



INSTITUT DE FRANCE
Académie des sciences

Comptes Rendus

Physique

François Mignard

Images du Soleil et de la Lune, depuis le sol ou la Station spatiale internationale

Volume 23, Special Issue S1 (2022), p. 391-414


Published online: 8 March 2023

Issue date: 27 October 2023

<https://doi.org/10.5802/crphys.122>

Part of Special Issue: Astronomie, atmosphères et réfraction

Guest editors: Pierre Léna (Professeur émérite, Observatoire de Paris et Université Paris Cité, membre de l'Académie des sciences) and Luc Dettwiller (Université Jean Monnet Saint-Etienne, CNRS, Institut d'Optique Graduate School, Laboratoire Hubert Curien UMR 5516, F-42023, SAINT-ETIENNE, France)

 This article is licensed under the
CREATIVE COMMONS ATTRIBUTION 4.0 INTERNATIONAL LICENSE.
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Les Comptes Rendus. Physique sont membres du
Centre Mersenne pour l'édition scientifique ouverte
www.centre-mersenne.org
e-ISSN : 1878-1535



Astronomy, Atmospheres and Refraction / *Astronomie, atmosphères et réfraction*

Images du Soleil et de la Lune, depuis le sol ou la Station spatiale internationale

Imaging Sun and Moon near horizon, from ground or the International Space Station

François Mignard^{*,a}

^a Université Côte d'Azur, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS, Laboratoire Lagrange
Bd de l'Observatoire, CS 34229, 06304 Nice Cedex 4, France
Courriel : francois.mignard@oca.eu (F. Mignard)

Résumé. Étude sur deux exemples de la formation des images au voisinage de l'horizon dans le cas d'une atmosphère régulière. Cas du Soleil ou de la Lune au lever/coucher pour un observateur terrestre avec la relation quantitative entre la valeur de l'aplatissement et les conditions atmosphériques locales. Confrontation d'une observation plus complexe du coucher de la Lune à bord de la station spatiale (ISS), impliquant des déformations non symétriques. Approche analytique et numérique reproduisant les détails de cette observation et démontrant que l'échelle verticale de cette célèbre image est probablement inexacte.

Abstract. Study of the image formation near the optical horizon for a regular atmosphere. One investigates in detail the case of the Sun and Moon at rise and set and provides the relationship between the image flattening and the local physical conditions for a standard atmosphere. The second case deals with a more complex situation of a documented observation of the moonset observed on board of the space station (ISS) by astronauts, displaying large distortions in the image. An analytical and numerical approach allows us to account for the details of this observation. We show that the vertical scale of this famous image is likely wrong.

Mots-clés. réfraction, coucher de soleil, coucher de lune, ISS, tracé de rayon, optique atmosphérique.

Keywords. refraction, sunset, moonset, ISS, ray tracing, atmospheric optics.

Published online: 8 March 2023, Issue date: 27 October 2023

1. Introduction

Dans la vie courante on ne peut pas dire que la réfraction atmosphérique se manifeste de façon évidente dans les observations du quotidien. Elle est présente bien entendu, mais pas nécessairement visible. La raison n'est pas tant sa faiblesse, mais plutôt la faible variation de ses effets sur des étendues angulaires modérées, disons inférieures au degré. En effet ce qui est finalement perceptible à l'observateur ordinaire, ce n'est pas la grandeur de la réfraction elle-même, impossible

* Auteur correspondant.

à voir si elle est constante ou très peu variable, mais l'effet des variations rapides de cette grandeur sur de faibles étendues angulaires. Cela se manifeste par des distorsions, voire des multiplications d'images : des faits qui ne manquent pas d'attirer l'attention et de questionner. Plusieurs articles ou sections de cet ouvrage montrent que les explications de ces phénomènes requièrent des développements complexes, bien éloignés d'une compréhension immédiate et dont certains sont encore discutés.

Parmi les effets que chacun a pu noter, la forme ovalisée du Soleil à son lever ou coucher, appartient au domaine des connaissances communes, même si le passage de l'explication qualitative à l'évaluation quantitative implique déjà une modélisation avancée de la propagation de la lumière dans l'atmosphère. Mais c'est globalement un phénomène simple à décrire mathématiquement car on reste dans le domaine des déformations linéaires et un seul paramètre, le facteur d'aplatissement, est suffisant pour rendre compte de l'essentiel du phénomène. C'est donc une porte d'entrée parfaite pour aborder le sujet principal de ce chapitre qui concerne la modélisation d'une déformation similaire, observable lors du coucher de la Lune par un observateur situé en dehors de l'atmosphère terrestre, et plus particulièrement à bord de la Station spatiale à 400 km au-dessus du sol. C'est fondamentalement le même phénomène que pour notre Soleil couchant vu au bord de la mer. Mais dans ces conditions très spéciales, nous sortons de l'approximation linéaire et l'explication quantitative impose de calculer finement le trajet des rayons à travers toute l'atmosphère. On verra ici également que, si la réfraction elle-même reste faible, en gros deux fois ce qu'elle est au sol à l'horizon, sa variation sur quelques minutes d'arc est considérablement plus élevée (un facteur vingt) qu'au sol et rend parfaitement compte de ces images surréalistes d'une Lune lenticulaire et dont la forme par moment est bien éloignée d'un simple aplatissement symétrique. Pour bien insister sur cette différence entre l'observation au bord de mer et depuis la Station spatiale nous avons au sol 90 % de la réfraction maximale acquise entre 75° et 90° de distance zénithale, soit sur un intervalle de 15° , alors que, dans la Station, cela se produit sur une étendue de seulement $0,75^\circ$. C'est ici que se trouve la source des différences que nous allons discuter dans les pages qui suivent.

Le texte est très naturellement divisé en deux grandes sections, la section 2 couvrant le cas usuel du lever/coucher sur Terre, ensuite la section 3 abordant la vision tout à fait unique depuis la Station spatiale. Bien que le thème de la section 2 soit très classique et bien documenté, il permet d'introduire les notions utiles pour l'étude plus originale et plus complexe de la section 3.

2. Réfraction et lever/coucher des astres

2.1. Description qualitative

2.1.1. Instants des levers/couchers

La réfraction atmosphérique est responsable de plusieurs effets sur le lever/coucher des astres. Un est commun à l'ensemble des astres (Soleil, Lune, planètes, étoiles) et provient du relèvement du rayon lumineux qui joint l'astre à l'observateur, par comparaison à une propagation rectiligne de la lumière. La tangente au rayon lumineux au point de réception, prolongée en une droite euclidienne à travers l'espace ne passe pas par le centre de l'astre émetteur mais légèrement au-dessus, dans les conditions habituelles de la réfraction. L'effet astronomique est alors un retard du coucher ou un lever anticipé par rapport à ce que donnerait un calcul purement géométrique basé sur le mouvement des astres et sur la rotation de la Terre. L'effet angulaire est de l'ordre de $30\text{--}35'$ conduisant pour des latitudes moyennes à environ 3 à 4 minutes de temps sur les levers/couchers au niveau de la Mer, et une valeur plus importante en altitude en raison d'un effet encore plus grand de la réfraction auquel s'ajoute la dépression de l'horizon. Lorsque le Soleil est vu à l'horizon optique le Soleil géométrique dont le diamètre apparent ne dépasse pas

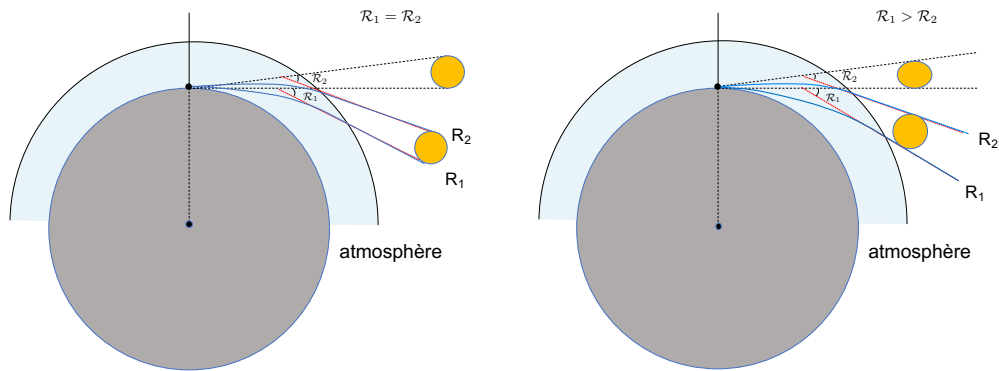


FIGURE 1. Réfraction des bords solaires au voisinage de l'horizon. À gauche, si la valeur de la réfraction était constante en fonction de la hauteur du Soleil, alors l'image du Soleil serait quasiment un disque, sans déformation, ni changement d'échelle. À droite, le cas habituel pour l'atmosphère terrestre, avec un accroissement de la réfraction (\mathcal{R}) vers l'horizon. Le bord inférieur est d'avantage relevé que le bord supérieur et l'image a la forme d'un disque aplati. C'est bien la *variation* de la réfraction avec la hauteur qui est essentiellement à l'origine de la déformation et non la *valeur* de la réfraction elle-même.

32' est totalement sous l'horizon. Le facteur principal de variabilité est la température, donc pour un lieu donné cela se traduit par un effet saisonnier, bien mis en évidence expérimentalement par exemple dans [1].

Les applications sur les tablettes ou téléphones donnant les instants du lever ou du coucher du Soleil et de la Lune prennent (en principe) cet effet en compte avec une valeur constante de la réfraction à l'horizon. Il en est de même dans les publications officielles calculées plusieurs mois à l'avance et qui ne peuvent connaître les détails météorologiques d'un lieu d'observation à une date particulière, plusieurs mois, voire plusieurs années, dans le futur. Dans le cas de conditions atmosphériques régulières jusqu'à l'horizon (comme sur la figure 1, avec une absence d'agitation sur le bord inférieur du Soleil), une connaissance de la température, de la pression et de l'humidité permet de prévoir les instants de lever/coucher avec une exactitude de quelques secondes de temps et de les confronter aux observations avec une précision comparable, comme on peut le voir dans [2, Sect. 5.4, Fig. 21]. Ce dernier point nécessite des précautions importantes, car plutôt que d'observer l'instant de la première (dernière) lumière du Soleil, il est préférable de reconstruire le déplacement du bord inférieur ou du bord supérieur lorsque le Soleil s'approche de l'horizon et d'extrapoler l'heure exacte du lever/coucher tel qu'il se produirait sans les irrégularités de la propagation dans les derniers mètres des couches les plus basses.

2.1.2. Forme de l'image solaire

Le second effet, celui concernant la forme apparente du Soleil ou de la Lune, est bien ce qui nous intéresse dans cet article. À l'instant du coucher du Soleil par exemple, défini par le contact du bord inférieur avec l'horizon de l'observateur, les bords supérieur et inférieur vrais sont sous l'horizon. L'image au travers de l'atmosphère calme (gradient de température régulier, presque constant sur les premières dizaines de mètres) montre un bord supérieur et un bord inférieur apparents, qui sont les images des bords vrais, c'est-à-dire les images du contour solaire relevées par la réfraction près de l'horizon. Si la valeur de la réfraction est la même aux deux

hauteurs correspondantes, alors les deux bords sont relevés d'une égale quantité et l'image du disque solaire est un disque non déformé (on néglige l'infime effet de la convergence des cercles verticaux), juste déplacé en hauteur, un fait que ne peut constater simplement l'observateur. Si, comme c'est le cas, la réfraction s'accroît lorsque l'on s'approche de l'horizon, le bord inférieur est davantage relevé que le bord supérieur, et l'axe vertical de l'image est plus petit que le diamètre solaire vrai. Le diamètre horizontal est relevé de manière uniforme et sa dimension angulaire est (pratiquement) inchangée. Ainsi l'image du disque circulaire du Soleil est une figure ovale, très voisine d'une ellipse, de grand axe horizontal égal (à très très peu près) au diamètre apparent du Soleil et de petit axe vertical compressé par rapport au disque.

Un long paragraphe pour dire bien peu de choses, mais essentiel pour montrer que la déformation visible provient de la *variation* de la réfraction entre le bord supérieur et le bord inférieur, et non de la *valeur* de cette réfraction. C'est un effet différentiel, comme les marées par exemple, et il fait intervenir la dérivée de l'effet principal. Comme pour les marées, l'intuition est souvent mise en défaut pour se représenter les conséquences visibles d'un effet différentiel. Il faut donc avancer avec précaution avant de conclure hâtivement, d'autant plus que des variations rapides de la réfraction sur une échelle comparable à la dimension du disque peuvent altérer fortement les images. Les deux cas décrits ci-dessus sont représentés de façon schématisée sur la figure 1, avec la réfraction constante à gauche et le cas de la réfraction normale (pas de mirages ou de distorsions complexes) à droite avec une réfraction croissante vers l'horizon : la déviation du rayon R_1 est plus importante que celle de R_2 .

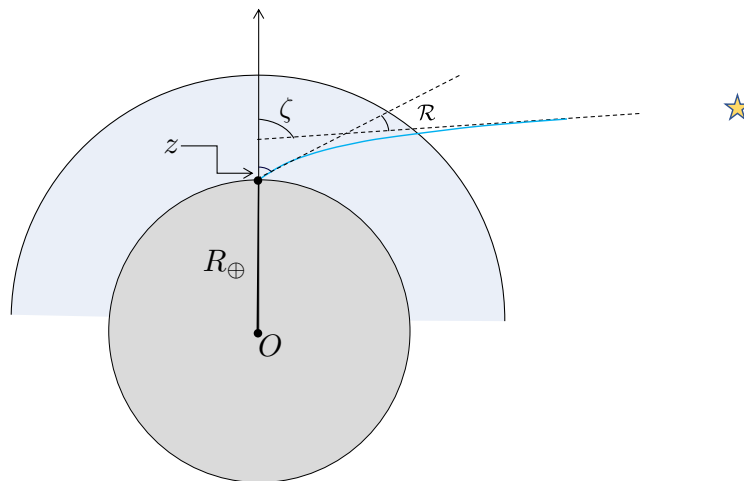


FIGURE 2. Notations relatives à la réfraction astronomique. La direction (angle z) de la tangente au rayon lumineux à l'observateur est qualifiée de *direction apparente* et la direction géométrique (angle ζ) de *direction vraie*. L'angle $\mathcal{R} = \zeta - z$ entre ces deux directions est la réfraction astronomique pour un astre à l'infini.

2.2. Modèle mathématique

2.2.1. Cadre géométrique et définitions

Soit un astre \mathcal{S} en dehors de l'atmosphère terrestre se trouvant pour un lieu donné à la distance zénithale vraie ζ , ou de façon équivalente à la hauteur vraie $\eta = \pi/2 - \zeta$. Lors du passage au

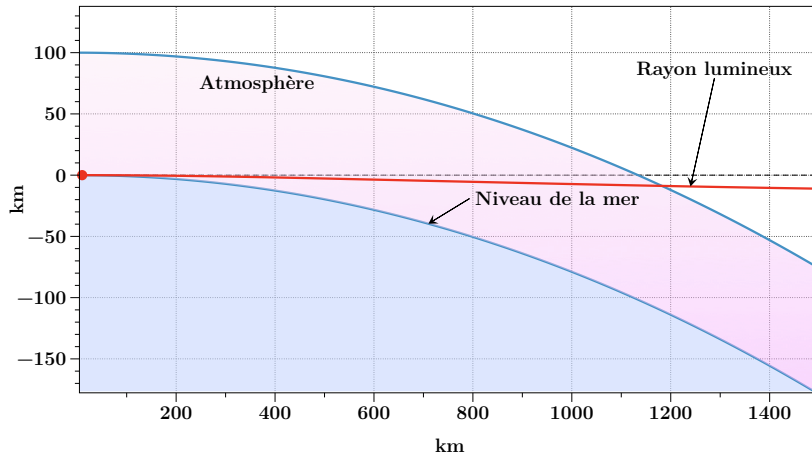


FIGURE 3. Réfraction horizontale au niveau de la mer. Le rayon lumineux se distingue difficilement d'une droite et dévie très lentement de la propagation rectiligne. La réfraction vaut $33'$. À noter : les deux échelles sur les axes sont différentes.

travers de l'atmosphère un rayon lumineux issu de \mathcal{S} ne se propage pas en ligne droite et, pour une atmosphère normale, est courbé vers la surface terrestre. Lorsqu'il atteint l'observateur, la tangente au rayon fait avec la verticale locale l'angle z qui est la distance zénithale apparente, celle qui serait mesurée par l'observateur. Il lui correspond la hauteur apparente $h = \pi/2 - z$. La différence entre les deux angles $\zeta - z = h - \eta$ est l'angle de réfraction \mathcal{R} , ou plus simplement la réfraction s'il n'y a pas d'ambiguïté¹. Ces notations sont explicitées sur la figure 2. La réfraction est la somme des déviations élémentaires le long du rayon lumineux et correspond géométriquement à l'angle entre la direction asymptotique en dehors de l'atmosphère et la direction apparente.

L'usage astronomique a toujours été de considérer l'expression ou les valeurs de la réfraction \mathcal{R} comme une fonction de la direction apparente, c'est-à-dire comme $\mathcal{R}(z)$ ou $\mathcal{R}(h)$, alors qu'un physicien l'envisagerait plutôt comme une diffusion et procéderait plutôt de l'extérieur vers l'intérieur, en faisant usage d'une direction d'incidence comme paramètre indépendant. D'ailleurs pour l'imagerie, l'expression en fonction de la direction vraie, $\mathcal{R}(\zeta)$, est souvent plus pratique comme on va le voir plus bas. La raison de ce choix est évidente pour un astronome : il observe une hauteur apparente et souhaite corriger son observation de la réfraction pour obtenir une grandeur géométrique, la seule qu'il puisse ensuite soumettre au calcul et relier à des paramètres moins dépendants de sa position, comme les coordonnées équatoriales d'une étoile. Le besoin inverse, c'est-à-dire calculer avec précision (c'est le mot important) une hauteur apparente n'existe pratiquement pas, et les estimations nécessaires pour pointer un instrument n'ont pas de grande exigence en précision. Enfin le calcul précis d'un rayon lumineux, et donc de la réfraction, s'effectue très naturellement en partant de l'observateur le long de la tangente au rayon et en appliquant les lois de l'optique atmosphérique jusqu'à l'extérieur de l'atmosphère. Donc la réfraction est mise plus naturellement sous forme de tables avec un pas régulier pour la direction apparente et non la direction vraie. Partir de l'extérieur ne permet pas d'atteindre aussi aisément une position particulière donnée à l'avance à la surface de la Terre, et donc d'avoir la distance zénithale vraie comme condition initiale du rayon lumineux. On se trouverait dans un problème à conditions aux limites plutôt qu'à conditions initiales, dont la résolution implique des itérations.

¹L'ensemble des notations, leurs définitions et les unités est rassemblé dans la table 3.

2.2.2. Forme de l'image solaire au coucher

Les conditions optiques au voisinage du coucher apparaissent sur la figure 3 pour un observateur au niveau de la mer avec le rayon principal arrivant dans le plan horizontal. Le rayon lumineux tracé en rouge a été calculé exactement et, à l'échelle de la figure, sa courbure n'est pas visible. Cependant, bien que tangent à la droite horizontale à l'origine, la déviation du rayon est bien visible et est d'environ 10 km sur 1 500 km, soit une déflexion moyenne de $23'$, alors que la réfraction horizontale est de $33'$. Pour retrouver cet angle sur la figure il ne faut pas prendre la déviation pendant 1 500 km, mais à partir du point d'intersection entre l'asymptote du rayon et la ligne horizontale, donc l'écart trouvé entre les deux angles n'est pas surprenant. Le rayon rasant traverse l'atmosphère sur 1 200 km, mais la réfraction n'est sensible que dans la troposphère (85 % de la réfraction horizontale, figure 4), soit moins de 10 km en altitude et donc une longueur effective de ≈ 400 km. Bien qu'étant pour l'observateur un rayon *horizontal*, il s'élève rapidement dans l'atmosphère parce que le sol de la sphère terrestre fuit sous sa trace.

Étudions maintenant la forme du contour apparent du Soleil lors d'un lever ou d'un coucher, c'est-à-dire lorsque $z \approx 90^\circ$, pour un observateur soit au niveau de la mer, soit à une altitude modérée ($\leq 1\,000$ m) pour que la dépression sous l'horizon reste plus petite qu'un degré. Entre la distance zénithale apparente (z) et la distance zénithale vraie (ζ) d'un point du contour solaire, nous avons la relation,

$$\zeta = z + \mathcal{R}(z) \quad (1)$$

qui est une expression explicite pour avoir la distance zénithale vraie et une équation non linéaire pour calculer la distance zénithale apparente.

Soit les deux points M, N d'un diamètre vertical du Soleil vrai, tels que $d\zeta = \zeta(M) - \zeta(N) \approx 0,53^\circ$ pour une distance moyenne du Soleil égale à l'unité astronomique (au) $\approx 149,7 \times 10^6$ km. Ici on a pris M pour le bord inférieur et N pour le bord supérieur. Que vaut alors le diamètre vertical apparent? On pourrait résoudre les équations pour les images de M et N avec (1) mais on peut à

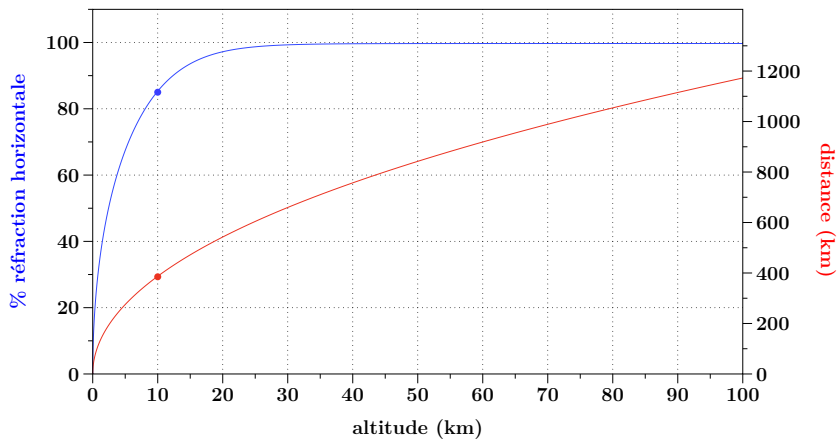


FIGURE 4. Pourcentage de la réfraction horizontale acquise en fonction de l'altitude atteinte par le rayon (bleu), et distance parcourue par le rayon en fonction de l'altitude atteinte (rouge). On a considéré un rayon émis et non arrivant de l'extérieur. La troposphère (altitude $< \approx 10$ km) est responsable de 85 % de la réfraction horizontale et à ce moment le rayon a parcouru près de 400 km.

ce niveau d'approximation se contenter d'un développement linéaire,

$$d\zeta = dz \left(1 + \frac{d\mathcal{R}}{dz}(z) \right) \quad (2)$$

pour exprimer le grandissement angulaire vertical local par

$$\Gamma(z) = \frac{dz}{d\zeta} = \frac{1}{1 + \frac{d\mathcal{R}}{dz}(z)} \quad (3)$$

Il sera utile pour la suite d'introduire la dérivée du grandissement avec la hauteur, qui va caractériser les déformations asymétriques en hauteur avec,

$$\Delta = \frac{d\Gamma}{dh} = -\frac{d\Gamma}{dz} = \Gamma^2 \frac{d^2\mathcal{R}}{dz^2} \quad (4)$$

qui a la dimension de l'inverse d'un angle, et, quand bien même cette grandeur est dite sans dimension, il faut se préoccuper des unités employées dans les calculs numériques. Les signes choisis donnent $\Delta > 0$ dans les conditions usuelles au voisinage du lever/coucher.

Comme pour l'atmosphère terrestre normale on a toujours $d\mathcal{R}(z)/dz > 0$, le grandissement vertical est inférieur à l'unité, et correspond à une compression de l'image par rapport à l'objet dans cette direction. Appliquée au disque solaire dans son ensemble cette compression donne un aplatissement,

$$\mathcal{F}(z) = 1 - \Gamma(z) = \frac{\frac{d\mathcal{R}}{dz}(z)}{1 + \frac{d\mathcal{R}}{dz}(z)} \quad (5)$$

Bien entendu dans toutes ces expressions, il faut utiliser les mêmes unités angulaires pour \mathcal{R} et z dans la dérivée.

Lorsque le grandissement est > 1 , alors l'aplatissement \mathcal{F} est négatif et correspond à un allongement dans le sens de la hauteur. Cela ne se produit pas dans les conditions normales étudiées ici, mais indique qu'avec les deux coefficients Γ et Δ on peut rendre compte de formes du Soleil au lever/coucher très riches, toutes liées à la grandeur et au signe de la dérivée de la réfraction.

Les résultats du calcul, applicables au Soleil, sont donnés dans la table 1, pour une observation au niveau de la mer ou à une altitude de 500 m. Les colonnes donnent la hauteur apparente, la réfraction astronomique et le grandissement pour cette hauteur. On voit qu'au niveau de la mer et au moment du Soleil couchant/levant, le petit axe du disque solaire vaut environ 0,83 fois le diamètre angulaire horizontal, soit $\approx 26'$. C'est un effet très sensible, parfaitement visible sur un cliché ordinaire. Pour une observation du haut d'un promontoire de 500 m, la dépression sous l'horizon est d'environ 2/3 de degré, et lorsque le bord inférieur du Soleil touche l'horizon, le grandissement est 0,78. La figure 5 correspondant à une vue au bord de la mer est en parfait accord avec le calcul théorique. On voit cependant que le contour n'est pas tout à fait symétrique entre les parties supérieure et inférieure, avec un aplatissement plus prononcé sur l'horizon. Ceci correspond à la variation du grandissement sur la dimension du disque solaire, que l'on voit sur la troisième colonne de la table, et on pourrait le caractériser par la dérivée seconde de la réfraction. Nous allons voir dans la section 3 une situation beaucoup plus spectaculaire de cette non-linéarité avec une observation depuis la Station Spatiale.

Le déroulement d'un lever (resp. coucher) est donné de façon très schématique sur la figure 6 pour un observateur au niveau de la mer et un autre à 500 m d'altitude. Le disque orangé circulaire montre la position du Soleil vrai à chaque instant et l'ellipse en jaune donne à peu près son image compressée verticalement pour différentes hauteurs angulaires. Au moment du lever

TABLE 1. Réfraction et aplatissement apparent d'un astre étendu au voisinage de l'horizon. Observateur placé au niveau de la mer ou à une altitude de 500 m et conditions normales de température et pression. Données : hauteur apparente (degrés), réfraction (minutes d'arc), grandissement. La hauteur de $-39,3'$ pour $H = 500$ m correspond à la direction de l'horizon pour cette altitude.

$H = 0$ m			$H = 500$ m		
h	\mathcal{R}	Γ	h	\mathcal{R}	Γ
arcmin	arcmin	-	arcmin	arcmin	-
240.0	11.46	0.966	200.0	12.46	0.959
230.0	11.83	0.964	190.0	12.90	0.957
220.0	12.22	0.962	180.0	13.37	0.954
210.0	12.63	0.960	170.0	13.87	0.951
200.0	13.06	0.957	160.0	14.40	0.948
190.0	13.52	0.955	150.0	14.97	0.944
180.0	14.01	0.952	140.0	15.58	0.941
170.0	14.54	0.949	130.0	16.23	0.937
160.0	15.09	0.946	120.0	16.93	0.932
150.0	15.69	0.942	110.0	17.68	0.928
140.0	16.33	0.938	100.0	18.49	0.923
130.0	17.01	0.934	90.0	19.36	0.917
120.0	17.74	0.930	80.0	20.30	0.911
110.0	18.52	0.925	70.0	21.32	0.904
100.0	19.37	0.919	60.0	22.42	0.897
90.0	20.28	0.914	50.0	23.62	0.889
80.0	21.26	0.907	40.0	24.92	0.880
70.0	22.33	0.900	30.0	26.34	0.871
60.0	23.48	0.893	20.0	27.89	0.861
50.0	24.73	0.885	10.0	29.59	0.849
40.0	26.09	0.876	0.0	31.45	0.837
30.0	27.58	0.866	-10.0	33.50	0.823
20.0	29.20	0.855	-20.0	35.76	0.808
10.0	30.97	0.843	-30.0	38.25	0.792
0.0	32.92	0.831	-39.3	40.82	0.776

le Soleil vrai est totalement sous l'horizon, et de façon encore plus marquée pour l'observateur observant avec une dépression de l'horizon.

2.2.3. *Aplatissement théorique*

Le grandissement Γ et son équivalent l'aplatissement \mathcal{F} peuvent être exprimés en fonction de quelques paramètres physiques d'un modèle d'atmosphère simplifié. On considère tout d'abord la première approximation du rayon lumineux au-delà de la ligne droite sous la forme d'un arc de cercle de courbure κ , comme le faisait déjà J. H. Lambert en 1758 dans son traité sur la *Route de la lumière*.

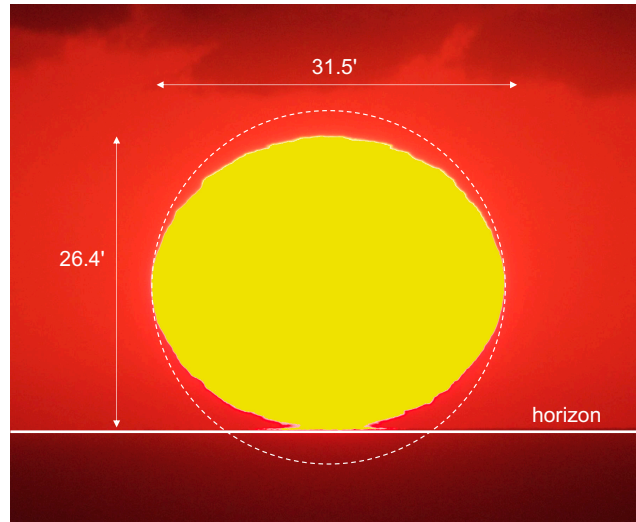


FIGURE 5. Image du Soleil couchant en contact avec l’horizon optique. Un cercle de 31,5’ donne la forme géométrique du Soleil (qui est plus bas sous l’horizon). Le grandissement vertical $\Gamma = 26,4/31,5 \approx 0,83$ (soit ici une compression) est directement relié à la réfraction. (Crédit : F Mignard)

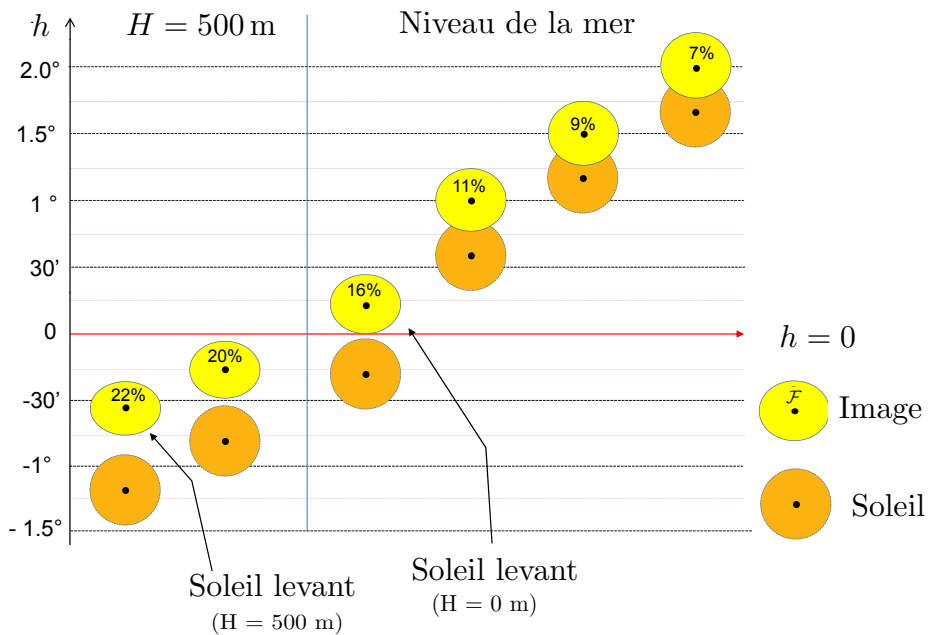


FIGURE 6. Illustration schématique donnant la position et la forme du Soleil vrai et de son image au lever (ou coucher). Les positions relatives montrent bien que le Soleil vrai est totalement sous l’horizon lors du lever/coucher, puis, pour des hauteurs croissantes, le bord supérieur vrai dépasse le bord inférieur de l’image, qui dans le même temps se circularise. La valeur de \mathcal{F} est calculée au centre du Soleil et donnée en pourcentage.

L'application des principes généraux de l'optique géométrique conduit à l'équation différentielle générale des rayons lumineux [3],

$$\frac{d(n\boldsymbol{\tau})}{ds} = \nabla n(\mathbf{r})$$

où $\boldsymbol{\tau}$ désigne le vecteur tangent unitaire le long du rayon lumineux et \mathbf{r} le vecteur position du point courant rapporté au centre de la Terre. En développant on a l'équation équivalente avec le second membre le vecteur unitaire \mathbf{i} le long de la verticale ascendante, prenant en compte la symétrie sphérique,

$$\frac{d(n)}{ds} \boldsymbol{\tau} + n \frac{\mathbf{N}}{\kappa} = \frac{dn}{dH} \mathbf{i}$$

avec \mathbf{N} pour la direction normale au rayon lumineux, $n(H)$ pour l'indice de réfraction en fonction de l'altitude H et κ pour le rayon de courbure. On a noté \mathbf{i} le vecteur unitaire le long de \mathbf{r} . En projetant sur la normale \mathbf{N} et en adoptant les conventions telles que le rayon de courbure soit un scalaire positif, il reste,

$$\frac{n}{\kappa} = \left| \frac{dn}{dH} \right| \sin z$$

Pour un rayon pratiquement horizontal, et toujours dans le cas d'une atmosphère à symétrie sphérique, on a

$$\left| \frac{dn}{dH} \right| = \frac{n}{\kappa} \approx \frac{1}{\kappa} \quad (6)$$

Maintenant, pour un rayon lumineux de rayon de courbure κ , courbé vers le sol, on obtient par des considérations géométriques élémentaires et au premier ordre de la hauteur angulaire h ,

$$\mathcal{R}(h) = \mathcal{R}(0) - \frac{R_{\oplus}/\kappa}{1 - R_{\oplus}/\kappa} h \quad (7)$$

qui donne le taux de variation de la réfraction au voisinage de l'horizon (mais absolument pas la réfraction elle-même) en fonction du rayon de courbure du rayon lumineux et du rayon de la Terre R_{\oplus} . L'indice de réfraction n est donné par la loi empirique de Gladstone-Dale, selon laquelle la réfractivité $(n - 1)$ est proportionnelle à la masse volumique ρ de l'air :

$$n - 1 = (n - 1)_0 \frac{\rho}{\rho_0}$$

avec $(n - 1)_0$ et ρ_0 pour les valeurs au niveau du sol. La troposphère sèche se comporte comme un gaz parfait de masse molaire M constante et on peut écrire,

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T}$$

si P, T désignent la pression et la température à l'altitude H et P_0, T_0 les valeurs normales à $H = 0$. La troposphère standard, durant les premiers dix kilomètres de l'atmosphère, se caractérise par un gradient de température constant²

$$\frac{dT}{dH} = -\gamma = -6,5 \times 10^{-3} \text{K m}^{-1} \quad (8)$$

conduisant à,

$$T = T_0 - \gamma H.$$

En introduisant l'équilibre hydrostatique dans l'atmosphère,

$$\frac{dP}{dH} = -\rho g$$

²L'usage pour l'atmosphère est de le prendre le coefficient γ sous la forme d'un nombre positif, bien que la température décroisse avec l'altitude.

et en combinant avec la loi des gaz parfaits, on obtient rapidement avec l'accélération de la pesanteur g invariable avec l'altitude,

$$P = P_0 \left(1 - \frac{\gamma H}{T_0} \right)^{\frac{Mg}{R\gamma}}$$

et enfin pour la masse volumique,

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\gamma H}{T_0} \right)^{\frac{Mg}{R\gamma} - 1}$$

et l'indice de réfraction en fonction de l'altitude,

$$n - 1 = (n - 1)_0 \left(1 - \frac{\gamma H}{T_0} \right)^{\frac{Mg}{R\gamma} - 1}.$$

Dans ces relations R est la constante des gaz parfaits et jamais le rayon de la Terre. On calcule maintenant le taux de variation de n en $H = 0$,

$$\left(\frac{dn}{dH} \right)_{H=0} = -(n - 1)_0 \frac{Mg}{RT_0} \left(1 - \frac{R\gamma}{Mg} \right) \quad (9)$$

Les valeurs numériques,

$$M = 0,02897 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$R = 8,3143 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$g = 9,807 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$T_0 = 288,15 \text{ K}$$

$$\gamma = 6,5 \times 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$(n - 1)_0 = 0,00027712 \text{ (à la longueur d'onde dans le vide } \lambda = 0,590 \mu\text{m)}$$

conduisent alors à,

$$\left(\frac{dn}{dH} \right)_{H=0} \approx -2,65 \times 10^{-5} \text{ km}^{-1}$$

donnant avec (6) le rayon de courbure en rayon terrestre $\kappa/R_\oplus = 5,896$. En insérant dans (7), on obtient au voisinage de l'horizon,

$$\left(\frac{d\mathcal{R}}{dh} \right)_{h=0} = -\frac{R_\oplus/\kappa}{1 - R_\oplus/\kappa} \approx -0,205$$

et avec (3), cela donne finalement le grandissement théorique de l'image solaire en $z = \pi/2$,

$$\Gamma(z) = \frac{1}{\left(1 + \frac{d\mathcal{R}}{dz}(z) \right)} = 1 - \frac{R_\oplus}{\kappa} \approx 0,83$$

une valeur totalement en accord avec la valeur portée sur la figure 5. Il est tout à fait remarquable d'arriver à une quantité facilement mesurable impliquant une physique élémentaire de l'atmosphère sèche en équilibre hydrostatique. Ainsi l'aplatissement $\mathcal{F}(\pi/2) = 1 - \Gamma(\pi/2)$ est très directement relié à la courbure des rayons lumineux, elle-même l'expression directe du taux de variation de l'indice de réfraction de l'atmosphère. Regardons la sensibilité de l'aplatissement au gradient du modèle de température, pour voir si c'est un paramètre essentiel ou secondaire. On a l'expression théorique avec (9),

$$\mathcal{F}(\pi/2) = \frac{R_\oplus}{\kappa} = (n - 1)_0 R_\oplus \frac{Mg}{RT} \left(1 - \frac{R\gamma}{Mg} \right)$$

où l'on voit que le terme avec le gradient thermique intervient en correction du modèle isotherme, puisque $R\gamma/Mg \approx 0,18$ avec les valeurs standards. Donc l'aplatissement est peu sensible à la valeur précise de ce gradient et augmente légèrement lorsque le gradient est plus faible.

En revanche, il peut se trouver des situations où sur de faibles épaisseurs d'atmosphère le gradient thermique devient très grand négatif ou positif et conduit à des déformations spectaculaires d'une partie ou de l'ensemble du Soleil au lever/coucher. On peut même approcher une quasi-disparition de l'aplatissement pour une décroissance rapide de la température au voisinage de la surface de 34 K km^{-1} , lorsque la décroissance de température compense exactement la diminution de pression avec l'altitude conduisant à une densité constante, donc à un indice de réfraction constant. (Attention à la convention de signe de γ adoptée ici à partir de (8)). Bien entendu ces résultats sont connus depuis bien longtemps et la relation de l'aplatissement avec le rayon de courbure est classique et on trouve une expression équivalente dans [4, Sect. 5].

Le coefficient Γ , apparaît dans plusieurs formules d'optique atmosphérique pour corriger des formules géométriques, équivalentes à la propagation rectiligne, et tenir compte de la courbure des rayons lumineux. Par exemple la distance de l'horizon, ou distance de visibilité, pour un observateur à l'altitude H (avec $H/R_{\oplus} \ll 1$) est donnée par,

$$\mathcal{V} = \left(\frac{2R_{\oplus}H}{\Gamma} \right)^{1/2}$$

et la dépression sous l'horizon par

$$\epsilon = \left(\frac{2H\Gamma}{R_{\oplus}} \right)^{1/2}$$

donc une correction de l'ordre de $1 - \sqrt{0,83} \approx 9\%$ par rapport à la propagation dans le vide avec $\Gamma = 1$. Une manière pratique d'exprimer cela est que l'on peut rendre compte de la réfraction pour la visibilité, avec une propagation rectiligne, mais en prenant une Terre de rayon $R_{\oplus}/\Gamma \approx 7\,700 \text{ km}$ qui est une recette pratique de la marine.

3. La Lune vue proche de l'horizon de l'ISS

3.1. Présentation

La forme ovalisée du Soleil ou de la Lune à leur lever ou coucher, s'écarte significativement d'un cercle, mais demeure très voisine d'une ellipse avec un quasi-centre de symétrie. L'écart à la symétrie est un effet du second ordre, qui apparaît comme une correction à l'effet principal. Dans le cours de la section 2 nous avons vu que l'on pouvait rendre compte de l'effet principal par des approximations linéaires diverses et que le résultat s'accordait remarquablement bien avec les faits. Nous allons envisager maintenant un cas de *réfraction intense* dans lequel on ne peut se passer d'une intégration complète du rayon lumineux dans sa traversée de l'atmosphère. L'adjectif *intense* se rapporte non pas à la grandeur de la réfraction, qui reste modeste avec des rayons toujours faiblement courbés par comparaison à la courbure de la Terre, mais aux variations fortes de la réfraction sur de très faibles étendues angulaires. C'est la situation habituelle dans les phénomènes de mirages, mais ici il n'y a pas de *catastrophes* ou de *singularités* dans les caustiques, et l'imagerie est régulière, avec juste de fortes distorsions.

L'objet est de rendre compte au mieux de l'observation effectuée en 2003 à bord de la Station spatiale d'un coucher de Lune, c'est-à-dire de sa disparition sous l'horizon optique de l'ISS, après une vision au travers de l'atmosphère terrestre. La figure 7 est un montage photographique d'une suite de clichés de la vision de la Lune au travers de l'atmosphère le 16 avril 2003 obtenus pendant une dizaine de secondes depuis la Station spatiale. La dernière image à droite est légèrement coupée dans sa partie basse indiquant le début de la plongée sous l'horizon, et cela permet de matérialiser sa position. Les positions relatives dans le sens horizontal sont arbitraires et proviennent des contraintes du montage. Les positions verticales, qui sont bien plus importantes, ont été reconstruites au sol à partir des données de navigation de la Station et des instants des clichés. On voit immédiatement plusieurs caractéristiques frappantes dans ce montage :



FIGURE 7. Montage photographique du coucher de la Lune observé depuis l’ISS le 16 avril 2003. Les positions verticales ont été reconstituées au sol à partir du mouvement de la Station. (Crédit : Don Pettit, Les Cowley, ISS, NASA)

- La forme du contour de la Lune change de façon importante
- Les contours ne sont pas interprétables avec le seul aplatissement
- L’asymétrie est plus marquée au milieu de la séquence
- L’aplatissement devient considérable à l’horizon
- Les dimensions horizontales ne sont pas ou peu affectées
- Si l’on se fie aux positions verticales, tout se joue sur environ $2\text{--}2,5^\circ$.

Nous allons examiner ces différents points à partir d’un calcul de la traversée complète de l’atmosphère par les rayons lumineux.

3.2. Modélisation physique

3.2.1. Conditions d’observation

La Station spatiale tourne autour de la Terre sur une orbite quasiment circulaire à une altitude de 400 km. Cette valeur est légèrement variable (± 30 km), car l’orbite n’est pas parfaitement circulaire, mais surtout du fait des perturbations venant de la Lune et du Soleil et du frottement atmosphérique. De plus la Station perd constamment de l’altitude et doit être remise à poste régulièrement pour ne pas rentrer dans une zone atmosphérique plus dense qui rendrait la manœuvre impossible. La période de révolution est de 93 minutes, donc les phases de lever/coucher sont 15 fois plus courtes que sur Terre, bien qu’en raison de l’inclinaison de l’orbite de 51° sur l’équateur, la géométrie soit plus compliquée que cette simple composition des rotations. Dans la suite toutes les applications numériques utilisent $H = 400$ km.

Les conditions de l’observation sont schématisées sur la figure 8, avec la Station à 400 km au-dessus du sol et une observation vers l’horizon de l’astronaute. Avec de la géométrie du triangle (propagation en ligne droite), on trouve que l’horizon se trouve à 2 300 km de la Station et que la dépression angulaire est proche de 20° . En fait comme une grande partie de la propagation s’effectue hors de l’atmosphère dense, les calculs purement géométriques sont très proches du résultat optique. La réfraction du rayon rasant vaut $65,5'$, soit exactement le double de la réfraction du rayon horizontal sur Terre au niveau de la mer, puisque le rayon total est la réunion de deux arcs horizontaux partant du point de contact. On a indiqué sur la figure les taux de variation comparatifs de la réfraction pour une observation à l’horizon à bord de l’ISS et au sol : il est 25 fois plus élevé à bord de la station, tout simplement parce que pour une très faible

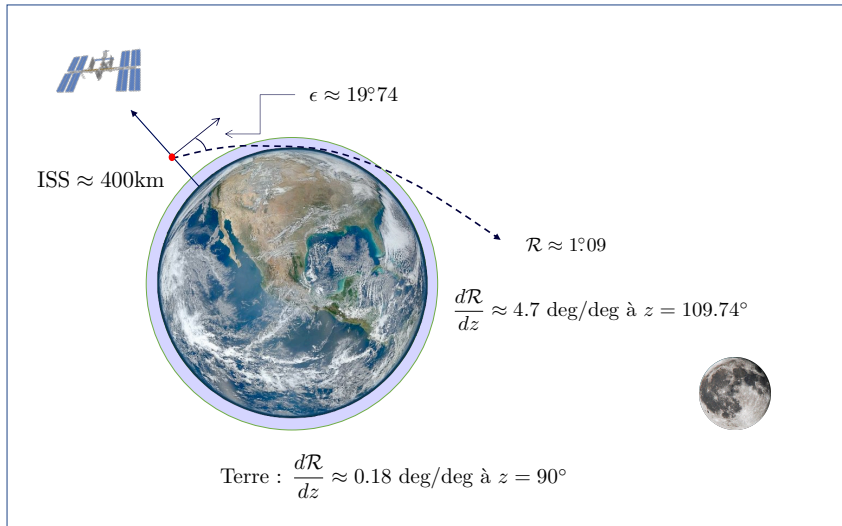


FIGURE 8. Conditions géométriques de l'observation du coucher de Lune à bord de l'ISS. Les échelles verticales et angulaires ne sont pas respectées dans ce schéma pour plus de clarté. La dépression de l'horizon est proche de 20° et la réfraction du rayon rasant la mer est de $65'$. L'horizon se trouve à environ 2 300 km de la station. C'est la variation rapide de la réfraction près de l'horizon comparée au cas de la Terre ($d\mathcal{R}/dz$) qui est à l'origine de la déformation des images de la Lune et non la valeur, relativement modeste, de la réfraction.

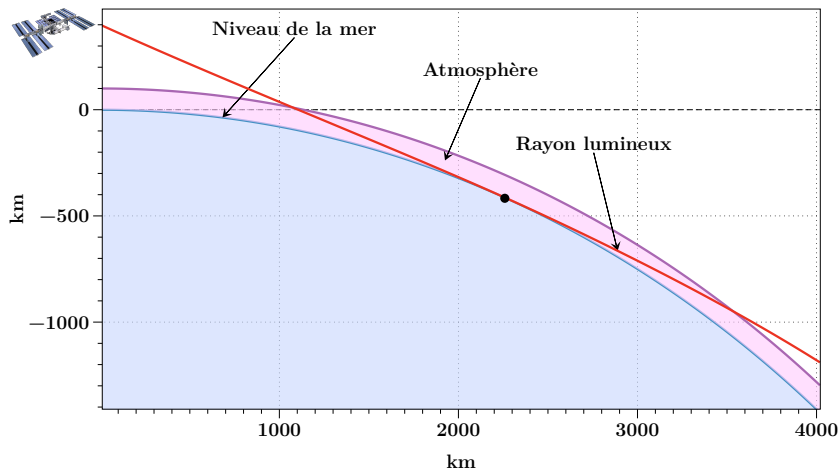


FIGURE 9. Trajet des rayons lumineux rasants atteignant l'ISS. Le rayon lumineux dans l'atmosphère s'étend sur $\approx 2\,500$ km et sur la figure il ne peut se distinguer d'une droite, bien que légèrement courbe. La réfraction totale vaut $65'$ et la distance entre l'ISS et le point de contact sur l'horizon est 2 300 km. Vue de l'ISS l'épaisseur de l'atmosphère contribuant à la réfraction est $< 0,5^\circ$.

variation dans l'orientation initiale du rayon ($< 1^\circ$), la trajectoire évite totalement l'atmosphère et la réfraction disparaît. Les déformations des images seront donc amplifiées dans le même rapport et la zone angulaire efficace réduite en gros dans les mêmes proportions.

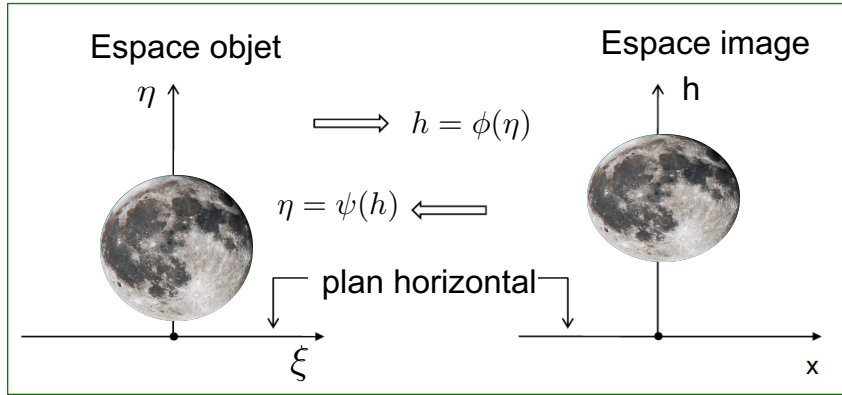


FIGURE 10. Correspondance entre l'objet et l'image dans le cas de l'optique atmosphérique avec une réfraction régulière avec les notations utilisées dans les équations.

La figure 9 donne une vue plus réaliste du trajet du rayon lumineux rasant entre l'ISS, l'horizon et un astre éloigné, hors de l'atmosphère. Comme précédemment le tracé résulte d'une intégration numérique de l'équation différentielle du rayon lumineux selon les lois de l'optique géométrique. De nouveau le rayon est courbe et impossible à distinguer d'une droite sur le schéma. On peut noter que même avec une atmosphère efficace de 50 km d'épaisseur, à 2 300 km de distance l'extension verticale du pinceau ne dépasse pas $1,2^\circ$ et que la réalité est encore inférieure à ce nombre. Il s'ensuit que l'échelle verticale reconstruite sur le montage photographique de la figure 7 n'est pas réaliste et qu'elle doit être divisée par un facteur compris entre deux et trois. On imagine sans peine que la reconstruction *a posteriori* de la hauteur exacte de chaque image en fonction de la date des clichés n'était pas chose facile et pas très importante dans le montage. Le parcours total dans l'atmosphère s'étend sur 2 500 km, soit un arc de 22° en projection sur le sol, bien au-delà des approximations des petits angles utilisées pour les formules de visibilité sur Terre.

3.2.2. Formation de l'image de la Lune

La correspondance entre les plans objet et image est schématisée sur la figure 10, avec les notations des coordonnées dans les deux plans. On recherche l'image du contour d'un disque au travers de l'instrument optique que constitue l'atmosphère représentée par une couche sphérique de faible épaisseur au regard du rayon moyen de la couche. Les équations de la transformation ponctuelle entre les deux systèmes de coordonnées sont très simples pour une réfraction dans le plan vertical,

$$x = \xi \quad (10a)$$

$$h - \mathcal{R}(h) = \eta \quad (10b)$$

et l'équation du contour dans le plan objet est celle d'un cercle

$$(\eta - \eta_0)^2 + \xi^2 = \delta^2$$

avec η_0 la hauteur du centre vrai et δ le rayon angulaire. La figure correspondante dans le plan image est une certaine courbe d'équation

$$f(x, h) = 0$$

qu'il s'agit de calculer pour différentes hauteurs η_0 dans le plan objet. Pour le tracé il est parfois plus simple de considérer la transformation,

$$\begin{aligned}x &= \xi \\h &= \eta + \overline{\mathcal{R}}(\eta)\end{aligned}$$

avec la réfraction $\overline{\mathcal{R}}$ exprimée en fonction de la hauteur vraie (soit implicitement, soit explicitement si cela est possible) au lieu de la hauteur apparente, comme c'est l'usage.

Avec ces transformations on peut transférer les équations paramétriques du disque vrai en équations paramétriques de la forme apparente dans le plan image. C'est la solution adoptée ici pour obtenir par tracé de rayons les contours de la Lune apparente à différentes hauteurs, jusqu'à ce qu'elle touche l'horizon. Ceci a l'avantage d'une méthode numérique pour l'exactitude, mais masque les propriétés qualitatives simples de la forme de l'image. On peut en calculer une bonne approximation qui est utile pour saisir les phénomènes en jeu, même si elle est moins précise que la méthode entièrement numérique.

Soit dans le plan objet l'équation du bord de la Lune considérée comme un disque de rayon angulaire $\delta \approx 0,25^\circ$. L'équation paramétrique de ce cercle est donnée par,

$$\xi = \delta \cos \theta \quad (11a)$$

$$\eta - \eta_0 = \delta \sin \theta \quad (11b)$$

expressions dans lesquelles on a fait figurer la hauteur η_0 du centre du disque lunaire pour utiliser son image comme origine des hauteurs dans le plan image. On insère maintenant (10) dans (11)

$$x = \delta \cos \theta \quad (12a)$$

$$h - h_0 - (\mathcal{R}(h) - \mathcal{R}(h_0)) = \delta \sin \theta \quad (12b)$$

avec h_0 la hauteur de l'image du centre du disque lunaire. Ce point que l'on peut reconstruire à l'intersection de l'axe de symétrie vertical et de l'image du diamètre horizontal, donne une référence pratique pour interpréter les équations. En principe la résolution explicite de (12) en $(x, h - h_0)$ en fonction de θ donne l'équation paramétrique du contour du disque image de la Lune. C'est équivalent à inverser la formule de réfraction, et donc à l'exprimer en fonction de la hauteur vraie. Mais on peut effectuer des développements au voisinage de l'horizon qui seront suffisants pour avoir déjà une très bonne forme de cette image, pratiquement correcte jusqu'à l'horizon. On utilise le fait que la demi-extension de la Lune n'est que de 0.25° et que la réfraction, bien que fortement variable, doit pouvoir être approchée par un développement de Taylor au second ordre sur ce petit changement de hauteur, sans qu'il soit possible d'estimer la qualité de cette approximation, si ce n'est que les contours calculés sont assez proches du résultat numérique final.

On introduit alors,

$$\mathcal{R}(h) - \mathcal{R}(h_0) = (h - h_0) \frac{d\mathcal{R}}{dh}(h_0) + \frac{(h - h_0)^2}{2} \frac{d^2\mathcal{R}}{dh^2}(h_0)$$

et donc,

$$h - h_0 - (\mathcal{R}(h) - \mathcal{R}(h_0)) \approx \frac{h - h_0}{\Gamma_0} - \frac{\Delta_0}{2} \left(\frac{h - h_0}{\Gamma_0} \right)^2 \quad (13)$$

avec les coefficients de grandissement et d'asymétrie (3) et (4) déjà introduits pour le Soleil et pris ici au centre de la Lune. On peut résoudre l'équation (13) du second degré en $(h - h_0)$, ce qui donne la seconde équation paramétrique, solution approximative de (12b),

$$\frac{h - h_0}{\Gamma_0} = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\Delta_0\delta \sin \theta}}{\Delta_0} \quad (14)$$

Les différents contours de la Lune de la figure 12 ont été calculés avec cette équation et $x = \delta \cos \theta$.

On voit que l'expression (14) pose problème pour $\Delta_0 \rightarrow 0$ et n'indique pas au premier coup d'oeil qu'à la limite on retrouve la figure ovale et symétrique comme pour le Soleil. En prenant $\Delta_0 \delta \ll 1$, c'est-à-dire une faible variation du grandissement sur l'étendue du disque lunaire, on peut développer le radical pour avoir les équations,

$$x = \delta \cos \theta \quad (15a)$$

$$h - h_0 = \Gamma_0 \delta \sin \theta \left(1 + \frac{1}{2} \Delta_0 \delta \sin \theta \right) \quad (15b)$$

plus faciles à interpréter. La restriction au premier terme ne fait pas intervenir le coefficient d'asymétrie Δ_0 et est l'équation d'une ellipse de demi-axes $\delta, \Gamma_0 \delta$. C'est bien la figure compressée et symétrique trouvée à la section précédente pour le Soleil. Le terme suivant caractérise les déformations non symétriques et permet en fait de représenter un très grand nombre de formes, en particulier les formes allongées du Soleil que l'on trouve dans des conditions de réfractions anormales près de l'horizon.

À noter qu'à partir de (12) et de (13) on peut obtenir également l'équation cartésienne de la courbe image du disque au même niveau d'approximation,

$$x^2 + \left[\frac{h - h_0}{\Gamma_0} - \frac{\Delta_0}{2} \left(\frac{h - h_0}{\Gamma_0} \right)^2 \right]^2 = \delta^2 \quad (16)$$

beaucoup moins pratique pour effectuer un tracé, mais qui permet de retrouver l'équation de l'ellipse au premier ordre et sa déformation au second ordre. Par exemple appliqué au Soleil levant/couchant, on trouve avec (16) la hauteur du bord supérieur et inférieur,

$$h_{\pm} \approx h_0 \pm \Gamma_0 \delta \left(1 \pm \frac{\Delta_0 \delta}{2} \right) \quad (17)$$

montrant qu'au second ordre, le bord inférieur est plus relevé que le bord supérieur ou de manière équivalente que la moitié supérieure de l'ovale image est moins compressée que la moitié inférieure avec $\Gamma_+ = \Gamma_0(1 + \Delta_0 \delta/2) > \Gamma_- = \Gamma_0(1 - \Delta_0 \delta/2)$ pour les grandissements moyens de chaque moitié d'image et $\Delta_0 > 0$.

Dans ces équations h_0 est l'origine des hauteurs, mais sa véritable position sur le ciel ne peut être connue que par la résolution de l'équation,

$$h_0 - \mathcal{R}(h_0) = \eta_0 \quad (18)$$

avec η_0 la hauteur géométrique du centre de la Lune ou du Soleil.

Les valeurs de la réfraction en fonction de la hauteur apparente, et ses dérivées sous la forme du grandissement et du coefficient d'asymétrie ont été calculées avec une atmosphère standard et une intégration numérique du trajet des rayons lumineux. La réfraction est alors obtenue par comparaison des directions des tangentes aux deux extrémités du rayon. Les résultats sont donnés sous forme graphique avec la figure 11 et sous forme numérique dans la figure 2. La réfraction est représentée avec une échelle logarithmique à partir de $z = 107,5^\circ$, mais on voit qu'elle ne devient significative que sur moins de un degré au-dessus de l'horizon. La courbe est très régulière et on peut trouver des représentations polynomiales de bonne qualité pour faciliter les calculs numériques pour $\mathcal{R}(z)$ et $\overline{\mathcal{R}}(\zeta)$. Par exemple, avec la réfraction en minutes d'arc :

$$\log \mathcal{R}(z) \approx 1,809 - 1,4244s - 2,6319s^2 + 2,0238s^3 - 0,46534s^4$$

$$\log \overline{\mathcal{R}}(\zeta) \approx 1,9627 - 0,95467s + 1,1956s^2 - 0,89543s^3 + 0,14277s^4$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{R} \text{ en minutes d'arc, } s \text{ en degrés} & \quad s = 109,75 - z, \quad s \in [0^\circ, 2,5^\circ] \text{ pour } \mathcal{R}(z) \\ & \quad s = 111,00 - \zeta, \quad s \in [0^\circ, 2,5^\circ] \text{ pour } \overline{\mathcal{R}}(\zeta) \end{aligned}$$

La figure 11 donnant le grandissement et le coefficient d'asymétrie est fort intéressante. Le premier décroît régulièrement à partir de $z \approx 108,8^\circ$ jusqu'à l'horizon, où la compression est considérable avec $\Gamma < 0,2$ soit une dimension verticale de la lune n'atteignant pas $0,1^\circ$. Le coefficient d'asymétrie a une allure assez surprenante, avec un passage par un maximum et une oscillation, ce qui correspond bien à la troisième remarque faite à propos de la séquence de la figure 7.

3.2.3. Résultats sur les images

Les calculs du contour apparent du disque lunaire lors du coucher à bord de l'ISS ont donc été effectués soit avec le modèle analytique approché, soit par des tracés de rayons partant du disque vrai. Les résultats sont rassemblés dans deux séries de figures :

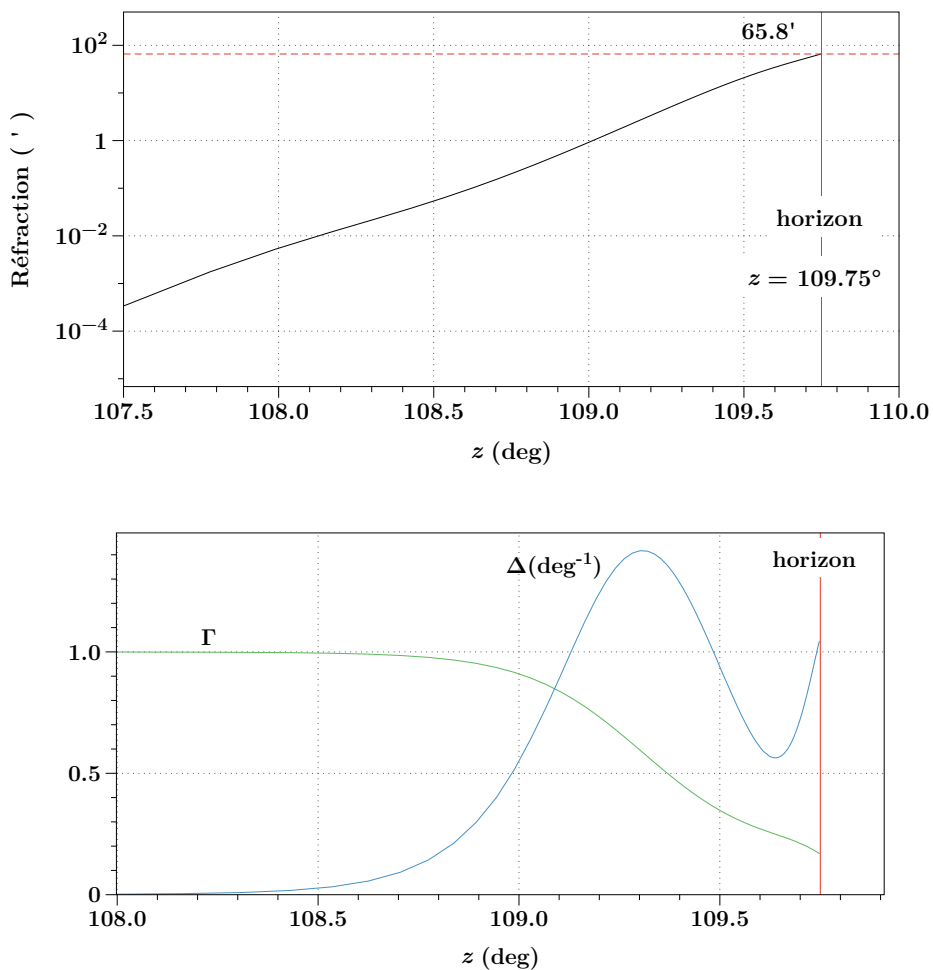


FIGURE 11. Réfraction dans l'atmosphère terrestre depuis la Station spatiale. Haut : valeurs de la réfraction en fonction de la distance zénithale apparente jusqu'à l'horizon optique. Axe de \mathcal{R} logarithmique. La réfraction n'est notable que sur moins de 1 degré de hauteur, juste au-dessus de l'horizon. Bas : valeurs du grandissement Γ et du coefficient d'asymétrie Δ (voir le texte) en fonction de la distance zénithale apparente jusqu'à l'horizon optique.

- (1) la figure 12 pour la solution approximative utilisant les valeurs de Γ_0 et Δ_0 au centre de la Lune
 (2) les figures 13–14 pour la solution purement numérique.

Globalement cela reproduit très correctement les clichés de la figure 7, en particulier l'alternance entre une forme symétrique et asymétrique, puis symétrique au coucher. La grandeur de l'aplatissement lors du contact du bord inférieur avec l'horizon est également retrouvée dans les deux calculs. Cependant l'approximation analytique accentue trop fortement la déformation de la Lune au milieu de la séquence, indiquant qu'il faudrait poursuivre le développement à un ordre supérieur. Mais la relative économie de moyens mis en oeuvre permet de rendre compte du phénomène mieux que qualitativement.

Les résultats numériques sont clairement plus proches de l'observation, bien que la déformation calculée autour de $z = 109,2^\circ - 109,3^\circ$ semble insuffisante. On a figuré dans les premières images le contour et la position de la Lune vraie, qui montrent bien que l'aplatissement ne provient pratiquement que du relèvement du bord inférieur, ce qui est compréhensible pour un objet de $0,5^\circ$ d'extension verticale et une zone réfractive de dimension comparable. Sur les quatre dernières images, tout près de l'horizon, la Lune est sous l'horizon et n'est pas figurée. La dernière

TABLE 2. Réfraction au voisinage de l'horizon de la Station spatiale. Observateur placé à 400 km d'altitude. Le grandissement $0 < \Gamma < 1$ indique donc une compression locale des images autour d'un point de l'espace objet. Le coefficient d'asymétrie Δ est le taux de variation du grandissement par degré de hauteur. La réfraction est concentrée dans une toute petite gamme d'angles très proches de l'horizon et son gradient est très élevé. La valeur à l'horizon est bien égale à deux fois la réfraction horizontale de la table 1 pour $H = 0$ m.

$H = 400$ km							
z deg	\mathcal{R} arcmin	Γ -	Δ deg ⁻¹	z deg	\mathcal{R} arcmin	Γ -	Δ deg ⁻¹
108.00	0.01	1.000	0.002	108.90	0.49	0.952	0.302
108.05	0.01	0.999	0.002	108.95	0.67	0.934	0.409
108.10	0.01	0.999	0.003	109.00	0.92	0.911	0.519
108.15	0.01	0.999	0.003	109.05	1.27	0.879	0.701
108.20	0.01	0.999	0.004	109.10	1.76	0.840	0.886
108.25	0.02	0.999	0.006	109.15	2.43	0.791	1.073
108.30	0.02	0.998	0.007	109.20	3.37	0.732	1.243
108.35	0.03	0.998	0.010	109.25	4.65	0.667	1.365
108.40	0.03	0.997	0.013	109.30	6.40	0.597	1.417
108.45	0.04	0.997	0.017	109.35	8.74	0.527	1.389
108.50	0.05	0.996	0.024	109.40	11.84	0.459	1.285
108.55	0.07	0.994	0.032	109.45	15.85	0.399	1.126
108.60	0.09	0.992	0.044	109.50	20.91	0.347	0.938
108.65	0.12	0.990	0.061	109.55	27.14	0.305	0.752
108.70	0.15	0.986	0.084	109.60	34.58	0.271	0.608
108.75	0.20	0.981	0.117	109.65	43.27	0.242	0.571
108.80	0.27	0.974	0.161	109.70	53.46	0.211	0.727
108.85	0.36	0.965	0.221	109.75	65.80	0.169	1.043

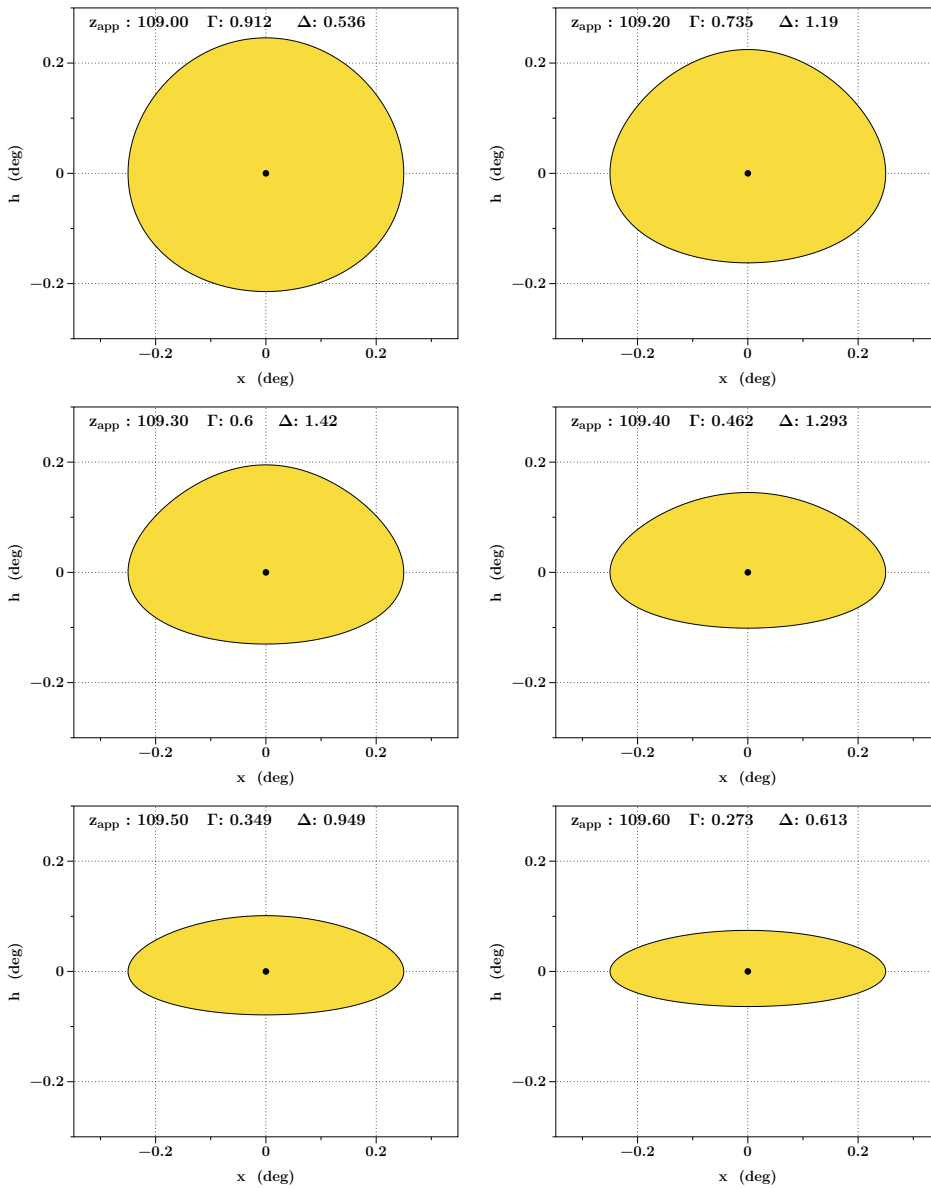


FIGURE 12. Forme de la Lune vue de l'ISS calculée par la méthode approchée du développement au second ordre des déformations des équations (12),(13), (14). La valeur de z_{app} est celle de la distance zénithale apparente du rayon qui aboutit au centre du disque lunaire, figuré par le point noir à l'origine des coordonnées. Les hauteurs h des figures sont repérées par rapport à la ligne horizontale passant par ce point et dans l'entête Γ et Δ sont au centre du disque lunaire avec Δ en deg^{-1} . La dernière image (bas-droite) est très voisine du coucher.

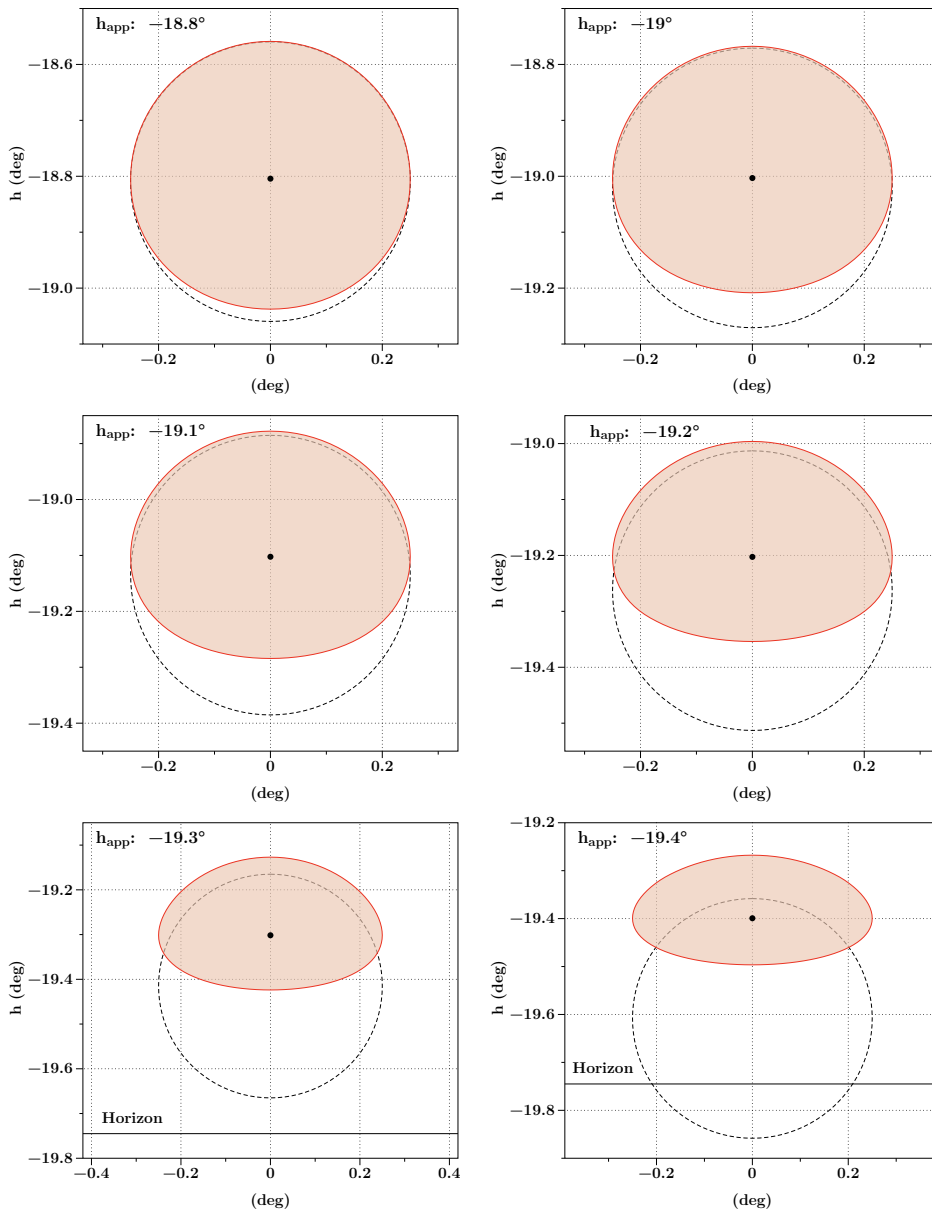


FIGURE 13. Forme de la Lune vue de l’ISS calculée par la méthode de tracés de rayons au travers de l’atmosphère. La valeur de h_{app} est celle de la hauteur apparente du rayon qui aboutit au centre du disque lunaire, figuré par le point noir. La position de la Lune vraie figurée par le cercle en tirets confirme bien la prépondérance de l’effet sur le bord inférieur.

image est celle du coucher du bord inférieur et est identique à celle du cliché à bord de l’ISS.

Finalement, la figure 15 reconstitue la séquence de la figure 7. La seule différence notable, mais essentielle, réside dans l’extension verticale dont nous avons déjà noté qu’elle posait un problème. La séquence ISS n’étant pas datée il est impossible de réaliser un échantillonnage exactement identique et par défaut ces reconstructions sont à pas régulier en hauteur vraie.

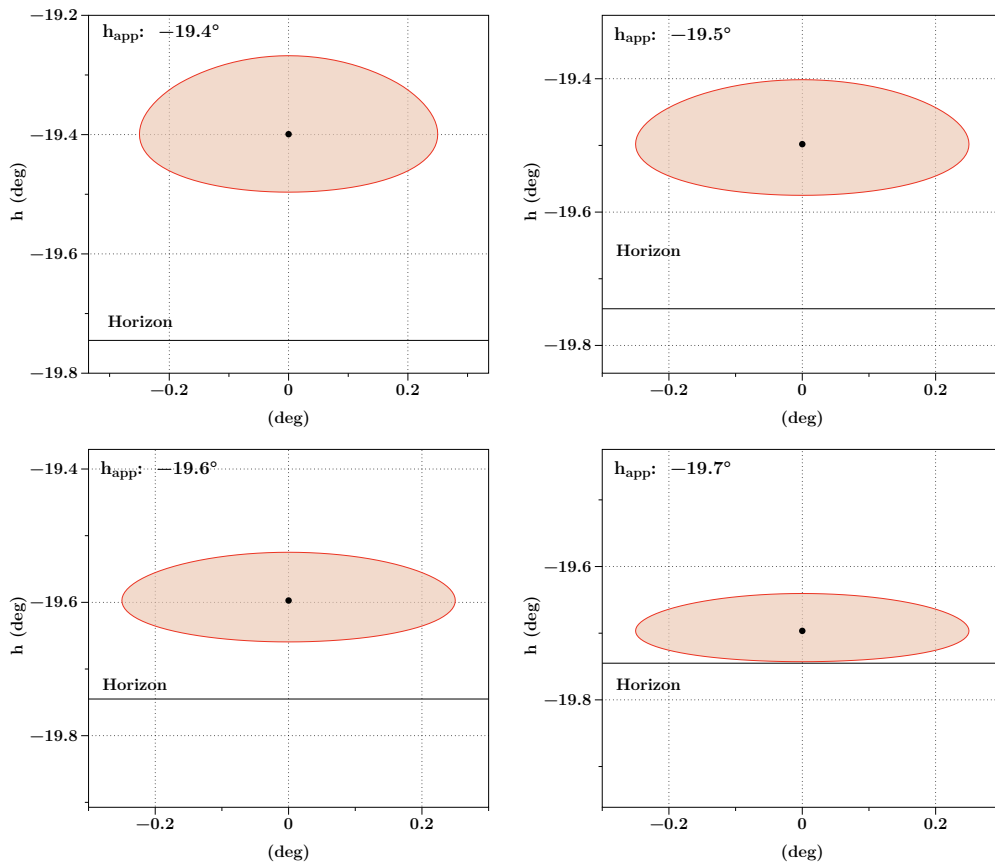


FIGURE 14. Forme de la Lune vue de l'ISS calculée par la méthode de tracés de rayons au travers de l'atmosphère. La valeur de h_{app} est celle de la hauteur apparente du rayon qui aboutit au centre du disque lunaire, figuré par le point noir.

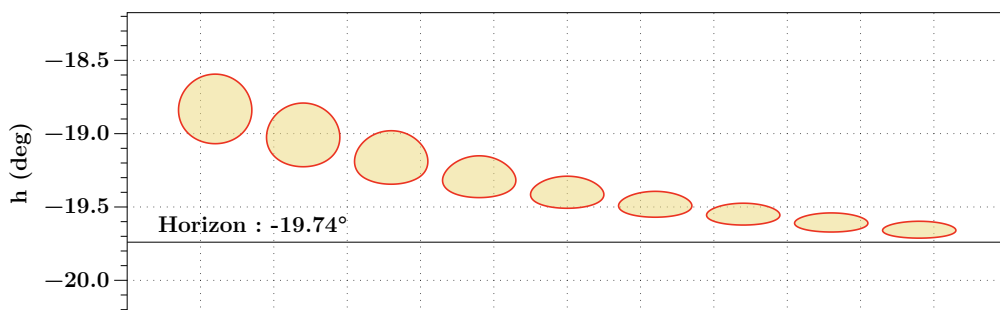


FIGURE 15. Phases d'un coucher de la Lune depuis la Station Spatiale calculées à partir de la réfraction atmosphérique. Les positions verticales sont à la bonne échelle angulaire, alors que le positionnement en azimut est arbitraire. On voit plus clairement que l'extension verticale totale à partir du début de la déformation est inférieure à un degré.

4. Conclusion

Nous avons montré dans ces deux sections comment une modélisation relativement élémentaire permet d'interpréter quantitativement deux phénomènes résultant de la réfraction de la lumière dans l'atmosphère terrestre, au voisinage de l'horizon. Le cas de l'aplatissement solaire est classique, (voir par exemple [5, 6]), mais rarement étudié au-delà de l'interprétation qualitative. On voit qu'avec une table de la réfraction bien échantillonnée on peut le proposer à des étudiants en physique ou en astronomie. L'application plus complexe à la Station spatiale est unique et à ma connaissance n'a pas fait l'objet d'une simulation numérique permettant de rendre compte avec précision des déformations complexes apparaissant durant le coucher de l'astre, à l'exception d'une étude visionnaire de 1963 [7] qui envisageait des couchers de Soleil depuis l'espace, mais en ne considérant que la valeur de l'aplatissement. Les calculs ont permis également de montrer que l'image utilisée pour la communication de la NASA présentait un sérieux problème dans l'échelle verticale.

Conflit d'intérêt

L'auteur n'a pas de conflit d'intérêts à déclarer.

Remerciements

Je remercie Luc Dettwiller pour sa relecture très soignée de la version initiale de ce document et pour l'ensemble de ses remarques constructives qui ont bien amélioré la cohérence de l'ensemble.

TABLE 3. Notations utilisées dans ce document

Symbole	Grandeur	Unités
ζ, z	distances zénithales vraie et apparente	°
z_{app}	distance zénithale apparente (incluant la réfraction)	°
η, h	hauteurs angulaires vraie et apparente	°
H	altitude au dessus du niveau de la mer	m, km
R_{\oplus}	rayon moyen de la Terre (6371 km)	km
ξ, η	coordonnées cartésiennes dans le plan objet	deg
x, h	coordonnées cartésiennes dans le plan image	deg
T	température absolue	K
P	pression atmosphérique	Pa
R	constante des gaz parfaits	$\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
ρ	masse volumique de l'air	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
γ	gradient de température dans la troposphère ($-dT/dz$)	$\text{K} \cdot \text{km}^{-1}$
n	indice de réfraction de l'air	-
\mathcal{R}	réfraction atmosphérique ($\mathcal{R}(z), \mathcal{R}(h)$)	°, '
κ	rayon de courbure des rayons lumineux	km
Γ	grandissement d'une image	-
\mathcal{F}	aplatissement apparent du Soleil ($= 1 - \Gamma$)	-
Δ	facteur d'asymétrie d'une image	deg^{-1}

Références

- [1] R. D. Sampson, E. P. Lozowski, A. E. Peterson, « Comparison of modeled and observed astronomical refraction of the setting Sun », *Appl. Opt.* **42** (2003), n° 3, p. 342-353.
- [2] F. Mignard, « Les tables de réfraction astronomique », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 133-178.
- [3] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, Oxford et New York, 1975.
- [4] L. Dettwiller, « Panorama historique de l'étude de la réfraction astronomique : une histoire méconnue entre optique, mathématiques et géodésie », *C. R. Phys.* **23** (2022), n° S1, p. 13-62.
- [5] A. T. Young, « Sunset Science. IV. Low-Altitude Refraction », *Astronomical Journal* **127** (2004), n° 6, p. 3622-3637.
- [6] Z. Néda, S. Volkán-Kacsó, « Flatness of the setting Sun », *Am. J. Phys.* **71** (2003), n° 4, p. 379-385.
- [7] W. S. Cameron, J. H. Glenn, M. S. Carpenter, J. A. O'Keefe, « Effect of refraction on the setting sun as seen from space in theory and observation », *Astron. J.* **68** (1963), n° 5, p. 348-351.