



INSTITUT DE FRANCE  
Académie des sciences

# *Comptes Rendus*

---

## *Physique*

Luc Dettwiller

**La photométrie des éclipses de Lune, vue par František Link : commentaire historique**

Volume 23, Special Issue S1 (2022), p. 537-555


Published online: 2 February 2023

Issue date: 27 October 2023

<https://doi.org/10.5802/crphys.120>

**Part of Special Issue:** Astronomie, atmosphères et réfraction

**Guest editors:** Pierre Léna (Professeur émérite, Observatoire de Paris et Université Paris Cité, membre de l'Académie des sciences) and Luc Dettwiller (Université Jean Monnet Saint-Etienne, CNRS, Institut d'Optique Graduate School, Laboratoire Hubert Curien UMR 5516, F-42023, SAINT-ETIENNE, France)

 This article is licensed under the  
CREATIVE COMMONS ATTRIBUTION 4.0 INTERNATIONAL LICENSE.  
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



*Les Comptes Rendus. Physique sont membres du  
Centre Mersenne pour l'édition scientifique ouverte*

[www.centre-mersenne.org](http://www.centre-mersenne.org)

e-ISSN : 1878-1535



---

Astronomy, Atmospheres and Refraction / *Astronomie, atmosphères et réfraction*

# La photométrie des éclipses de Lune, vue par František Link : commentaire historique

*Photometry of lunar eclipses, as analyzed by František Link : an historical commentary*

Luc Dettwiller<sup>® a</sup>

<sup>a</sup> Univ Lyon, UJM-Saint-Étienne, CNRS, Institut d'Optique Graduate School,  
Laboratoire Hubert Curien UMR 5516, F-42023, Saint-Étienne, France  
Courriel: [dettwiller.luc@gmail.com](mailto:dettwiller.luc@gmail.com)

**Résumé.** Dans un article de 1933, Link (1906–1984) montre comment calculer (en tenant compte de la réfraction et l'extinction de la lumière dans l'atmosphère terrestre, ainsi que de l'assombrissement centre-bord du disque solaire), l'éclairement du disque lunaire lors d'une éclipse totale. Il en déduit des propriétés de la couche d'ozone stratosphérique. Cet article illustre la façon dont les recherches de Hausdorff concernant la haute atmosphère, basées sur l'étude de la réfraction et de la photométrie, ont pu être prolongées dans la première moitié du xx<sup>e</sup> siècle, avant de disposer des techniques spatiales.

**Abstract.** In a 1933 article, Link (1906–1984) shows how to calculate the lunar disc irradiance during a total eclipse, by taking in account the refraction and extinction of light in the Earth's atmosphere, as well as the limb darkening of the Sun. Hence, he deduces some properties of the terrestrial ozone layer. This article illustrates how Hausdorff's research on the upper atmosphere, based on the study of refraction and photometry, was extended during the first half of the 20th century, before space research emerged.

*Published online: 2 February 2023, Issue date: 27 October 2023*

## 1. Introduction

František Link (1906–1984), astronome tchèque ayant suivi à l'université Masaryk — devenue depuis 1960 l'université Purkyně — de sa ville natale (Brno) des études de mathématiques, de géodésie et d'astronomie jusqu'à son doctorat (en 1930), eut son premier contact avec l'astronomie française par un séjour à l'observatoire du Pic du Midi en 1927–1928; il y étudia la vase atmosphérique (i.e. le voile blanchâtre culminant à 1 800 m d'altitude car il est dû aux noyaux de condensation que sont les gros ions formés en présence de poussières neutres, donc en dessous de 1 800 m), il mesura l'extinction de la lumière qu'elle provoque [1], il précisa l'hypothèse d'une

couche absorbante supplémentaire clairement formulée en 1923 par Bauer et Danjon (qui prolongeaient les investigations photométriques de Müller datant des années 1890) [1], et il caractérisa la couche d'ozone. Dans la suite de sa carrière très productive (environ 300 articles), Link travaillera beaucoup sur des sujets de photométrie : dès 1934 (donc bien avant l'exploration directe par les techniques spatiales), à partir de mesures de brillance (i.e. de luminance) du ciel au zénith faites dans les Tatras à 2 300 m d'altitude, il saura déduire le profil de masse volumique de l'atmosphère, et montrer que la température de l'ionosphère approche les  $10^3$  K vers 150 km d'altitude [2]; trois années auparavant, il était déjà l'un des pionniers de l'étude de la haute atmosphère terrestre par le biais de la photométrie des éclipses totales de Lune, où la réfraction joue un rôle central (comme l'avait déjà suggéré Kepler en 1604 [3]) — voir son article [4] que nous présentons. Par ces travaux, il fera œuvre de géophysicien, obtenant ainsi les premiers sondages en ozone, en aérosols et en poussières météoritiques de la stratosphère; cette technique fera école. Le lien conceptuel entre la photométrie des éclipses de Lune et la réfraction astronomique terrestre (voir le paragraphe 3) le poussera à étudier le phénomène de lentille gravitationnelle [5], 43 ans avant sa première observation (par Walsh en 1979), et un an avant la prévision de Fritz Zwicky qui annonçait l'effet optique des galaxies [6].

Au cours des années 1930, Link s'investit aussi avec succès dans la vulgarisation de la physique et de l'astronomie. Il sera en outre le créateur de « l'astronomie historique » — ses analyses de documents anciens le conduiront à proposer l'existence de cycles solaires d'environ 80 et 400 ans [7], mais actuellement on considère plutôt qu'il existe un cycle de 150–200 ans, dit de Suess-de Vries [8], en plus du cycle de Schwabe de 11,2 ans (en moyenne) et de celui de Gleissberg de 80–90 ans [9].

En 1936, il introduisit l'astrophysique dans les cours de l'Université Charles de Prague. En 1942, il entra à l'Observatoire de Ondřejov en Bohême. En 1947, il créa le *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*, publié aussi en tchèque; ce journal fusionnera en 1992 avec la revue européenne *Astronomy and Astrophysics*. Link développa alors l'astronomie du système solaire; par exemple, dès 1948, il quantifia la luminescence de la Lune [10] (*a priori* due à l'irradiation par les rayonnements solaires de courte longueur d'onde, ou au vent solaire) grâce à une méthode utilisable en dehors des éclipses lunaires : la mesure de la profondeur relative des raies de Fraunhofer, moins forte dans la lumière lunaire que dans la lumière solaire. Il a observé des luminescences lunaires corrélées aux éjections de matière coronale solaire (donc ce serait de la luminescence surtout due aux protons solaires, ou bien — selon Vassy — le vent solaire créerait dans la haute atmosphère terrestre des centres diffusants qui éclaireraient la Lune [11]); d'ailleurs au Pic du Midi, dans les années 1950, Roberts a étudié 24 000 points de la surface lunaire par une méthode photoélectrique, et a montré que la moitié d'entre eux avait une luminosité variable avec des temps caractéristiques de quelques secondes à quelques heures. Link s'interrogera aussi sur une éventuelle luminescence des satellites de Jupiter [12]. Il devint directeur de son observatoire (à Ondřejov), à partir de 1948; en 1951, il y lança une étude des relations entre l'activité solaire (il a fait installer une coupole dédiée au Soleil) et la haute atmosphère (60–130 km d'altitude), grâce au suivi des météores par triangulation, et ses avancées furent internationalement reconnues. Mais il quitta son poste en 1952; alors il se concentra sur ses études de la haute atmosphère par les éclipses lunaires, dont il perfectionna la théorie ainsi que l'observation. Il devint le chef du département de la haute atmosphère à l'Institut d'Astronomie de l'Académie des sciences tchécoslovaque, dont il fut élu correspondant [13]. Depuis son passage au Pic du Midi en 1927–1928, puis à l'Observatoire de Lyon, Link collabora étroitement avec Bernard Lyot et plus généralement avec la France, qui était devenue dès 1927 son second pays, où il émigra volontairement et définitivement en 1969 — suite à l'invasion de la Tchécoslovaquie par les troupes du pacte de Varsovie écrasant le Printemps de Prague en 1968. Il vécut exilé quinze ans jusqu'à son décès à Paris; naturalisé français vers 1971, il changea son prénom en François, et devint Di-



**FIGURE 1.** Mosaïque montrant l'ombre de la Terre, et la Lune lors de la phase de totalité de l'éclipse du 3 mars 2007 (vue depuis le Pic du Midi). La teinte rouge-orangé n'est pas uniforme, ni l'éclairement normal (appelé aussi « irradiance » et désignant le flux lumineux arrivant par unité de surface sous incidence normale) sur la Lune assimilée à un disque; il décroît alors en fonction de la distance au bord de l'ombre (voir le paragraphe 3), rendant la phase de totalité encore plus fascinante : la sensation de voir une boule (éclairée par le haut sur cette image) contraste avec l'impression de platitude donnée par la pleine Lune ordinaire. © Photo : Patrick Muller

recteur de recherches à l'Institut d'Astrophysique de Paris. Cette dernière période de sa vie fut d'une intense productivité scientifique — il ne prit jamais de retraite. Son livre de synthèse [14] de ses travaux sur les éclipses de Lune [15–24] (voir la Figure 1) et autres corps a été publié chez Springer l'année de son exil, mais après son émigration il conserva ce thème de recherches, auquel il apporta des contributions uniques et originales, et qui restera sa passion jusqu'à la fin de ses jours [25–29], [30, chapitre 3].

Nous présentons ici un de ses articles séminaux qui utilise le plus la réfraction astronomique : celui de 1933 (qui reprend sa thèse) sur la « Théorie photométrique des éclipses de Lune » [4]; il est disponible sur NASA/ADS :

[https://ui.adsabs.harvard.edu/link\\_gateway/1932BuAst...8...77L/ADS\\_PDF](https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/1932BuAst...8...77L/ADS_PDF)

et sur Gallica :

<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k65443654/f89.item#>

Il est résumé dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* la même année [15]. En guise d'avant-propos, rappelons que si on néglige la diffraction et l'effet de l'atmosphère terrestre, le sommet V du cône d'ombre de la Terre est à  $1,4 \times 10^6$  km de son centre T, donc la Lune pourrait être complètement dans l'ombre; mais si on tient compte de la déflexion de  $70'$  par l'atmosphère (le double de la réfraction horizontale pour un observateur au sol, donc la déviation totale d'un rayon lumineux rasant la surface de la Terre), alors  $TV \cong 0,26 \times 10^6$  km, donc la Lune ne peut jamais rencontrer ce cône d'ombre raccourci par la réfraction — mais bien sûr les rayons lumineux qui rasant le sol sont très éteints, et dans la pratique on en tient compte en augmentant le rayon terrestre d'environ 70 km (ce dont La Hire avait déjà compris la nécessité en 1702 [31]), mais cela reste débattu [32]. Ainsi les cogitations de Link et ses suiveurs [33–35]

(qui s'intéressent aussi à la colorimétrie, et peuvent éventuellement utiliser des logiciels de tracé de rayons) sont-elles fondamentales pour rendre compte de l'éclairement de n'importe quel point du disque lunaire lors d'une éclipse totale; l'analyse de son travail permet de voir comment fonctionne l'étude mathématique de l'éclairement lunaire lors d'une telle éclipse — cette étude devant prendre en compte à la fois la réfraction et l'extinction. On voit aussi à l'œuvre une ultime voie pour déterminer des caractéristiques de la haute atmosphère terrestre, grâce à la réfraction et l'extinction : l'observation de leur effet sur la Lune éclipsée — et non pas de leurs variations avec la distance zénithale, comme Hausdorff l'espérait en vain (voir le paragraphe 7 de notre « panorama historique [...] » [36] dans ce numéro spécial). Bien sûr, les méthodes utilisées par Link sont maintenant dépassées par celles offertes par la technologie spatiale.

THÉORIE PHOTOMÉTRIQUE DES ÉCLIPSES DE LUNE. 77

## THÉORIE PHOTOMÉTRIQUE DES ÉCLIPSES DE LUNE,

Par M. F. LINK.

**SOMMAIRE.** — Exposé d'une théorie permettant de calculer les densités optiques de l'ombre projetée sur la Lune à partir des densités de l'atmosphère.

La théorie tient compte de la répartition de brillance sur le disque solaire, néglige les variations de diamètre de celui-ci; l'aplatissement de la Terre et les variations saisonnières et locales de la structure de l'atmosphère qu'elle prend en son état moyen.

Les densités de l'atmosphère étant connues jusqu'à une certaine altitude, l'exploration théorique de l'ombre est limitée du centre au bord géométrique de celle-ci. Dans ces limites, le calcul peut donner une bonne approximation des densités optiques moyennes. Un Tableau calculé pour trois parallaxes différentes et trois régions spectrales donne les densités optiques de l'ombre dans chaque circonstance qui peut se présenter.

Confrontés avec les observations, les résultats ont permis de tirer quelques conclusions relatives à la haute atmosphère, sur la couche absorbante élevée et la couche d'ozone. Cette dernière serait plus basse que l'indiquait au début les observations; son niveau inférieur serait voisin de 20<sup>km</sup>. L'existence d'une couche absorbante élevée est confirmée, ses caractéristiques sont en bon accord avec celles trouvées antérieurement.

A la fin, quelques conditions imposées par la théorie aux observateurs sont discutées, notamment le choix des écrans et des régions de l'ombre à observer.

[4, p. 77] Source : NASA / ADS

## 2. Résumé et commentaires

Ce gros article de synthèse introduit son propos en annonçant l'apport escompté de l'étude photométrique des éclipses lunaires à diverses questions plus géophysiques qu'astronomiques, comme l'étude de la couche d'ozone, et celle de l'absorption ionosphérique. Il s'intéresse aussi à la loi de Danjon [37] : la clarté d'une éclipse totale de Lune et la vivacité de sa couleur

orangée seraient corrélées à l'activité solaire et suivraient son cycle de 11 ans, avec une chute brutale de clarté de l'éclipse environ deux ans après le minimum solaire — mais il y a des exceptions liées à l'activité volcanique [38,39]. Link montrera en 1974 [40] la difficulté d'expliquer quantitativement cette loi par des caractéristiques de l'atmosphère terrestre qui seraient pilotées par l'activité solaire (Danjon invoquait l'absorption, puis Vassy la diffusion par une couche d'aérosols [11]), mais il l'explique en envisageant une luminescence du sol lunaire : celle-ci serait accrue quand l'âge du cycle avance, compte tenu de la baisse de la latitude héliographique moyenne des plages actives (taches solaires et facules, auxquelles nos connaissances présentes ajoutent les trous coronaux [41]) au cours du cycle undécennal (cette latitude étant minimale à l'approche du minimum solaire — loi « des zones », ou loi de Spörer [42]); ainsi Link expliquera de même les variations saisonnières de clarté des éclipses [30, chapitre 3] par les variations d'exposition de la Terre au vent solaire (dont les trous coronaux sont des émetteurs importants). Cependant, des tests sur les échantillons de roches lunaires ramenés par les missions Apollo montrent que leur luminescence est insuffisante pour rendre compte de la loi de Danjon, qui reste inexpliquée [39, 40].

Il y a une dizaine d'années, Danjon a trouvé une relation entre l'éclairement de la Lune éclipsée et l'activité solaire [6]. Ses conclusions furent combattues par Maunder [7] et Fisher [8]. En réalité, à la base de la discussion, il manquait une théorie permettant de préciser l'importance de couches atmosphériques qui interviennent dans l'éclairement d'une région déterminée de l'ombre.

D'autre part, la découverte de l'ozone dans la haute atmosphère, par Fabry et Buisson [9], a déclenché une longue série de travaux. La couche d'ozone a été étudiée par plusieurs méthodes optiques électriques et acoustiques. Les éclipses de Lune n'ont pas encore apporté leur part à cette intéressante question.

[4, p. 78] Source : NASA / ADS

Dans la première partie suivant l'introduction, Link expose la méthode de calcul de l'éclairement lunaire dû au disque solaire, dont il tient compte de l'assombrissement centre-bord — entrevu par Bouguer dès le milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle, puis par Arago en 1839, confirmé par Fizeau et Foucault en 1845, et caractérisé par un coefficient  $k$  variable avec la longueur d'onde. Il mène ce calcul selon les lois de la photométrie classique, donc dans le cadre de l'optique géométrique (ce qui avait été initié par Dionis du Séjour dès 1786, mais était tombé dans l'oubli [30, chapitre 3]) : la diffraction de la lumière solaire par la Terre est négligée, mais pas sa réfraction dans l'atmosphère terrestre (voir la Figure 2) ni son extinction. Il obtient une formule indiquant, en fonction de  $k$ , le résultat de l'intégrale approximative donnant l'éclairement lunaire  $E$  en l'absence de toute éclipse; dans le cas d'une éclipse, il écrit l'intégrale de l'éclairement  $e$  qu'il estimera numériquement, et qui varie beaucoup avec la longueur d'onde, contrairement à  $E$  [30, chapitre 3].

Dans sa deuxième partie, il aborde la réfraction et l'extinction (par l'atmosphère) dont la théorie est nécessaire pour préciser l'intégrande de  $e$ . Ces deux grandeurs sont elles-mêmes écrites sous forme d'intégrales approchées classiques, mais dont les intégrandes divergent en une borne; Link estime numériquement ces intégrales, après un changement de variable qui rend les intégrandes non-divergents — Biot avait suivi la même démarche, avec un changement de variable différent (voir le paragraphe 7 de notre article sur les « propriétés remarquables de la



**FIGURE 2.** Vues de la Terre prises par l'orbiteur lunaire Kaguya (de l'agence japonaise JAXA) vers la fin de la phase de totalité de l'éclipse de Lune du 9 février 2009 — le bas de l'auréole terrestre est caché par la Lune, car la fin de l'éclipse s'est produite pendant un lever de Terre pour Kaguya. Une étude théorique de la forme de l'image solaire vue de la Lune se trouve résumée dans [14, p. 47–49]. © Photo : JAXA

réfraction [...] » [43] et le sous-paragraphe 3.1 de notre commentaire sur « le théorème de Biot [...] » [44], dans ce numéro spécial).

Muni de ses résultats théoriques, Link consacre une troisième partie d'abord aux calculs numériques déduits de sa théorie; il les commente ainsi :

On voit qu'au bord de l'ombre géométrique la troposphère intervient très peu. Son influence se fait sentir lorsqu'on s'approche du centre, de sorte qu'à partir de 30' du centre les nuages supérieurs peuvent causer des perturbations appréciables. C'est pour cela que nous avons fixé la limite inférieure de nos calculs à 20' du centre. Comme limite supérieure, on peut pousser le calcul jusqu'au bord de l'ombre géométrique avec une assez bonne approximation. Dans ces limites, la seule chose à redouter sont les variations saisonnières et locales dans la stratosphère. Leurs influences échappent à nos calculs.

[4, p. 95] Source : NASA / ADS

Puis il compare ses calculs avec les mesures prises lors des éclipses de 1921 et 1931. Il constate que les mesures (avec un photomètre différentiel à œil de chat [14], [45, article VIII], ou plus tard avec un photomètre différentiel photographique de sa fabrication [14, 16], à défaut des photomètres industriels actuels [46]) donnent une densité d'ombre systématiquement plus grande (de quelques dixièmes) que la densité calculée, ce qui est cohérent avec son travail de 1929 [1]. Il impute certaines caractéristiques de ce décalage à l'ozone stratosphérique, dont il calcule l'épaisseur de sa couche (ramenée dans les conditions normales de température et de pression); il trouve que dans celle-ci la longueur d'un rayon horizontal au sol est :

8<sup>m</sup>, 2 en moyenne. La quantité d'ozone traversée au zénith étant égale à 3<sup>mm</sup> en moyenne, on trouve l'absorption des rayons horizontaux 27 fois plus grande. Si l'ozone était concentré en une couche mince et homogène, son altitude serait 18<sup>km</sup>. Ce chiffre n'est pas loin de 20<sup>km</sup> trouvés plus haut.

[4, p. 99] Source : NASA / ADS

Cette méthode d'étude de la couche d'ozone sera reprise et affinée par d'autres [47]; certains y trouveront aussi un lien avec l'élargissement de l'ombre de la Terre [48].

Ses observations le conduisent aussi à réviser les parts relatives de l'absorption et de la diffusion dans le phénomène d'extinction de la lumière se propageant dans l'air :

Les observations, d'autre part, conduisent à diminuer de 12 pour 100 le coefficient d'absorption dans le bleu, ce qui revient à augmenter le nombre de centres diffusants qui serait

3,02.10<sup>19</sup> par centimètre cube au lieu de 2,70.10<sup>19</sup> par centimètre cube.

Les expériences de laboratoire sur la diffusion de la lumière par les gaz ont conduit au résultat presque identique [48].

[4, p. 98] Source : NASA / ADS

Quant aux variations de clarté d'une éclipse de Lune à l'autre, il affine le diagnostic sur leurs causes :

Nous avons trouvé que les parties centrales de l'ombre sont influencées par l'état de la troposphère à tel point que toutes les variations constatées à des distances inférieures à 30' du centre sont en grande partie, sinon en totalité, explicables par les troubles dans celle-ci. Si, par exemple, en comparant plusieurs éclipses, nous trouvons une éclipse très sombre pendant toute la totalité, il faut bien admettre que les conditions atmosphériques défavorables ont eu lieu sur une très grande étendue de la surface terrestre. Cette condition diminue un peu la probabilité de la localisation des troubles dans la troposphère. La cause pourrait être aussi dans la stratosphère. Mais, si nous trouvons des variations dans les parties marginales de l'ombre, la cause est sûrement dans la stratosphère.

[4, p. 100] Source : NASA / ADS

Une analyse récente, basée sur les rapports indiquant les couleurs de 36 éclipses totales échelonnées entre 1665 et 1800, a permis de montrer que, sur cette période, la stratosphère était relativement claire presque tout le temps; d'ailleurs, il n'y a quasiment pas eu d'éruption volcanique envoyant des poussières jusqu'à la stratosphère, contrairement à ce qui s'est produit aux XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles [49].

### 3. Présentation illustrée du calcul de l'éclairement lunaire

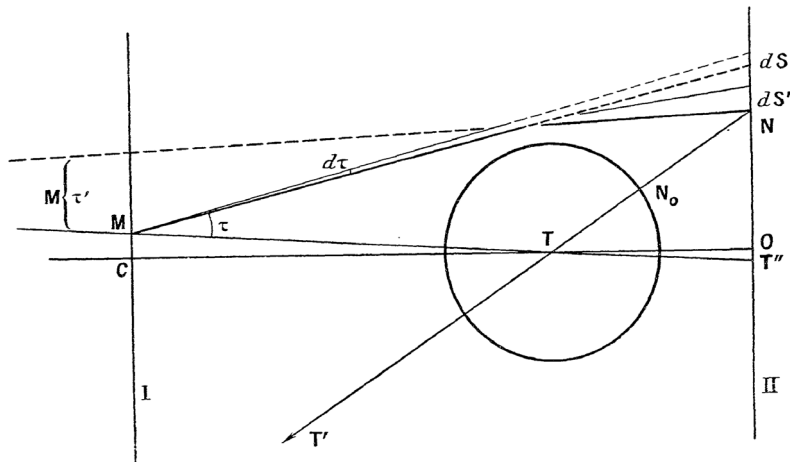
Link commence par mettre en place les bases du calcul de l'éclairement du disque lunaire, assimilé à une surface plane recevant la lumière en incidence quasi normale.

#### II. — THÉORIE GÉNÉRALE DE L'ÉCLIPSE.

2. **Principe des calculs.** — Soient I le plan du Soleil (*voir* la figure 1) dont le centre se trouve en C, II le plan de la Lune, et T le centre de la Terre. Considérons les rayons lumineux issus d'un élément lumineux en M et frappant le plan II en N : l'atmosphère agit d'une certaine manière sur la direction et l'intensité de ces rayons, et cette action restè constante pour tous les éléments situés sur la circonférence ayant le centre en T' et le rayon T'M. Nous négligeons ici la faible inclinaison des rayons sous laquelle ils frappent le plan I. En toute rigueur, la courbe est une ellipse très peu différente du cercle.

Une partie de cette circonférence couvre le disque solaire que nous prenons plan, et c'est ce segment de l'anneau élémentaire qui contribuera à l'éclairement du point N pendant l'éclipse. L'éclairement total sera la somme de ces éclairagements élémentaires, la sommation étant étendue sur tout le disque solaire. L'éclairement ainsi obtenu, comparé à celui qui se serait produit en dehors de

Fig. 1.



l'éclipse en l'absence de la Terre, nous donne, par son logarithme décimal, la densité de l'ombre, telle quelle est mesurable pendant les éclipses.

Correspondance des notations

TABLE 1. Notations (le symbole := indique une définition)

Notations de Link [3]	Notations de Dettwiller [36, 43] dans ce numéro de <i>C. R. Phys.</i>	Indications [et unités usuelles]
Altitude $h_0$	Élévation $E := r_S - r_0$ du sommet S d'un rayon lumineux (R) allant du Soleil à la Lune	Grandeur associée à S [km]
$h - h_0$	Altitude $z$	Grandeur associée aux points courants d'abscisse curviligne $s$ sur (R) [km]
$\omega$	$2\chi_{Sh}$	Angle de réfraction totale pour (R) — sa moitié $\chi_{Sh}$ étant la « réfraction horizontale » [rad, °, ', '' ]
$a$	Rayon terrestre $r_0$	[km]
$\eta$ ou $n$	$\mu$	Masse volumique de l'air [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
Densité $\rho$	$\mu/\mu_0$ où $\mu_0$ est la valeur de $\mu$ à 0 °C et 1 atm	Rapport de la masse volumique de l'air à sa valeur normale
$\rho_0$	$\mu_S/\mu_0$	Densité au sommet S du rayon
$\mu$	$n$	Indice de réfraction de l'air
$c$	$C\mu_0$	Réfractivité de l'air à 0 °C et 1 atm
$M := \int_{(R)} \rho ds$	$2Q_{Sh}/\mu_0$	« Masse d'air » absolue sur tout le rayon (R) [km], selon Link

Puis Link présente le premier effet de l'atmosphère terrestre sur l'éclairement du disque lunaire : un affaiblissement dû à la divergence locale des rayons qu'elle amplifie par réfraction différentielle, qui est quasiment achromatique.

**3. Affaiblissement par la réfraction.** — Considérons un flux élémentaire issu de M et contenu entre les deux cônes infiniment voisins  $\tau$  et  $\tau + d\tau$ . Ce flux en absence de l'atmosphère terrestre frapperait le plan II en  $dS$ . En réalité, il le frappe en  $dS'$ . Le rapport de ces deux anneaux élémentaires donne le rapport des éclaircissements pendant et après l'éclipse et nous l'appellerons l'*affaiblissement par la réfraction*.

Les rayons issus de M sous l'angle  $\tau$  couperont l'axe MT après la réfraction sous l'angle  $\tau'$ . On a, parce que les angles sont petits,

$$TM = L, \quad \tau = \frac{a + h'_0}{L}, \quad \tau' = \frac{a + h'_0}{L'}, \quad \tau' = \tau - \omega, \quad TM' = L',$$

où  $\omega$  est le double de la réfraction horizontale à l'altitude  $h_0$  (voir la figure 2).

D'autre part, posons :

$$\widehat{MTT'} = \widehat{NTT''} = r, \quad l = TT'',$$

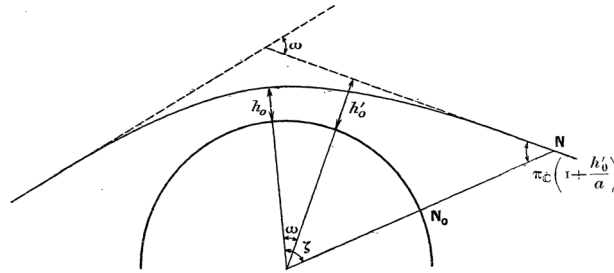
$$r = \frac{NT''}{e}, \quad NT'' = (L' + l)\tau,$$

nous avons, par suite.

$$(1) \quad r = \frac{L'+l}{l} \tau' = (a+h'_0) \frac{L+l}{Ll} - \omega = (\pi_{\odot} + \pi_{\zeta}) \left(1 + \frac{h'_0}{a}\right) - \omega,$$

où  $\pi_{\odot}$ ,  $\pi_{\zeta}$  sont les parallaxes moyennes horizontales du Soleil et

Fig. 2.



de la Lune, moyennes voulant dire pour les latitudes moyennes et non pour l'équateur.

Pour les anneaux  $dS$  et  $dS'$ , on a

$$dS' = 2\pi l^2 r dr, \quad dS = 2\pi(L+l)^2 \tau d\tau,$$

$$dr = \left(\frac{L+l}{Ll} - \frac{d\omega}{dh'_0}\right) dh'_0, \quad d\tau = \frac{dh'_0}{L},$$

et l'affaiblissement

$$(2) \quad \frac{dS'}{dS} = s = \left[1 - \frac{\omega}{\pi_{\odot} + \pi_{\zeta}} \left(1 - \frac{h'_0}{a}\right)\right] \left[1 - a \frac{d\omega}{dh'_0} \frac{1}{\pi_{\odot} + \pi_{\zeta}}\right].$$

Nous utiliserons ce rapport sous la forme de son logarithme ou de sa densité en écrivant

$$(2') \quad d_1 = \log_{10} s.$$

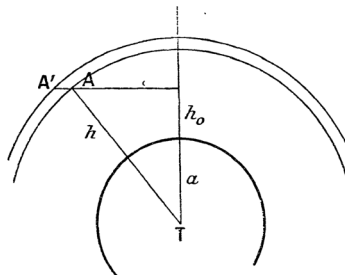
[4, p. 79–81] Source : NASA / ADS

N. B. : l'angle au centre noté  $\omega$  sur la Fig. 2 de Link ci-dessus est en fait sa moitié,  $\chi_{Sh}$ .

Link présente ensuite le second effet de l'atmosphère terrestre : l'absorption du flux solaire (mais en fait, plus généralement, son extinction, i.e. son affaiblissement dû à l'absorption aggravée par la diffusion affectant le faisceau transmis), qui engendre aussi une baisse de l'éclairement du disque lunaire; au facteur  $\mu_0$  près (la masse volumique normale de l'air), la masse dont Link parle est la « masse d'air » absolue sur le rayon lumineux (R), notée  $M$  par la suite (voir la Table 1, et le sous-paragraphe 7.4.1 de [43]) — elle est dite « absolue » au sens où elle n'est pas divisée par la grandeur correspondante pour un rayon de référence, usuellement vertical.

**6. Absorption dans une couche élevée.** — Considérons une couche absorbante élevée et cherchons la masse traversée par les

Fig. 3.



rayons horizontaux passant à l'altitude  $h_0$ . Si nous admettons que la densité de la couche est une fonction de l'altitude seulement  $n = f(h)$ . On trouve facilement (voir la figure 3)

$$\overline{AA'} = dG = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} f(h) \frac{1 + \frac{h}{\alpha}}{\sqrt{h - h_0}} dh,$$

d'où, en désignant par  $g_1$  et  $g_2$  les limites de la couche,

$$G = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \int_{g_1}^{g_2} \frac{1 + \frac{h}{\alpha}}{\sqrt{h - h_0}} f(h) dh.$$

La structure de la couche étant un élément inconnu, nous sommes obligés de poser, en première approximation,  $f(h) = \text{const.} = n_0$ , c'est-à-dire prendre une couche homogène. On obtient alors

$$(5) \quad G = n_0 \sqrt{2\alpha} [\sqrt{g_2 - h_0} - \sqrt{g_1 - h_0}].$$

Le trajet des rayons horizontaux augmente avec l'altitude jusqu'au niveau inférieur de la couche où il atteint sa valeur maximum. Il décroît ensuite et s'annule à l'altitude  $g_2$ . Dans nos calculs interviendra surtout le rapport de la masse traversée à une

84

F. LINK.

altitude quelconque à la masse  $G_0$  correspondant à  $h = 0$ . On trouve facilement

$$(6) \quad \frac{G}{G_0} = \frac{\sqrt{g_2 - h_0} - \sqrt{g_1 - h_0}}{\sqrt{g_2} - \sqrt{g_1}}.$$

En appelant  $g$  sans indice l'altitude de la limite inférieure de la couche et  $\Delta$  son épaisseur, on a

$$(6') \quad \frac{G}{G_0} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\Delta - h_0}{g}} - \sqrt{1 - \frac{h_0}{g}}}{\sqrt{1 + \frac{\Delta}{g_0}} - 1}.$$

Tant qu'on peut négliger les puissances supérieures de  $\frac{\Delta}{g}$ , on peut écrire

$$(7) \quad \frac{G}{G_0} = 1 + \frac{1}{2} \frac{h_0}{g} + \frac{1}{8} \frac{\Delta}{g} \left( \frac{h_0}{g} - \frac{1}{2} \frac{\Delta}{g} \right) \dots$$

Le rapport reste donc sensiblement constant et égal à l'unité tant que l'altitude  $h_0$  est faible par rapport à l'altitude de la limite inférieure.

Pour une couche infiniment mince, on trouve

$$(7') \quad \frac{G}{G_0} = 1 + \frac{1}{2} \frac{h_0}{g} + \frac{3}{8} \left( \frac{h_0}{g} \right)^2 + \dots$$

Le rapport croît plus vite pour une couche mince que pour une couche épaisse. D'ailleurs le rapport est infini au niveau de la

couche infiniment mince et atteint le maximum fini au niveau inférieur de la couche épaisse :

$$\frac{G_{\max}}{G_0} = \frac{2}{\sqrt{\frac{\Delta}{g}}} \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{\Delta}{g} \right).$$

**7. Variation de la brillance sur le disque solaire.** — Supposons qu'on regarde le plan I du centre de la Terre (voir la figure 4). Le centre du Soleil se trouvant en C la distance CT' correspond à l'angle  $\gamma = \widehat{NTO}$  (voir la figure 1).

L'intensité lumineuse d'un élément de la surface solaire sera

$$di = f(R)r dr dz,$$

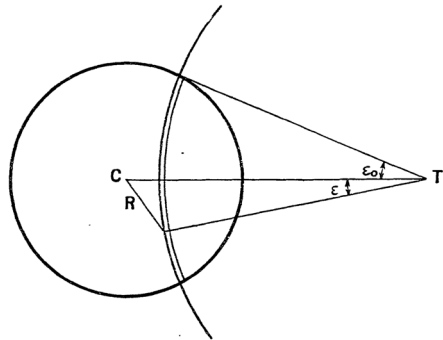
THÉORIE PHOTOMÉTRIQUE DES ÉCLIPSES DE LUNE. 85

où  $f(R)$  est la fonction qui donne la répartition de la brillance sur le disque solaire. D'après les mesures d'Abbot [15], cette fonction est de la forme

$$(8) \quad f(R) = 1 - k + \frac{k}{R_{\odot}} \sqrt{R_{\odot} - R^2} = 1 - k + \frac{k}{R_{\odot}} \sqrt{2r\gamma} \sqrt{\cos \varepsilon - \cos \varepsilon_0}.$$

La constante  $k$  dépend de la longueur d'onde. Nous nous occu-

Fig. 4.



perons plus loin de sa détermination. Nous avons alors, en considérant la moitié du disque seulement,

$$\begin{aligned} de &= \int \int (1 - k)r dr dz + \frac{kr}{R_{\odot}} \sqrt{2r\gamma} \sqrt{\cos \varepsilon - \cos \varepsilon_0} dz dr \\ &= \int \left[ (1 - k)\varepsilon_0 + \frac{k}{R_{\odot}} \sqrt{2r\gamma} \mathcal{J}_m \right] r dr, \end{aligned}$$

où

$$(9) \quad \mathcal{J}_m = \int_0^{\varepsilon_0} \sqrt{\cos \varepsilon - \cos \varepsilon_0} d\varepsilon = \frac{\pi m \sqrt{2}}{8} \left( 1 + \frac{m}{3^2} + \frac{3m^2}{10 \cdot 2^4} + \dots \right),$$

$$m = 4 \sin^2 \frac{\varepsilon_0}{2} = \frac{(R_{\odot} + \gamma - r)(R_{\odot} + r - \gamma)}{r\gamma}.$$

L'expression

$$(10) \quad i = (1 - k)\varphi_0 r + \frac{kr}{R_{\odot}} \sqrt{2r\gamma} \mathcal{J}_m = P - kQ$$

avec

$$P = \varphi_0 r \quad \text{et} \quad Q = P - \frac{r}{R_\odot} \sqrt{2r\gamma} \mathcal{J}_m$$

86

F. LINK.

nous donne l'intensité lumineuse d'anneau élémentaire découpé sur le Soleil par le rayon  $r$  dont le centre est à  $\gamma$  du centre du Soleil (Tableau I).

8. Calcul de la densité de l'ombre. — L'éclairement en N sera

$$(11) \quad e = \int_{\gamma - R_\odot}^{\gamma + R_\odot} 10^{-d} i \, dr,$$

où  $d = d_1 + d_2$  est la densité de l'ombre auxiliaire à  $r$  du centre.

Le rayon  $r$  est défini par la formule (1).

En l'absence de la Terre, on aurait

$$E = \int_{\gamma - R_\odot}^{\gamma + R_\odot} i \, dr = \pi \int_0^{R_\odot} \left( 1 - k + \frac{k}{R_\odot} \sqrt{R_\odot^2 - R^2} \right) R \, dR = \frac{\pi R_\odot^2}{2} \left( 1 - \frac{k}{3} \right).$$

Le logarithme du rapport  $\frac{e}{E}$  donne la densité de l'ombre en N,

$$(12) \quad D = -\log_{10} \frac{e}{E}.$$

Quant à la détermination de l'intégrale (11), on procède par l'intégration numérique.

9. Masses d'air moyennes. — Le calcul de l'intégrale suppose connu le coefficient d'absorption atmosphérique. Or nous ne connaissons que sa valeur approchée. Pour éviter de nombreux tâtonnements, on peut établir une relation différentielle qui permet aisément de corriger ces faibles écarts. En différentiant l'intégrale par rapport à  $d = d_1 + AM$ , on trouve

$$\frac{de}{dA} = 2,30 \int 10^{-d} i \, dr M,$$

et, d'autre part,

$$\frac{dD}{de} = 0,43 \frac{1}{e},$$

on a

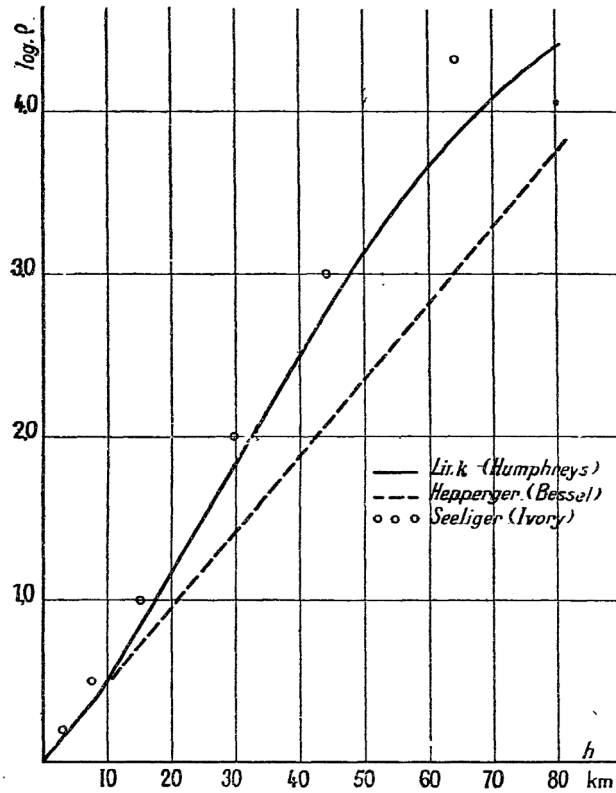
$$(13) \quad \frac{dD}{dA} = M_0 = \frac{\int 10^{-d} i \, dr M}{\int 10^{-d} i \, dr}.$$

[4, p. 83-86] Source : NASA / ADS

N. B. :  $d := d_1 + d_2 = d_1 + AM$  où  $A$  désigne le coefficient d'extinction linéique spécifique.

On voit donc, à la fin du paragraphe 8 de Link, qu'il doit recourir à une intégration numérique afin d'obtenir l'éclairement  $e$  du disque lunaire totalement éclipsé. Pour cela, il a besoin de connaître les valeurs de  $\rho(h)$  — voir la Fig. 6 ci-dessous extraite de l'article de Link, où il faut remplacer  $\log \rho$  par  $\log \rho^{-1}$ .

Fig. 6.



[4, p. 90] Source : NASA / ADS

Mais Link a besoin, pour exprimer la densité  $D$  de l'ombre, de préciser  $M$  et  $a(d\omega/dh'_0) = (d\omega/dh_0)a(dh_0/dh'_0)$ . Pour cela, il part de formules approximatives classiques, qui découlent directement des expressions (79) et (81) de [43], en mettant le point  $S$  de [43] au sommet du rayon lumineux considéré; avec les notations de Link (dont la signification est explicitée dans la Table 1)

$$\omega \cong 2 \frac{c}{\sqrt{2}} \int_0^{\rho_0} Z^{-1} d\rho \quad \text{où } Z := \sqrt{\frac{h-h_0}{a} - c(\rho_0 - \rho)} \quad (1)$$

$$M \cong 2 \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{h_0}^{\infty} Z^{-1} \rho dh. \quad (2)$$

Notons que ces deux intégrales (1) et (2) sont impropres, ce qui rend délicate leur évaluation numérique.

### Changement de variable pour le calcul numérique de $\omega$ et $M$ par la méthode de Simpson

En corrigeant quelques coquilles dans l'article [4] et en conservant les notations de Link, on a

$$\omega = c\sqrt{2} \int_{\infty}^0 Z^{-1} \frac{d\rho}{dh} dh = c\sqrt{2} \int_0^{\infty} Z^{-1} \beta \rho dh \quad (3)$$

où  $\beta := d(\ln(1/\rho))/dh$  est ln 10 fois la pente du graphe ci-dessus (Fig. 6 de Link); dans la relation (3) nous avons mis = au lieu de  $\cong$  car nous n'avons pas introduit de nouvelle approximation en plus de celle indiquée au début de ce paragraphe 3. Or

$$2Z \frac{dZ}{dh} = \frac{d}{dh} Z^2 = \frac{1}{a} + c \frac{d\rho}{dh} = \frac{1 - ac\beta\rho}{a}, \tag{4}$$

donc

$$\omega = c\sqrt{8} \int_0^\infty K dZ \quad \text{où } K := \frac{a\beta\rho}{1 - ac\beta\rho} \tag{5}$$

( $K$  tend vers 0 quand  $Z$  tend vers l'infini, et ne diverge pas en  $Z = 0$  — voir la Fig. 7 ci-dessous).

Avec la même technique, on écrit

$$M = \sqrt{2} \int_{h_0}^\infty Z^{-1} \rho dh = \sqrt{2} \int_0^\infty 2 \frac{a\rho}{1 - ac\beta\rho} dZ = \sqrt{8} \int_0^\infty L dZ \quad \text{où } L := K/\beta. \tag{6}$$

Notons que dans le cas d'une atmosphère à profil exponentiel,  $\beta$  est uniforme (i.e. indépendant de  $h$  — voir la courbe correspondant à Hepperger-Bessel sur la Fig. 6 de Link); malgré les approximations classiques adoptées implicitement par Link, la comparaison des résultats (5) et (6) fait retrouver ce que donne, pour un astre vu sur l'horizon astronomique, le théorème de réfraction-extinction de Laplace — voir le sous-paragraphe 7.4 de [43].

Afin d'estimer  $\omega$  et  $M$  pour  $h_0 = 14$  km, Link calcule  $K$ ,  $L$  et  $Z$  aux altitudes (en kilomètres) 14, 20, 25, 30 et 40 (cette altitude maximale correspond à  $Z \cong 0,08$  et donnera une précision suffisante); puis il interpole afin d'avoir des valeurs correspondant à des  $Z$  équidistants, il trace  $K$  et  $L$  en fonction de  $Z$ , et estime numériquement l'aire correspondante par la méthode de Simpson (comme Biot un siècle auparavant) — voir ci-dessous la Fig. 7 de Link [4].

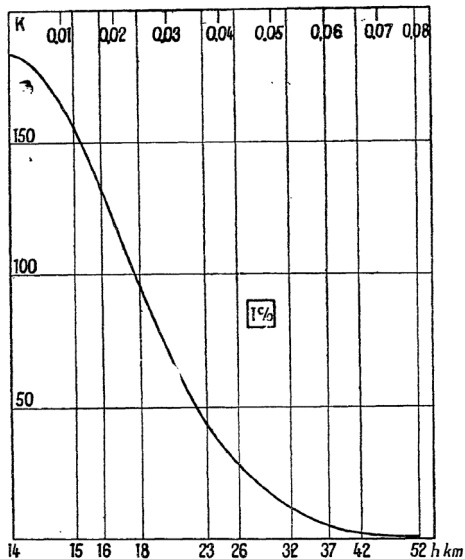


Fig. 7. — Courbe dont la surface représente la réfraction horizontale à 1/4 km d'altitude.

[4, p. 91] Source : NASA / ADS

N. B. : ce graphe montre, pour  $h_0 = 14$  km, la grandeur  $K$  sans dimension (comme  $c$ ), sous-entendu donnée en fonction de  $Z$  (sans dimension aussi) qui est mis en abscisse avec une échelle linéaire, alors que les valeurs numériques indiquées en abscisse sont celles de  $h$  dont l'échelle n'est alors pas linéaire ici, vu la définition de  $Z$  selon Link — recopiée dans nos expressions (1).

Son paragraphe 7 est consacré à l'effet de l'assombrissement centre-bord du disque solaire, assimilé aussi à une surface plane. Dans le calcul montré sur ses pages 83–86 (cf. supra), où il utilise son expression (8) qu'il considère « comme une bonne approximation qui, grâce à sa forme, simplifie beaucoup les calculs » [4, p. 94], Link néglige la courbure du rayon lumineux et fait des approximations liées à  $h \ll a$  et  $h_0 \ll a$ , comme  $2a + h + h_0 \cong 2(a + h)$ , etc. La série de sa relation (9) s'obtient en posant

$$\sin \frac{\varepsilon}{2} := \left( \sin \frac{\varepsilon_0}{2} \right) \sin u := \frac{\sqrt{m}}{2} \sin u \quad (7)$$

et en écrivant

$$\sqrt{\cos \varepsilon - \cos \varepsilon_0} = \sqrt{2 \left( \sin^2 \frac{\varepsilon_0}{2} - \sin^2 \frac{\varepsilon}{2} \right)} = \sqrt{\frac{m}{2} (1 - \sin^2 u)} = \sqrt{\frac{m}{2}} \cos u \quad (8)$$

puis

$$\begin{aligned} \int_0^{\varepsilon_0} \sqrt{\cos \varepsilon - \cos \varepsilon_0} d\varepsilon &= \sqrt{\frac{m}{2}} 2 \left( \sin \frac{\varepsilon_0}{2} \right) \int_0^{\pi/2} \frac{\cos u}{\cos(\varepsilon/2)} \cos u du \\ &= \frac{m\sqrt{2}}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 u}{\sqrt{1 - \frac{m}{4} \sin^2 u}} du \end{aligned} \quad (9)$$

et en utilisant alors le développement binomial de  $(1 - (m/4) \sin^2 u)^{-1/2}$ , ce qui permet de ramener l'intégrale ci-dessus à une série faisant intervenir des intégrales de Wallis [50, p. 3166b] (technique classique utilisée aussi pour exprimer rigoureusement la période d'un pendule d'amplitude  $\varepsilon_0$ ). Tous calculs faits, on obtient

$$\int_0^{\varepsilon_0} \sqrt{\cos \varepsilon - \cos \varepsilon_0} d\varepsilon = \pi \frac{m\sqrt{2}}{8} \sum_{p=0}^{\infty} \left[ \frac{(2p-1)!!}{2^p p!} \right]^2 \frac{(m/4)^p}{p+1} \quad (10)$$

où  $N!$  et  $N!!$  sont classiquement définis par récurrence :  $0! := 1 := 0!! := (-1)!!$  et

$$N! := N \times (N-1)! \quad \text{et} \quad N!! := N \times (N-2)!! \quad \forall N \in \mathbb{N}^*.$$

Cela redonne bien les premiers termes indiqués par Link dans son expression (9). Notons que dans les expressions de  $di$ ,  $de$  et leurs intégrales (ainsi que  $E$ ) aux paragraphes 7–8 de Link [4], il manque le facteur multiplicatif qui est la brillance du centre du disque solaire.

### *Calcul numérique de la densité de l'ombre*

Afin de calculer la densité  $D$  de l'ombre, Link exprime transitoirement  $d\omega/dh_0$ . Pour cela, il préfère intégrer (5) par parties au préalable, ce qui lui permet de partir de

$$\omega = c\sqrt{8} \int_0^{K_0} Z dK \quad (11)$$

où  $K_0$  désigne la valeur de  $K$  à l'altitude  $h_0$ . Alors, en appliquant à cette expression le théorème de dérivation sous le signe somme (directement car  $Z(K_0) dK_0/dh_0$  est nul), et en procédant ensuite au changement de la variable  $K$  en  $h$  puis enfin en  $Z$  dans le résultat, il vient, tous calculs faits :

$$\frac{d\omega}{dh_0} = c\sqrt{8} \left( \frac{1}{a} - c\rho_0\beta_0 \right) \int_0^{\infty} H dZ \quad (12)$$

où  $\beta_0$  désigne la valeur de  $\beta$  à l'altitude  $h_0$ , et

$$H := \left( \frac{d\beta}{dh} - \beta^2 \right) \frac{L^3}{a\rho^2}. \quad (13)$$

Mais pour obtenir  $D$ , on a besoin de  $a(d\omega/dh'_0) = (d\omega/dh_0)a(dh_0/dh'_0)$ . Link trouve  $dh_0/dh'_0$  en adoptant la loi empirique de Gladstone-Dale [51] (suivant l'avis de Bemporad et Puiseux [52, p. 16–17] — voir l'introduction du paragraphe 6 de [36]), en écrivant l'équation de Bouguer (voir le paragraphe 4.2 de [43])

$$a + h'_0 = (1 + c\rho_0)(a + h_0) \tag{14}$$

et en la dérivant en tant que fonction de  $h_0$ , ce qui donne

$$\frac{dh'_0}{dh_0} = (1 + c\rho_0) - (a + h_0)c\rho_0\beta_0 ; \tag{15}$$

on en déduit finalement

$$a \frac{d\omega}{dh'_0} = c\sqrt{8} \frac{1 - ac\rho_0\beta_0}{1 - ac\rho_0\beta_0 + (1 - h_0\beta_0)c\rho_0} \int_0^\infty H dZ \cong c\sqrt{8} \int_0^\infty H dZ \tag{16}$$

qui dépend de  $h_0$  même avec l'approximation finale (la fonction  $Z \mapsto H(Z)$  étant paramétrée par  $h_0$  vu la définition de  $Z$ ), et que Link estime numériquement par la même méthode que  $\omega$  et  $M$ .

Muni de ces résultats, Link peut estimer, d'après les mesures d'Abbot pour les longueurs d'onde de 0,46  $\mu\text{m}$ , 0,54  $\mu\text{m}$  et 0,62  $\mu\text{m}$ , la valeur du coefficient d'assombrissement  $k$  introduit par son expression (8) : respectivement 0,73, 0,62 et 0,54. Puis, pour une longueur d'onde, il peut calculer la courbe photométrique de l'éclipse, i.e. le graphe de la densité de l'ombre (en ordonnée avec un axe orienté vers le bas) en fonction de la distance au centre de celle-ci — voir la courbe en trait d'axe sur la Fig. 2 de Link ci-dessous obtenue pour l'éclipse du 8 janvier 1936 [16], où on constate l'excès de densité mesurée dans l'ombre (cf. notre résumé au paragraphe 2), et où la partie droite (celle qui correspond à la pénombre) varie très peu avec la longueur d'onde [30, chapitre 3].

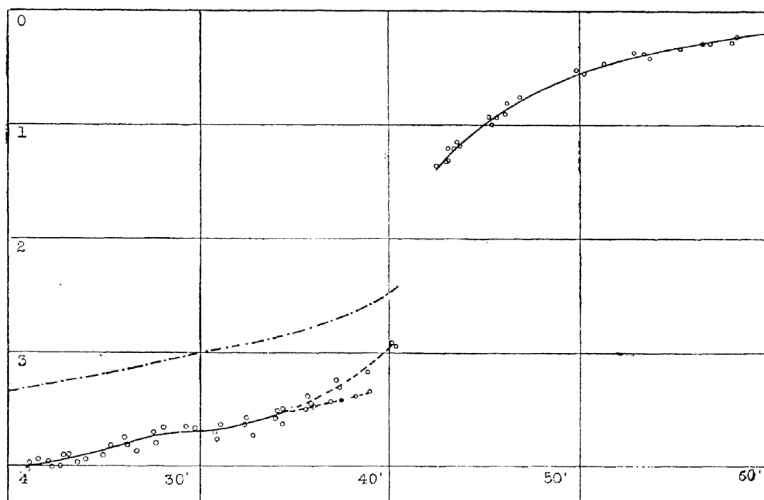


Fig. 2

Courbe de densité de l'ombre pour  $\lambda = 0,58$ . En pointillé la courbe calculée.

[16, p. 131] Source : NASA / ADS. D. R.

Les courbes passant entre les points de mesure du 8 janvier 1936 montrent l'ajustement proposé; la courbe en trait d'axe correspond au calcul analytique de  $D$  (en ordonnée), et « le décalage entre la courbe observée et la courbe calculée [pour  $\lambda = 0,58 \mu\text{m}$ ] est en grande partie dû à l'absorption de l'ozone. » Les tracés sont incomplets car « le temps était peu favorable aux observations »; on sait que dans la partie manquante, la variation de  $D$  avec la position angulaire est rapide mais pas discontinue.

Des études plus récentes confirment et précisent ces courbes photométriques, en utilisant l'outillage informatique — qui bien sûr n'existait pas à l'époque où Link écrivait ses articles [4] et [16]. La simulation numérique [34] montre qu'avec une Terre complètement recouverte d'un océan surmonté d'une atmosphère sans aérosols et sans ozone, la Lune éclipsée est rouge (à cause de la diffusion Rayleigh jointe à la réfraction) et l'irradiance au centre de l'ombre se trouve réduite d'un facteur 2400 par rapport à sa valeur hors éclipse; l'absorption dans les bandes de Chapuis (vers 600 nm) par l'ozone stratosphérique rend le bord interne de l'ombre bleu pâle ou turquoise, ce que confirme l'observation photographique de l'éclipse du 21 février 2008 [35]; la distribution usuelle d'aérosols, de nuages et de montagnes au limbe terrestre diminue encore l'irradiance de 2 ordres de grandeur dans l'ombre [34], et son asymétrie peut décentrer de 17' la position du minimum d'irradiance [35].

### Conflit d'intérêt

L'auteur n'a aucun conflit d'intérêt à déclarer.

### Remerciements

L'auteur exprime sa reconnaissance au Dr. Serge Koutchmy pour de fructueuses discussions et sa mise à disposition des références [30, chapitre 3], [39]. Il remercie aussi la bibliothèque de l'Observatoire de Paris pour son autorisation de reproduction de nombreuses pages de [4]. Enfin, il exprime sa gratitude à Lilie Pons (secrétaire éditoriale – Centre Mersenne) pour son précieux travail technique améliorant la lisibilité des extraits de textes anciens.

### Références

- [1] F. Link, « L'absorption atmosphérique et quelques phénomènes connexes », *Bull. Obs. de Lyon* **11** (1929), p. 229-249.
- [2] F. Link, « Sondages de la haute atmosphère à l'aide des phénomènes crépusculaires », *J. des Observateurs* **17** (1934), p. 161-169.
- [3] J. Kepler, *Ad Vitellionem paralipomena, quibus Astronomiae pars optica traditur*, Claudium Marnium & Haeredes Ioannis Aubrii, Francfort, 1604.
- [4] F. Link, « Théorie photométrique des éclipses de Lune », *Bull. Astron.* **8** (1933), p. 77-108.
- [5] F. Link, « Sur les conséquences photométriques de la déviation d'Einstein », *C. R. Acad. Sci.* **202** (1936), p. 917-919.
- [6] F. Zwicky, « Nebulae as Gravitational Lenses », *Phys. Rev.* **51** (1937), p. 290.
- [7] F. Link, « Variations à longues périodes de l'activité solaire avant le 17<sup>ème</sup> siècle », *Bull. Astron. Inst. Czech.* **14** (1963), p. 226-230.
- [8] F. R. Stephenson, A. W. Wolfendale (éds.), *Secular Solar and Geomagnetic Variations in the Last 10,000 Years*, Springer, Dordrecht, 1988.
- [9] W. Gleissberg, « The eighty-year cycle in auroral frequency numbers », *J. Brit. Astr. Assoc.* **75** (1965), p. 227-231.
- [10] F. Link, « Variations lumineuses de la Lune », *Bull. Astron. Inst. Czech.* **2** (1951), p. 131-133.
- [11] E. Vassy, « Interpretation of Danjon's law », *J. Sci. Meteorol.* **8** (1956), p. 1-3.
- [12] F. Link, « Sur la possibilité de la luminescence des satellites de Jupiter », *Bull. Astron. Inst. Czech.* **14** (1963), p. 23.
- [13] A. Dollfus, « In Memoriam – Frantisek Link – 1906–1984 », *Acta Astronaut.* **13** (1986), p. 215-216.
- [14] F. Link, *Eclipse Phenomena in Astronomy*, Springer, New York, 1969.
- [15] F. Link, « Théorie photométrique des éclipses de Lune », *C. R. Acad. Sci.* **196** (1933), p. 251-253.
- [16] F. Link, « Photométrie photographique des éclipses de Lune », *J. des Observateurs* **19** (1936), p. 129-132.
- [17] F. Link, « Le rôle de l'ozone atmosphérique dans les éclipses de Lune », *Ann. Astrophys.* **9** (1946), p. 227-231.
- [18] F. Link, « Circonstances géographiques d'une éclipse de Lune », *Bull. Astron.* **13** (1947), p. 171-179.
- [19] F. Link, « Théorie photométrique de la pénombre pendant les éclipses de Lune », *Časopis pro pěstování matematiky a fyziky* **72** (1947), p. 65-78.
- [20] F. Link, « Sur la luminosité des éclipses de Lune », *Bull. Astron. Inst. Czech.* **2** (1950), p. 59.
- [21] F. Link, Z. Linková, « Agrandissement de l'ombre terrestre pendant les éclipses de Lune. I. Influences météoriques », *Bull. Astron. Inst. Czech.* **5** (1954), p. 82-83.

- [22] F. Link, « Densité de la pénombre pendant les éclipses de Lune », *Bull. Astron. Inst. Czech.* **9** (1958), p. 169-177.
- [23] F. Link, « Densité de l'ombre pendant les éclipses de Lune », *Bull. Astron. Inst. Czech.* **11** (1960), p. 13-22.
- [24] F. Link, « Lunar Eclipses », in *Physics and Astronomy of the Moon* (Z. Kopal, éd.), Academic Press, New York et Londres, 1962, p. 161-229.
- [25] J. Dubois, F. Link, « Analyse photométrique de la pénombre pendant les éclipses de Lune », *The Moon* **1** (1969), p. 85-105.
- [26] J. Dubois, F. Link, « Analyse photométrique de l'ombre intérieure pendant les éclipses de Lune », *The Moon* **2** (1971), p. 354-362.
- [27] F. Link, « Lunar Eclipses », in *Advances in Astronomy and Astrophysics* (Z. Kopal, éd.), vol. 9, Academic Press, New York et Londres, 1972, p. 66-148.
- [28] F. Link, « On the specular reflection from the Earth's atmosphere observed by Voskhod-2 cosmonauts and its possible implications for lunar eclipses », *The Moon* **11** (1974), p. 369-371.
- [29] J. Dubois, F. Link, « Analyse photométrique de l'éclipse de Lune du 11 septembre 1978 », *The Moon and the Planets* **23** (1980), p. 109-111.
- [30] F. Link, *La Lune*, 3<sup>e</sup> éd., P. U. F., Paris, 1981.
- [31] P. de la Hire, *Tabulae Astronomicae*, Joannem Boudot, Paris, 1702.
- [32] P. Marmet, C. Couture, « Enlargement of the earth's shadow on the moon: An optical illusion », 2009, <https://www.newtonphysics.on.ca/astronomy/index.html> (page consultée le 31 janvier 2022).
- [33] J. E. Hansen, S. Matsushima, « Light illuminance and color in the Earth's shadow », *J. Geophys. Res.* **71** (1966), p. 1073-1081.
- [34] M. Vollmer, S. D. Gedzelman, « Simulating irradiance during lunar eclipses: the spherically symmetric case », *Appl. Opt.* **47** (2008), p. H52-H61.
- [35] S. D. Gedzelman, M. Vollmer, « Simulating irradiance and color during lunar eclipses using satellite data », *Appl. Opt.* **47** (2008), p. H149-H156.
- [36] L. Dettwiller, « Panorama historique de l'étude de la réfraction astronomique : une histoire méconnue entre Optique, Mathématiques et Géodésie », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 13-62.
- [37] A. Danjon, « Sur une relation entre l'éclairement de la Lune éclipisée et l'activité solaire », *C. R. Acad. Sci.* **171** (1920), p. 1127-1129.
- [38] F. Link, « La loi de Danjon et les éruptions volcaniques », *The Moon* **11** (1974), p. 261-272.
- [39] D. W. Hughes, « Lunar eclipses and Danjon's law », *Nature* **253** (1975), p. 503.
- [40] F. Link, « Some remarks on Danjon's law », *The Moon* **11** (1974), p. 137-140.
- [41] J. D. Bohlin, N. R. Sheeley, « Extreme ultraviolet observations of coronal holes », *Sol. Phys.* **56** (1978), p. 125-151.
- [42] G. Spoerer, « Sur les différences que présentent l'hémisphère nord et l'hémisphère sud du soleil », *Bull. Astron. Serie I* **6** (1889), p. 60-63.
- [43] L. Dettwiller, « Propriétés remarquables de la réfraction astronomique dans une atmosphère à symétrie sphérique », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 63-102.
- [44] L. Dettwiller, « Le théorème de Biot et le changement de variable de Biot–Auer–Standish : commentaire historique », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 483-501.
- [45] A. Danjon, « Recherches de photométrie astronomique », *Ann. Obs. Strasbg.* **2** (1928), p. 1-185.
- [46] N. Hernitschek, E. Schmidt, M. Vollmer, « Lunar eclipse photometry: absolute luminance measurements and modeling », *Appl. Opt.* **47** (2008), p. H62-H71.
- [47] V. G. Fesenkov, « On the investigation of atmospheric ozone by photometry of lunar eclipses », *Soviet Astron.* **3** (1959), p. 554-562.
- [48] R. Penndorf, « Effects of the ozone shadow », *J. Atmos. Sci.* **5** (1948), p. 152-160.
- [49] R. B. Stothers, « Stratospheric transparency derived from total lunar eclipses colors, 1668–1800 », *Publ. Astron. Soc. Pac.* **116** (2004), p. 886-893.
- [50] E. W. Weisstein, *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*, 2<sup>e</sup> éd., Chapman & Hall/CRC Press, Boca Raton, 2003.
- [51] J. H. Gladstone, T. P. Dale, « Researches on the refraction, dispersion, and sensitiveness of liquids », *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.* **153** (1863), p. 317-343.
- [52] A. Bemporad, P. Puiseux, « Réfraction et extinction », in *Encyclopédie des Sciences Mathématiques Pures et Appliquées*, t. 7 – *Astronomie*, vol. 2, Gauthier-Villars, Paris, 1913, p. 14-67.