale, avec de très faibles ondulations au lieu d'un point d'inflexion à tangente rigoureusement horizontale; cela donne une configuration hybride, où apparaît une juxtaposition d'images alternativement droites et renversées, qui sont peu espacées et très étirées



FIGURE 16. *Fata Morgana* archétypale sur une côte de la Manche à un endroit sans falaise, dont l'image est très étirée mais droite, formant une zone striée, avec une forte compression juste au-dessus. © Photo : Mathieu Vincent

verticalement sur un large domaine, formant ainsi un ersatz de zone striée — comme la concevait Kelly [39]. La présence d'images renversées, ainsi que l'intervention de quasi-réflexions totales dans la couche d'inversion raide, fait classer ces cas pratiques de *Fata Morgana* parmi les mirages supérieurs; avec eux il est fréquent que la courbe de transfert présente une quasi-discontinuité pour $\psi' > 0$, produisant dans l'image, juste au-dessus de la bande de Wegener, la quasi-perte d'une tranche de l'objet — au lieu d'un très fort étirement. Un exemple en est donné par notre Figure 17. Une grande variété de cas est possible, avec notamment cette quasi-perte juste au-dessus de la zone striée, mais aussi la présence d'intersections supplémentaires (L_3), etc., avec des caustiques. Quant à la Figure 8(b), précisons qu'elle ne présente pas des stries verticales assez lisses pour être considérées comme celles d'une *Fata Morgana* — les comparer avec celles des Figures 16, 17 du présent article, et des simulations montrées par les Figs 5 et 7 de [43], qui sont plus proches de verticales parfaites.

Pour Forel [40, p. 544–561] qui a réalisé quatre à cinq cents observations de ce type au-dessus du Lac Léman à la fin du xix^e siècle (pour une analyse détaillée de photographies récentes de ce phénomène, voir la référence [43]), les objets ainsi perçus sont à 10–40 km de distance, donnent une zone striée de 5' à 10' de hauteur [45], et l'élévation optimale de l'œil au-dessus de l'eau pour voir ce phénomène va de 2 à 4 m; mais un écart de $\pm 0,5$ m par rapport à la meilleure altitude peut suffire à le faire disparaître, puisque la position de S par rapport au chenal est un paramètre très sensible — autant que pour obtenir la Fig. 11 de [28]. En d'autres lieux, l'élévation optimale peut être plus grande (Angelucci était à une soixantaine de mètres). La façon dont la géographie et la météorologie influent sur ces paramètres optimaux, ainsi que la cause réelle de certains cas de *Fata Morgana* à multiples zones striées, restent mal comprises.

L'appellation « *Fata Morgana* » vient de la façon dont les habitants de Reggio ont nommé des mirages vus dans le détroit de Messine, comme en témoigne Marc'Antonio Politi en 1617 le premier [46, p. 18–19]; peu après a été publiée la première description d'un tel mirage par Kircher dans son traité *Ars Magna Lucis et Umbrae* en 1646 [41], où il s'appuie sur l'observation du Père Angelucci le 14 août 1643 à Reggio. Giuseppe Maria Giovane rapporte en 1790 que les habitants de la côte Adriatique nomment ces mirages *Lavandaja*. La vision d'arcades, de piliers, de colonnades, de tours, de châteaux, etc., rapportée par Kircher en 1646 puis Minasi en 1773 [42], relève d'un effet psychologique de projection mentale facilement compréhensible : l'image très



FIGURE 17. Suite du mirage des Figures 9 et 12–13, montrant maintenant une *Fata Morgana* avec une large zone striée. Noter la quasi-discontinuité de grossissement dans l'image au niveau du sommet de la zone striée, avec (du côté supérieur) une très forte compression (qui ne nécessite pas une couche d'inversion très fine, comme dans le modèle simpliste évoqué à la fin du sous-paragraphe 2.2); comparer avec la Figure 12. © Photo : Luc Dettwiller

étirée d'un objet quelconque peut alors ressembler à un pilier ou une tour, etc. — soit des éléments des châteaux que la fée Morgane aurait le pouvoir de faire surgir !

- Dans une deuxième classe d'observations, seule une petite portion de lac donne une image étirée verticalement, prenant l'apparence de « brouillards [qui] ont exactement la teinte du lac, tellement qu'en certains cas ils semblent des vagues gigantesques soulevant la surface [...] de dix ou vingt mètres [soit] 2 ou 4 minutes de degré » selon les observations de Forel sur le Lac Léman [40, p. 552] : c'est typique d'une *Fata Brumosa*, avec le fait que souvent l'observateur doit être au-dessus d'elle, contrairement à la configuration usuelle d'observation d'une *Fata Morgana*. Comme avec elle, la zone d'image étirée se déplace; c'est très probablement dû à l'excitation, par le cisaillement de l'air (qui est usuellement dans le sens du vent), d'ondes de gravité affectant la couche d'inversion et se déplaçant dans le sens du cisaillement, comme on le voit souvent dans les mirages supérieurs.

- Enfin, dans une troisième classe d'observations, la zone d'image très étirée verticalement ne correspond qu'à une bande de la surface de la mer : c'est l'effet *hafgerdingar* — ce mot islandais signifiant des haies (ou des barrières) de mer, décrites comme telles dans le manuscrit médiéval *King's Mirror* [47–49]. Cette classe d'observations pourrait expliquer les légendes vikings parlant de murs maritimes délimitant le bord du monde.

Dans le cas d'une atmosphère à symétrie sphérique, l'effet *hafgerdingar* et la *Fata Morgana* devraient être complètement identiques sur le plan des lois de l'optique. De manière satisfaisante, peut-on dire qu'il en est approximativement ainsi dans les cas réels, où les couches d'inversion sont d'étendue limitée dans l'atmosphère terrestre qui n'a pas la symétrie sphérique? La question n'est pas tranchée entre les tenants de l'identité approximative de ces classes d'observations [43], et ceux qui pensent discerner entre elles des différences (voir certaines des simulations numériques de l'article [15]) — sans compter les dissymétries dues aux ondes de gravité très courantes dans les couches d'inversion et pouvant donner une image en forme de vague géante comme avec la *Fata Brumosa*. Des observations supplémentaires sont nécessaires pour élucider ces points; des progrès sont attendus aussi sur la question des caractéristiques optiques

et météorologiques précises des chenaux optiques produisant des portions de courbes de transfert quasi horizontales sur l'essentiel du spectre visible (et pas seulement dans le rouge comme sur la Fig. 11 du document [28] lié à [3]), exemptes aussi des petites oscillations visibles sur la Figure 7(a), afin de donner des zones striées bien développées.

4. Effets possibles sur une image unique

Il y a d'autres effets dus à la courbure des rayons lumineux, mais ce ne sont pas des mirages car les images formées sont droites; la fonction de transfert reste monotone, croissante — comme elle doit l'être systématiquement pour les grandes hauteurs angulaires. Dans les deux premiers cas que nous verrons, la courbe de transfert est seulement décalée vers le haut ou vers le bas; dans le cas suivant sa forme est modifiée, la pente de certaines de ses portions devenant beaucoup plus petite ou plus grande que D ; et dans le dernier cas (celui de l'effet *hillingar*), plusieurs phénomènes notables changent de nature (en particulier quant à la dépression et la distance de l'horizon), aussi l'intérêt de la courbe de transfert s'en trouve-t-il relativisé.

4.1. Disparition

Par comparaison avec le cas standard, il peut se produire une disparition de l'image d'un objet lointain — celui-ci étant vu proche de l'horizon mais en deçà de lui dans le cas standard, ou bien au-delà et le dépassant légèrement.

Ce phénomène survient lorsqu'entre les niveaux de S et du sol la valeur moyenne $\langle\kappa\rangle$ de κ devient notablement inférieure à sa valeur standard $\kappa_{Si} \cong 1/5,9$: la courbure de la Terre paraît plus grande que d'habitude.

C'est systématiquement le cas avec les mirages inférieurs classiques, où l'image d'un objet visible dans l'atmosphère standard a disparu, au profit de l'image renversée d'un autre objet; et pour ces mirages la variation de κ entre les niveaux de S et du sol est importante, à tel point que $\langle\kappa\rangle$ devient très nettement négatif.

Plus précisément, dans les cas où κ est resté à peu près uniforme (et donc où il n'y a pas de mirage), les expressions (4)–(5) montrent comment l'horizon est devenu plus proche et plus déprimé, avec l'augmentation de la courbure apparente $1/r_a$ liée au fait que κ_S est passé de κ_{Si} à $\kappa_{Sf} < \kappa_{Si}$. Si dans le cas standard l'objet (dont le sommet est à l'altitude H) est en deçà de l'horizon, cette sortie du cas standard le fait passer au-delà dès que $L < D$, i.e. $\kappa_S < 1 - 2(r_s E/D^2)$; et alors sa hauteur restant visible est $H - [(D-L)^2/(2r_a)]$, mais il disparaît au regard dès qu'elle devient négative, i.e. $\kappa_S < 1 - 2r_s[(\sqrt{E} + \sqrt{H})/D]^2$. En l'absence de connaissance du paysage vu dans les conditions usuelles (avec $\kappa_S \cong \kappa_{Si}$), ces effets passent inaperçus, car l'image restant visible n'est pas déformée mais seulement translatée verticalement vers le bas, de $(\kappa_{Si} - \kappa_{Sf})D/(2r_s)$ angulairement (voir d'après la relation (6) la variation de ψ' en fonction de celle de κ_S à h , D et E fixés), pendant que l'horizon est devenu plus déprimé, de $(\sqrt{1 - \kappa_{Sf}} - \sqrt{1 - \kappa_{Si}})\sqrt{2E/r_s}$ — cf. la relation (5).

La cause de tout cela réside dans le gradient thermique vertical, dT/dr , mais devenu inférieur à $-6,5 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$ tout en restant quasi uniforme dans un domaine allant au moins de S jusqu'à l'horizon; rappelons cependant que la stabilité convective de l'atmosphère correspond à $-dT/dr < 9,8 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$, donc à $\kappa > 1/6,7$ pour 15°C et 1 atm (voir le sous-paragraphe 7.1.4 de l'article [3]).

4.2. Surgissement

Tout aussi surprenant que la disparition est le phénomène opposé : le surgissement, où κ reste quasi uniforme, mais devient sensiblement plus grand que la valeur standard $\kappa_{Si} \cong 1/5,9$, tout

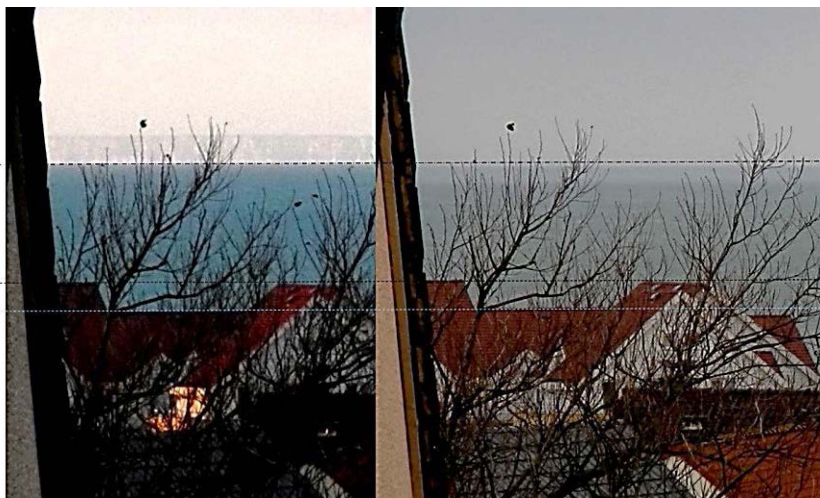


FIGURE 18. À gauche, surgissement des falaises anglaises vues de Boulogne (et à droite la vue ordinaire, le pointillé supérieur montrant que la dépression de l'horizon est alors un peu plus grande). © Photo : Olivier Buridant

en restant inférieur à 1 (valeur à partir de laquelle des effets nouveaux apparaissent). Comme pour la disparition, le surgissement passe inaperçu en l'absence de connaissance du paysage vu dans les conditions usuelles. Muni de cette connaissance, et pour des objets à une centaine de kilomètres ou plus, ce phénomène devient perceptible à l'œil nu avec $\kappa_S > \kappa_{Sf} \cong 0,23 \cong 1/4,3$, qui correspond (sous 1 atm et 15 °C) à une inversion de température d'au moins $+3,5 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$ au voisinage de S : c'est fréquent dans les couloirs remplis d'eau — cf. le détroit de Messine, le lac de Genève, l'estuaire du Saint-Laurent, le lac Biwa, etc. Quand κ quasi uniforme passe de κ_{Si} à κ_{Sf} , l'image est angulairement translatée vers le haut, de $(\kappa_{Sf} - \kappa_{Si})D/(2r_s) \cong 0,98'' \times D/1 \text{ km}$ soit $3,3'$ pour $D = 200 \text{ km}$, tandis que l'horizon est devenu moins déprimé, de $(\sqrt{1 - \kappa_{Si}} - \sqrt{1 - \kappa_{Sf}})\sqrt{2E/r_s} \cong 3,9'' \times \sqrt{E/1 \text{ m}}$ — qui est petit devant $3,3'$ pour $E \ll 1 \text{ km}$.

Il apparaît alors l'image droite d'un objet usuellement caché derrière l'horizon (voir la Figure 18) : l'augmentation de κ rend la courbure des rayons plus grande que d'habitude, et, tant que κ_S ne dépasse pas 1, la courbure apparente r_a^{-1} d'un méridien diminue, l'horizon devient plus lointain. Une des premières mentions de ce phénomène semble être due à Latham en 1798 [50]. Il est très prononcé lorsque κ_S est proche de 1 — cependant la hauteur angulaire des points vus par effet de surgissement ne dépasse que très rarement $15'$. Notons encore que l'échelle angulaire des images vues par l'observateur n'est pas changée, celles-ci sont seulement translatées vers le haut par rapport à l'horizon astronomique, dans le même sens que l'horizon sensible.

La visibilité de la Corse depuis le bord de mer en Côte d'Azur témoigne couramment de la courbure des rayons lumineux (aucun sommet de l'île de Beauté ne serait visible depuis Nice avec $\kappa = 0$ et $E = 4 \text{ m}$), sans pour autant impliquer un dépassement de la valeur standard — avec $\kappa_S \cong \kappa_{Si}$ et $E = 4 \text{ m}$ une quinzaine de sommets dépassent l'horizon (dont le point culminant, de $7'$). Mais avec un début de surgissement ($\kappa_S \cong \kappa_{Sf}$) il y en a déjà une petite dizaine en plus (toujours pour $E = 4 \text{ m}$).

Au tout début du XIX^e s'était répandue une rumeur à Marseille, disant qu'on pouvait y voir les Pyrénées. Galéjade ?

Le baron Franz Xaver von Zach, astronome d'origine hongroise installé à Marseille en 1808, y observe le phénomène :

« L'an 1808, j'étais à Marseille. Le jour du 8 février fut remarquablement beau et serein. Je me transportai dans l'après-midi, avec mes instruments, sur la montagne Notre-Dame de la Garde; plusieurs savants et amateurs m'accompagnèrent pour être témoins de l'expérience. Après avoir pointé ma lunette sur le point de l'horizon où devait se trouver le Canigou, nous ne vîmes rien d'abord; le soleil donnait droit dans la lunette et devait par conséquent empêcher toute vision distincte des objets terrestres, soit avec des instruments d'optique, soit à la vue simple; ce n'était qu'après le coucher du soleil que le spectacle devait avoir lieu. Cet astre s'approchant de l'horizon, nous attendîmes avec impatience son coucher; à peine le dernier rayon avait-il disparu que, comme par un coup de baguette, nous vîmes pour ainsi dire tirer le rideau et une chaîne de montagne noire comme geai avec deux pics élevés vint, au point nommé, frapper nos regards avec tant d'évidence et de clarté que plusieurs spectateurs eurent peine à croire que ce fussent les Pyrénées. On les aurait prises pour des montagnes du voisinage, tant elles paraissaient distinctes et proches de nous! Tandis que nos spectateurs s'émerveillaient, faisaient leurs réflexions, je me dépêchai d'observer ces pics et de tracer le dessin de leur contour [...] »

Une vive polémique éclate sur la réalité de ce phénomène. Le Verrier confirme par le calcul la possibilité de cette observation. En 1880 Louis Fabry, astronome à l'Observatoire de Marseille (et frère du célèbre physicien marseillais Charles Fabry) prédit qu'on pourrait voir, depuis Notre-Dame de la Garde, le Canigou se découper sur le soleil couchant vers les 11 février et 30 octobre. Il l'observa effectivement avec une longue-vue le 31 octobre 1882, puis le 30 octobre 1886, accompagné d'un grand nombre de personnes prévenues par voie de presse.

Notre-Dame de la Garde est à 164 m d'altitude; le Canigou à 2 785 m, distant de 253 km. Sans la courbure des rayons lumineux, la direction de son sommet devrait être vue $8'$ sous l'horizon marin; avec la courbure standard des rayons quasi horizontaux, $2'$ au-dessus. On l'a vu parfois $7'$ au-dessus, alors $\kappa \cong 0,27 > 0,23$ (et $dT/dr \cong 10 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$ à 15°C et 1 atm) : il y a surgissement.

4.3. Étirement / Compression

Tout en restant positive, la pente de la courbe de transfert peut devenir plus petite que D . Cela se traduit par un étirement vertical sans qu'il y ait de renversement, comme en témoignent de bons dessins (pour l'image d'un bateau) [51], ou un compte-rendu par le physicien-chimiste Jacques-Louis Soret (observant depuis un bateau à vapeur dans des circonstances où l'air était à 25°C , nettement plus chaud que l'eau — à 12°C) :

« Les rives, réellement basses apparaissaient comme se terminant par des falaises élevées; mais ce phénomène présentait une grande variabilité d'un instant à l'autre. » [52];

notons que cette description s'applique aussi bien à une *Fata Morgana* archétypale, pour laquelle la courbe de transfert est croissante mais avec une tangente inflexionnelle horizontale — ce qui est quasiment le cas pour notre Figure 16.

La pente de la courbe de transfert peut aussi devenir plus grande que D , ce qui se traduit par une compression verticale — voir par exemple le rapport anonyme depuis le H. M. S. « Cleopatra » [53].

Tout cela dépend de la distance D entre autres. Par exemple, en reprenant la Figure 14 et en n'y changeant que D que l'on abaisse à 30 km, on fait disparaître les portions décroissantes des courbes de transfert (voir les URL de cette figure), et la nouvelle courbe correspondant à la Figure 14(b) a quasiment un point anguleux avec une demi-tangente horizontale et une autre

verticale : ainsi, une zone de très fort étirement voisine avec une zone de très forte compression — ce qui n'est pas exceptionnel ni obligatoire. L'étirement de l'image d'un objet dépassant de la surface d'un lac peut faire croire à l'existence d'animaux fantastiques [54]. Comme la courbe de transfert présente souvent une alternance de zones de compression et d'étirement, si l'image entière de l'objet est étirée, c'est qu'il se trouve assez petit pour être situé complètement dans une zone d'étirement.

4.4. Effet *hillingar*

Nous avons vu que l'augmentation de κ_S à partir de $1/4,3$ produit un surgissement perceptible, qui tend à annuler la dépression de l'horizon si κ_S tend vers 1. Avec $\kappa_S > 1$, l'observateur est dans un chenal optique, les formules (3)–(5) ne s'appliquent plus — la vision de l'horizon n'est plus due à des rayons rasant le sol horizontal, mais la frontière haute du chenal (i.e. la *Kimmfläche* considérée au paragraphe 3 de l'article [8] dans ce numéro spécial). Si $\kappa > 1$ sur tout un rayon lumineux allant d'un objet à l'observateur, on dit (par abus de langage) que c'est un effet *hillingar* ou « mirage arctique » même s'il ne se forme pas d'image renversée, et même si on a pu l'observer à Dunkerque [20, p. 202], dans le golfe de Californie [55], sur le Lac Léman [40, p. 541], etc. ; le rayon est alors entièrement dans une couche d'inversion raide.

La nouveauté induite par $\kappa > 1$ sur tout un rayon lumineux est que celui-ci peut joindre, malgré la courbure de la Terre, un point de l'océan à un autre point de l'océan. Pour souligner ce fait, il est bon de le distinguer du surgissement ordinaire, et on peut regretter que tous les auteurs ne le fassent pas [11]. Un modèle simple d'effet *hillingar* idéal reprend celui de Bouguer (voir le paragraphe 3 de notre « panorama historique [...] » [56], et l'article [57], dans ce numéro spécial), où n est inversement proportionnel à r^q . Dans ce cas, $\kappa = q$ d'après la relation (43) de l'article [3] ; pour avoir un effet *hillingar* on considère donc $q > 1$. Alors on peut montrer [58] que la distance géodésique entre deux points (dont S) joints par un rayon lumineux sur la surface d'une Terre idéale supposée parfaitement sphérique vaut $2r_s(q-1)\psi'$. Dans la pratique, κ ne dépasse pas beaucoup 1 lorsque l'effet *hillingar* se produit. Pour $q \in]1, 2[$ l'observateur S verrait une calotte terrestre centrée sur lui.

Dans les cas réels, S est au moins un peu au-dessus de la surface de l'océan — ou de la mer ou d'un grand lac. Son image est peu déformée mais paraît concave, avec un net surgissement ; l'océan (ou un grand lac) semble non pas plat, mais creux comme une soucoupe :

« Through an optical illusion, dependent on the mirage of the ice horizon, it appeared to us as if we were proceeding on the bottom of a shallow, saucer-shaped cavity. » [59, p. 272]. « [...] la mer plus froide que l'air, rendoit les objets visibles par en haut. Cette élévation étoit tellement sensible qu'on s'en apercevoit même sans le secours des instrumens. Lorsqu'on alloit s'asseoir sur le rivage on sembloit être dans un fond autour duquel, suivant une pente douce, s'élevait la mer fortement azurée, surtout au large [...] » [20, p. 202].

Un signe frappant en est donné quand au loin voguent des bateaux :

« on peut reconnaître cet état particulier de l'atmosphère à ce signe que la mer paraît comme une surface concave, qu'en même temps l'horizon se voit par-dessus la coque des navires, [...] et que les objets très-distants paraissent s'élever en l'air comme des nuages » [17, p. 257].

Ces effets sont bien connus des marins islandais et des explorateurs polaires ; en 1820, Scoresby écrit :

« Under certain circumstances, all objects seen on the horizon, seem to be lifted above it a distance of 2 to 4, or more minutes of altitude [...] » [36, p. 384].

Harry Sawatzky et Waldemar Lehn proposent l'idée que l'effet *hillingar*, plus fréquent à la fin du premier millénaire que maintenant vu l'évolution du climat, ait joué un rôle significatif dans les cosmographies des peuples nordiques, ainsi que dans la connaissance de l'existence de l'Islande par les habitants des îles Féroé, ou du Groenland par l'islandais Erik le Rouge conformément à ses sagas [47]. Lehn dresse un historique détaillé des idées concernant la visibilité du Groenland [60], sous la forme d'îlots mentionnés pour la première fois à la fin du ix^e siècle et appelés « Gunnbjörn's skerries », mais inexistantes — car dus probablement à un chenal optique permettant de voir des régions côtières élevées du Groenland depuis des bateaux naviguant au large de l'extrémité nord-ouest de l'Islande.

5. Conclusion

L'histoire de l'explication des mirages est tortueuse, comme le montre l'article [61] de ce numéro spécial : non seulement elle peut être obscurcie par les discussions sémantiques sur ce qu'on appelle la réflexion (selon que l'on adopte ou non la nomenclature d'Everett [1] présentée au sous-paragraphe 2.1), mais plus fondamentalement, il y a eu au xix^e siècle des discussions au sujet d'une hypothétique interface réfléchissante dans l'air [61]... Et une idée fausse n'a commencé à se dissiper qu'au xx^e siècle : celle d'un prétendu lien entre le mirage au sens strict (donc la formation d'une image renversée) et l'existence d'une quasi-réflexion totale au sens d'Everett. Il n'y en a aucun *a priori* ! Rappelons qu'en présence de cette réflexion, une image droite [27] peut apparaître (donc ce n'est pas un mirage au sens strict). Par ailleurs, des rayons lumineux qui ne subissent pas une telle réflexion peuvent quand même former une image renversée pour un observateur *S*, dans les cas du *Nachspiegelung* (*S* étant dans un chenal) [29] ou du pseudo-mirage (*S* étant au-dessus d'une couche d'inversion) [38] qui étaient connus d'abord en réfraction astronomique, puis furent transposés dans les années 2000 en réfraction atmosphérique (i.e. pour des objets terrestres).

Au xx^e siècle encore, l'informatique a permis de traiter le problème inverse consistant à retrouver le profil thermique à partir d'une image. Cela fut réalisé d'abord dans le cas d'un mirage supérieur [62], puis d'un mirage inférieur [63], puis d'un cas quelconque [64] en introduisant alors une fonction à minimiser qui aide à éliminer les profils moins probables [65] car en fait le problème inverse est mal posé : il n'y a pas unicité de la solution [66]. Ces divers profils thermiques sont conditionnés par la météorologie des couches limites ; la réfraction peut nous renseigner beaucoup sur leur état, notamment par l'observation de l'horizon et le suivi de sa dépression δ [67], où le gradient thermique varie proportionnellement au flux thermique non-radiatif émanant des surfaces matérielles plus ou moins chauffées par le soleil.

Malgré tous ces progrès, la classification que nous avons tenté d'élaborer n'est sûrement pas exhaustive : déjà, il est loin d'être certain que toutes les possibilités marquantes de phénomènes possibles aient été répertoriées et comprises dans le cas théorique restrictif d'une atmosphère à symétrie sphérique, notamment avec un empilement de plusieurs couches d'inversion. Cela reste un handicap de taille lorsqu'on tente d'expliquer des cas compliqués (comme ceux des Figs 8, 9 de [43]) ; car on ne sait pas s'il faut les attribuer à une juxtaposition de multiples très petites inversions, ou à un écart de la structure de l'atmosphère par rapport à la symétrie sphérique, sous la forme d'une onde de gravité (pour la Fig. 8 de [43]) ou bien d'une variation graduelle de l'amplitude thermique d'une inversion en fonction de la distance à l'observateur (comme dans l'effet *Novaya Zemlya* [15]) par exemple. En pareille situation, il serait bon de disposer de séries de photos prises simultanément en un même lieu précisément connu mais à des hauteurs différentes bien spécifiées de l'appareil, et assorties d'un maximum de données météorologiques pertinentes — alors que la plupart du temps on n'a que des images obtenues

par hasard en des lieux mal précisés, dans des circonstances et à des hauteurs inconnues. Pour certaines images [12], aucune explication nette n'est en vue.

L'étude de la dépression δ de l'horizon (voir le sous-paragraphe 4.2 de l'article [8]) relève bien de la réfraction atmosphérique, et non pas astronomique ; mais, comme Pierre Bouguer l'a montré dès 1729 ([57, sous-paragraphe 3.7], [68, p. 66]), son application utilitaire au point en haute mer nous y ramène, puisqu'après avoir appliqué la correction due à δ , on peut en déduire une valeur correcte de la réfraction astronomique afin d'appliquer la correction suivante [8, sous-paragraphe 4.3]. Dans son livre de 1758, Johann Heinrich Lambert a montré [69, p. 82–111] que la réfraction atmosphérique (ou terrestre) standard joue aussi un rôle important en géodésie, et doit être prise en compte pour les calculs d'altitude des points géodésiques — voir le paragraphe 2 de l'article [9] dans ce numéro spécial. Par la suite, les liens théoriques et pratiques entre les volets terrestre et astronomique de la réfraction ont été soulignés au XIX^e siècle. À leur sujet, le mathématicien James Ivory écrivait en 1823 :

« With regard to altitudes less than 2°, it is not clear that the astronomical refractions do not participate of the extreme irregularity that attends the terrestrial refractions. » [70, p. 472]

Dans le demi-siècle suivant, l'astronome Hervé Faye tentera (sur la base d'hypothèses non valides) d'utiliser la réfraction terrestre pour améliorer la connaissance de la réfraction astronomique [71] (ce qui déclenchera une controverse avec Biot jusqu'en 1855) ; et d'autres auront plus tard l'idée inverse — voir le paragraphe 14 de [72] dans ce numéro spécial. Les réfractions astronomique et terrestre, que nous avons séparées pour la commodité de notre étude, ont naturellement de profondes racines communes, et ne diffèrent surtout que sur des plans techniques et sur les applications pratiques.

Conflit d'intérêt

L'auteur n'a aucun conflit d'intérêt à déclarer.

Remerciements

L'auteur exprime ses vifs remerciements au Dr. Andrew T. Young pour de très nombreux échanges scientifiques depuis l'an 2000, et de très fructueuses discussions sur cet article en particulier. Il le remercie aussi pour son autorisation de réutiliser certaines de ses figures, ainsi que Pekka Parviainen, Thierry Tragin, Olivier Buridant, Mathieu Vincent qui ont donné la permission de reproduire certaines de leurs photographies, et Grégoire Bost pour son aide à la retouche de deux schémas.

Références

- [1] J. D. Everett, « On the optics of mirage », *Philos. Mag.* **45** (1873), p. 161-172.
- [2] W.-E. Schiele, « Zur Theorie der Luftspiegelungen, insbesondere des elliptischen Falles », *Veröff. Geophys. Inst. Univ. Leipzig* **7** (1935), p. 101-188.
- [3] L. Dettwiller, « Propriétés remarquables de la réfraction astronomique dans une atmosphère à symétrie sphérique », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 63-102.
- [4] W. Hillers, « Theoretische und experimentelle Beiträge zur Aufklärung des dreifachen Bildes einer Luftspiegelung », *Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften* **20** (1914), p. 1-55.
- [5] J. D. Everett, « On mirage », *Nature* **11** (1874), p. 49-52 et 69-71.
- [6] J. D. Gergonne, « Du mouvement de la lumière dans un milieu transparent, dont la densité varie, dans tous les sens, suivant une loi mathématique quelconque », *Ann. Math. Pures Appl.* **19** (1829), p. 257-285.
- [7] J. D. Gergonne, « Essai analytique sur le phénomène du mirage », *Ann. Math. Pures Appl.* **20** (1829), p. 1-31.

- [8] L. Dettwiller, « La discussion par Kummer d'une quadrature sur la réfraction astronomique : commentaire historique », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 503-525.
- [9] L. Dettwiller, « Les développements de Lambert : commentaire historique », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 453-465.
- [10] J. M. Pernter, F. M. Exner, *Meteorologische Optik*, 2^e éd., Braumüller, Leipzig, 1922.
- [11] W. J. Humphreys, *Physics of the Air*, 3^e éd., McGraw-Hill, New York, 1940.
- [12] Société de recherche sur le mirage du lac Biwa, « Mirage supérieur survenu le 22 février 2001 (photo partiellement mise à jour le 9 mars 2001) », http://www.biwa.ne.jp/~t-ban/010222_sinkirou.htm [page en japonais] (consulté le 20 décembre 2022).
- [13] J.-B. de Chabert, *Voyage fait par ordre du Roi en 1750 et 1751 ...*, Suite des Mémoires de l'Académie des Sciences, Imprimerie Royale, Paris, 1753.
- [14] G. Le Gentil, « Extrait d'un mémoire sur des observations astronomiques faites sur les réfractions, en 1786, 1787 et 1788 », *Mém. Acad. R. Sci. année 1789* (1793), p. 224-236.
- [15] S. van der Werf, « Novaya Zemlya effect and Fata Morgana. Raytracing in a spherically non-symmetric atmosphere », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 365-389.
- [16] J.-B. Delambre, *Histoire de l'Astronomie au Dix-Huitième Siècle*, Bachelier, Paris, 1827.
- [17] A. Bravais, « Notice sur le mirage », *Annuaire Météorologique de la France pour 1852* **4** (1853), p. 227-280.
- [18] W. Kelly, « On the temperature, fogs and mirages of the river St. Lawrence », *Trans. Lit. Hist. Soc. Quebec* **3** (1832), p. 1-45.
- [19] W. H. Wollaston, « On double Images caused by atmospherical refraction », *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **90** (1800), p. 239-254.
- [20] J.-B. Biot, *Recherches sur les réfractions extraordinaires qui ont lieu près de l'horizon*, Garnery, Paris, 1810.
- [21] A. T. Young, « Inferior mirages: an improved model », *Appl. Opt.* **54** (2015), p. B170-B176.
- [22] J. Picard, *Voyage d'Uranibourg ou observations astronomiques faites en Dannemarck*, Imprimerie Royale, Paris, 1680.
- [23] R. J. Boscovich, C. Maire, *De Litteraria Expeditione per Pontificiam Ditionem ...*, Typographio Palladis, Rome, 1755.
- [24] R. Woltmann, « Beobachtungen über die Brechung der Lichtstrahlen, die nahe über der Erdoberfläche hinfahren », *Gilb. Ann. Phys.* **3** (1800), p. 397-438.
- [25] C. Dufour, « De l'altération des images par reflexion sur la surface des eaux », *Bull. Soc. Vaud. Sci. Nat.* **13** (1874), p. 303-309.
- [26] W. H. Wollaston, « Observations on the quantity of horizontal refraction; with a Method of measuring the Dip at Sea », *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **93** (1803), p. 1-11.
- [27] S. Y. van der Werf, « Noninverted images in inferior mirages », *Appl. Opt.* **50** (2011), p. F12-F15.
- [28] L. Dettwiller, « Properties of optical ducts, their chromatism and its effects on astronomical refraction », 2022, *preprint*, <https://arxiv.org/abs/2204.02605>.
- [29] A. Wegener, « Elementare theorie der atmosphärischen Spiegelungen », *Ann. Phys.* **57** (1918), p. 203-230.
- [30] S. Vince, « Observations upon an unusual horizontal refraction of the air; with remarks on the variation to which the lower parts of the atmosphere are sometimes subject », *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **89** (1799), p. 13-23.
- [31] W. Scoresby, *Journal of a Voyage to the Northern Whale-Fishery*, Constable, Edinburgh, 1823.
- [32] B. B. Balsley, R. G. Frehlich, M. L. Jensen, Y. Meillier, A. Muschinski, « Extreme gradients in the nocturnal boundary layer: structure, evolution, and potential causes », *J. Atmos. Sci.* **60** (2003), p. 2496-2508.
- [33] R. L. Ives, « Meteorological conditions accompanying mirages in the Salt Lake desert », *J. Franklin Inst.* **245** (1948), p. 457-473.
- [34] W. H. Lehn, I. Schroeder, « The Norse merman as an optical phenomenon », *Nature* **289** (1981), p. 362-366.
- [35] W. H. Lehn, I. I. Schroeder, « The *hafstramb* and *margygr* of the *King's Mirror*: an analysis », *Polar Record* **40** (2004), p. 121-134.
- [36] W. Scoresby, *An Account of the Arctic Regions With a History and Description of the Northern Whale-Fishery*, vol. I, Constable, Edinburgh, 1820.
- [37] W. H. Lehn, W. K. Silvester, D. M. Fraser, « Mirages with gravity waves », *Appl. Opt.* **33** (1994), p. 4639-4643.
- [38] A. T. Young, G. W. Kattawar, P. Parviainen, « Sunset science. I. The Mock mirage », *Appl. Opt.* **36** (1997), p. 2689-2700.
- [39] W. Kelly, « On some extraordinary forms of mirage », *Nautical Mag. (London)* **8** (1839), p. 394-399.
- [40] F.-A. Forel, *Le Léman — Monographie limnologique*, t. 2, F. Rouge, Lausanne, 1895.
- [41] A. Kircher, *Ars Magna Lucis et Umbrae*, Sumptibus Hermanni Scheus ex typographia Ludovici Grignani, Rome, 1646.
- [42] A. Minasi, *Dissertazioni sopra diversi fatti meno ovvi della storia naturale*, Benedetto Francesi, Rome, 1773.
- [43] A. T. Young, E. Frappa, « Mirages at Lake Geneva : the Fata Morgana », *Appl. Opt.* **56** (2017), p. G59-G68.
- [44] P.-A. Bonnelance, « Les réfractions anormales », *L'Astronomie* **43** (1929), p. 489-501.
- [45] F.-A. Forel, « La Fata-Morgana », *C. R. Acad. Sci.* **153** (1911), p. 1054-1056.
- [46] M. Politi, *Cronica della nobil' e fedelissima città di Reggio*, Appresso Pietro Brea, Messine, 1617.
- [47] H. L. Sawatzky, W. H. Lehn, « The Arctic mirage and the early north Atlantic », *Science* **192** (1976), p. 1300-1305.
- [48] W. H. Lehn, I. I. Schroeder, « *Hafgerdingar*: a mystery from the *King's Mirror* explained », *Polar Record* **39** (2003), p. 211-217.

- [49] S. van der Werf, « Hafgerdingar and giant waves », *Appl. Opt.* **56** (2017), p. G51-G58.
- [50] W. Latham, « Account of a singular instance of atmospherical Refraction. In a Letter from William Latham, Esq. F.R.S. and A.S. to the Rev. Henry Whitfield, D.D. F.R.S. and A.S. », *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **88** (1798), p. 357-360.
- [51] K. H. Milne, R. Duff, « Abnormal refraction, Mediterranean sea », *Mar. Observer* **57** (1987), p. 112.
- [52] J.-L. Soret, « Sur divers phénomènes de mirage », *Arch. Sci. Phys. Nat.* **20** (1888), p. 302-304.
- [53] « Mirage on the Gulf of Finland, May 1st, 1919 », *Met. Mag.* **56** (1921), p. 40.
- [54] W. H. Lehn, « Atmospheric refraction and lake monsters », *Science* **205** (1979), p. 183-185.
- [55] R. L. Ives, « Recurrent mirages at Puerto Peñasco, Sonora », *J. Franklin Inst.* **252** (1951), p. 285-295.
- [56] L. Dettwiller, « Panorama historique de l'étude de la réfraction astronomique : une histoire méconnue entre optique, mathématiques et géodésie », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 13-62.
- [57] L. Dettwiller, « L'invariant de Bouguer et ses conséquences : commentaire historique », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 415-452.
- [58] L. Dettwiller, « Some theorems on "arctic mirages": *hillingar* effect and superior mirages », *J. Opt. Soc. Am. A* **36** (2019), p. 1997-2004.
- [59] G. F. Wright, W. Upham, *Greenland Icefields and Life in the North Atlantic*, D. Appleton, New York, 1896.
- [60] W. H. Lehn, « Skerrylike mirages and the discovery of Greenland », *Appl. Opt.* **39** (2000), p. 3612-3619.
- [61] A. T. Young, « Did Monge really explain inferior mirages? », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 467-481.
- [62] W. H. Lehn, « Inversion of superior mirage data to compute temperature profiles », *J. Opt. Soc. Am. A* **73** (1983), p. 1622-1625.
- [63] W. H. Lehn, J. S. Morrish, « A three-parameter inferior mirage model for optical sensing of surface layer temperatures profiles », *IEEE Trans. GE-24* (1986), p. 940-946.
- [64] W. G. Rees, C. M. Roach, C. H. F. Glover, « Inversion of atmospheric refraction data », *J. Opt. Soc. Am. A* **8** (1991), p. 330-338.
- [65] P. D. Sozou, « Inversion of mirage data: an optimization approach », *J. Opt. Soc. Am. A* **11** (1994), p. 125-134.
- [66] W. G. Rees, « Mirage with linear images diagram », *J. Opt. Soc. Am. A* **7** (1990), p. 1351-1354.
- [67] M. E. Tschudin, « Refraction near the horizon — An empirical approach. Part 2: variability of astronomical refraction at low positive altitude (LPAAR) », *Observatory* **139** (2019), p. 29-68.
- [68] P. Bouguer, *De la Méthode d'Observer Exactlyment sur Mer la Hauteur des Astres*, Claude Jombert, Paris, 1729.
- [69] J. H. Lambert, *Les propriétés remarquables de la route de la lumière*, H. Scheurleer F. Z. & Compagnie, La Haye, 1758.
- [70] J. Ivory, « On the astronomical refractions », *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* **113** (1823), p. 409-495.
- [71] H. Faye, « Note sur les réfractions astronomiques », *C. R. Acad. Sci.* **39** (1854), p. 381-389.
- [72] A. T. Young, « Relations among atmospheric structure, refraction, and extinction », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 179-212.