



ACADÉMIE
DES SCIENCES
INSTITUT DE FRANCE

Comptes Rendus

Physique

Julien Bok

Une incursion en sociologie

Volume 26 (2025), p. 1-5

En ligne depuis le 7 janvier 2025

<https://doi.org/10.5802/crphys.224>

 Cet article est publié sous la licence
CREATIVE COMMONS ATTRIBUTION 4.0 INTERNATIONAL.
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



*Les Comptes Rendus. Physique sont membres du
Centre Mersenne pour l'édition scientifique ouverte*
www.centre-mersenne.org — e-ISSN : 1878-1535



Histoire des sciences et des idées / *History of Sciences and Ideas*

Une incursion en sociologie

An incursion into sociology

Julien Bok^a

^a Professeur émérite, Université PSL, Paris, France

Courriel : julien.bok@orange.fr

Résumé. A partir d'une remarque de John von Neumann sur la difficulté d'administrer N personnes qui suggère qu'elle provient essentiellement des interactions 2 à 2, nous définissons une fonction « difficulté » d'une organisation. L'optimisation de cette organisation est obtenue en minimisant cette fonction. On obtient ainsi différentes structures hiérarchiques selon la discipline qui y règne. Nous présentons également une étude de la « puissance » d'une organisation hiérarchisée. Nous comparons enfin ces résultats à des études sociologiques d'entreprises existantes. Certaines analogies avec des théories physiques sont soulignées.

Abstract. Based on a remark by John von Neumann about the difficulty of managing N people, which suggests that it arises essentially from 2-to-2 interactions, we define a “difficulty” function of an organization. The optimization of this organization is obtained by minimizing this function. This leads to different hierarchical structures depending on the discipline maintained. We also present a study of the “power” of a hierarchical organization. Finally, we compare these results with sociological studies of existing companies. Some analogies to physical theories are highlighted.

Mots-clés. Structures hiérarchiques, Difficulté, Puissance d'une organisation hiérarchisée.

Keywords. Hierarchical structures, Difficulty, Power of a hierarchical organization.

Manuscrit reçu le 24 septembre 2024, accepté le 22 novembre 2024.

Gérard Toulouse a toujours été intéressé par l'organisation des laboratoires et équipes de recherche et par le rôle, souvent trop important, des « patrons ». Nous avons de longues discussions à ce sujet. Il est venu me dire, un jour, avoir lu les mémoires de Stanislas Ulam, responsable de l'équipe mathématique du projet « Manhattan » et intitulé *Adventures of a mathematician* et me l'a fortement conseillé. J'ai lu cet ouvrage et un passage m'a particulièrement impressionné. Il cite John Von Neumann [1] qui dit : « When I became chairman of the mathematics department at the University of Colorado, I noticed that the difficulties of administering N people were not really proportional to N but to N^2 . This became my first administrative theorem. »

Le théorème de Von Neumann remarquant que la difficulté d'administrer N personnes varie comme N^2 suggère que cette difficulté provient des interactions des personnes 2 à 2. En toute rigueur, le nombre de contacts binaires est $(1/2)N(N-1)$, pour les grands nombres la variation sera en N^2 . Cette difficulté limite à notre avis la taille des groupes sociaux, provoque des divisions en cellules plus petites et la constitution de structures hiérarchiques. Les biologistes ont remarqué que la forte densité d'individus de la même espèce dans un milieu donné crée une grande intensité des relations et détermine une excitation des activités et une taille maximum des colonies indépendamment des ressources alimentaires disponibles. De même, la corrélation entre la densité de la population et les formes de la propriété a été notée par les sociologues. H. Janne dans

son ouvrage *Le système social* [2] cite de nombreux exemples. En particulier, celui de l'occupation de l'ouest américain par les colons.

La « difficulté » définie comme proportionnelle au nombre d'interactions possibles diminuera évidemment si on scinde la population en groupes, les individus n'interagissant qu'à l'intérieur des groupes et les groupes entre eux comme entités globales. On peut ainsi définir une fonction difficulté D pour une structure hiérarchique quelconque. Nous posons alors en principe que l'état d'équilibre est obtenu en minimisant la difficulté D . Cette démarche est inspirée des théories physiques et plus particulièrement de la thermodynamique qui repose sur des principes variationnels. L'état d'équilibre d'un système d'atomes ou de molécules est obtenu en cherchant les minima ou les maxima de certaines fonctions thermodynamiques comme l'énergie libre, l'entropie, etc. Nous avons nommé cette démarche : « Principe de moindre difficulté ».

Ce modèle conduit naturellement à prédire des effets non réversibles (hystérésis), liés au caractère discret du nombre d'échelons hiérarchique p , lorsque le nombre total d'individus N varie : la structure d'une organisation dépend de son histoire.

Pour illustrer ce principe, considérons d'abord un ensemble de N sujets. Quand le nombre N augmente, il se divise en N_1 groupes contenant chacun N_0 individus ($N = N_0 N_1$). La difficulté totale sera alors la somme de deux termes, provenant d'une part des heurts intragroupes et d'autre part des heurts intergroupes. En supposant, pour simplifier, que ces deux types de heurts créent la même difficulté, on obtient (en appliquant la loi approchée en N^2) :

$$D = N_0^2 \times N_1 + N_1^2 = N_0^2 \frac{N}{N_0} + \left(\frac{N}{N_0} \right)^2$$

En minimisant, par rapport à la taille des groupes N_0 :

$$\frac{\partial D}{\partial N_0} = N - 2 \frac{N^2}{N_0^3} = 0$$

on obtient comme valeur à l'équilibre :

$$N_0 = (2N)^{1/3} = 1,26N^{1/3} \quad \text{et} \quad D = 1,9N^{4/3}$$

On voit que l'introduction d'un échelon hiérarchique fournit la possibilité de réduire la difficulté totale D qui varie en $N^{4/3}$ au lieu de N^2 . Si nous considérons, par exemple, un laboratoire de 45 chercheurs, on constate qu'il se divise en équipes plus petites. Les formules précédentes donnent l'état d'équilibre correspondant à la difficulté minimum : une dizaine d'équipes comprenant en moyenne 4,5 individus. De telles structures existent. De nombreux laboratoires de recherche se divisent en équipes de 4 ou 5 chercheurs.

Nous avons montré dans un article publié dans la *Revue française de sociologie* [3] que nous pouvons calculer la difficulté D pour une population N et un nombre d'échelons hiérarchiques p quelconque (Figure 1). En minimisant D , nous trouvons une très grande richesse de structures hiérarchiques. Ce modèle mathématique repose évidemment sur des hypothèses très simples mais très générales; son application à des systèmes sociaux réels pose donc quelques problèmes. Il s'agit d'un modèle théorique, et seuls les chercheurs en sciences sociales, si ils s'y intéressent, peuvent vérifier si il s'applique à des réalités. Les calculs détaillés sont donnés dans l'article cité ci-dessus pour les lecteurs intéressés.

Puissance d'une organisation

La plupart des organisations ou systèmes sociaux grossissent, car ils pensent ainsi accroître leur puissance. Si a est l'activité d'un individu, l'activité de l'ensemble devrait être Na . Malheureusement la difficulté due aux heurts croît également avec N . La puissance effective de l'organisation peut alors s'évaluer par la formule : $P = Na - D/d$, où d est un facteur traduisant

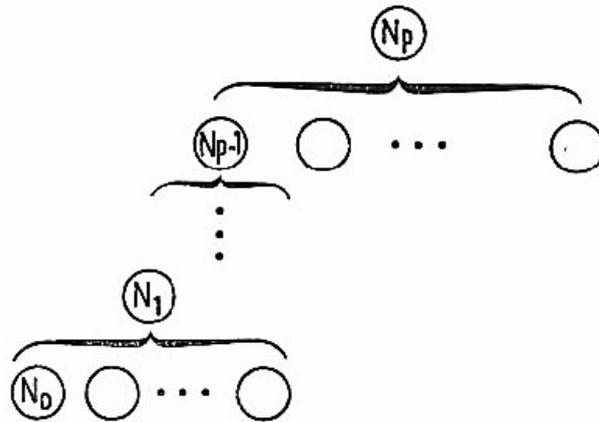


FIGURE 1. Schéma destiné à illustrer la définition des nombres N_r , $0 \leq r \leq p$, dans une hiérarchie à p échelons.

l'influence des heurts sur le travail des individus. d peut être appelé « discipline » de la structure. On voit l'influence primordiale de la discipline. Elle permet de diminuer l'effet de la difficulté. Le calcul détaillé de la puissance est donné dans notre article [3].

Les principaux résultats obtenus sont les suivants :

- Si une organisation croît en conservant sa structure hiérarchique, sa puissance, après être passée par un maximum, décroît rapidement. Pour une taille critique N_c , les querelles internes réduisent l'organisation à l'impuissance totale (Figure 2).
- Pour une organisation bénéficiant d'une structure idéale, chaque échelon supplémentaire dans la hiérarchie divise par 2 l'activité par individu.
- pour d grand, une structure pyramidale avec de nombreux échelons augmente rapidement la puissance P . Notre formule mathématique illustre le vieil adage « la discipline fait la force principale des armées ».
- Ce modèle conduit naturellement à prédire des effets non réversibles (hystérésis), liés au caractère discret du nombre d'échelons hiérarchiques p , lorsque le nombre total d'individus N varie : la structure d'une organisation dépend de son histoire.

On peut définir une difficulté minimum par individu :

$$\mu = \frac{\partial D}{\partial N}$$

pour une puissance optimum. On obtient $\mu = ad$.

Discussion générale

Du point de vue d'un physicien, il est intéressant de souligner certaines analogies. Poser en point de départ de la théorie un principe variationnel rappelle une démarche fréquente en physique, notamment en thermodynamique et physique statistique. La difficulté totale D et la difficulté marginale μ jouent des rôles analogues à l'énergie libre et au potentiel chimique. L'analogie entre la quantité puissance P et le grand potentiel de l'ensemble grand canonique est également claire. Par ailleurs l'existence de points fixes et de lois de puissance avec exposants rappelle la théorie du groupe de renormalisation.

Notre modèle est évidemment un peu abstrait et simpliste. Les interactions entre individus sont très variées et pas toutes négatives. On peut faire une comparaison avec la théorie des gaz

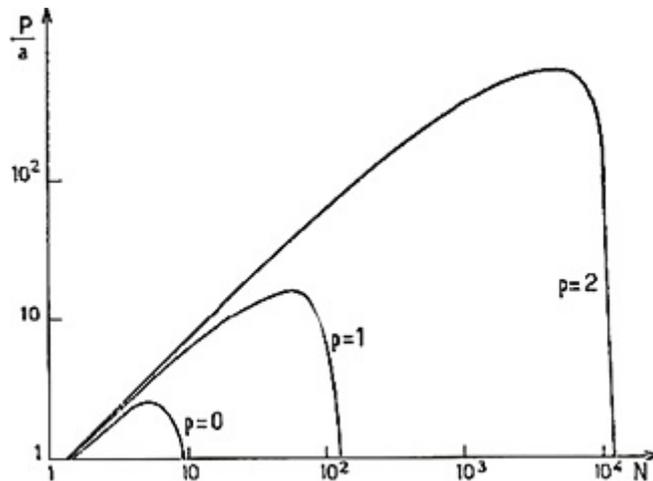


FIGURE 2. Diagramme $P/a(N, p)$ en fonction de N pour les valeurs $p = 0$, $p = 1$ et $p = 2$.

parfaits en mécanique statistique. Dans cette théorie, on néglige l'interaction entre les molécules du gaz. Cependant, si l'on compare les prédictions de la théorie aux résultats expérimentaux, l'accord est convenable pour les relations entre des grandeurs mesurables comme la température, la pression, la densité, etc. La théorie a été ensuite améliorée en tenant compte des interactions entre atomes et molécules. Notre théorie de la difficulté peut donc être considérée comme une première approche susceptible d'amélioration.

Nous avons reçu un accueil favorable de la part de nos collègues sociologues qui ont accepté de publier notre travail dans la *Revue française de sociologie* [3]. Cette publication a eu un certain impact. Nous avons eu de nombreux retours et des invitations à participer à plusieurs congrès de sociologie. Notre modèle est en accord avec des travaux de sociologues.

Notre analyse peut s'appliquer à l'optimisation de la structure d'une entreprise en vue d'une production maximum, comme l'a noté Woodward [4]. Pugh et ses collaborateurs ont noté l'importance de la taille et du nombre d'employés sur la structure d'une entreprise [5]. Encore une fois, notre théorie n'est qu'une première approximation susceptible d'améliorations.

En conclusion, je voudrais dire combien il a été agréable pour moi de travailler avec Gérard. C'était un scientifique de grand talent et d'une culture très vaste dans de nombreux domaines. Nos nombreuses discussions ont été très fructueuses pour moi. Elles ont porté essentiellement sur des problèmes de physique. En particulier sur les systèmes désordonnés comme les verres de spins. Les travaux de Gérard font autorité dans ce domaine et sont décrits dans d'autres articles de cette revue. Notre incursion en sociologie nous a beaucoup amusé. La disparition de Gérard a été une grande perte, pour moi, d'un ami très cher et pour la science d'un grand savant.

Déclaration d'intérêts

L'auteur ne travaille pas, ne conseille pas, ne possède pas de parts, ne reçoit pas de fonds d'une organisation qui pourrait tirer profit de cet article, et n'a déclaré aucune autre affiliation que leur organisme de recherche.

Références

- [1] S. M. Ulam, *Adventures of a Mathematician*, Charles Scriber's Sons, New York, 1976, 317 pages.
- [2] H. Janne, *Le système social : essai de théorie générale*, Editions de l'Institut de Sociologie de l'Université libre de Bruxelles, Bruxelles, 1968, 575 pages.
- [3] G. Toulouse, J. Bok, « Principe de moindre difficulté et structures hiérarchiques », *Rev. Fr. Sociol.* **19** (1978), n° 3, p. 391-406.
- [4] J. Woodward, *Industrial Organization : Theory and Practice*, Oxford University Press, Oxford, 1965.
- [5] D. S. Pugh, J. D. Hickson, C. R. Hinings, C. Turner, « Dimensions of organization structure », *Adm. Sci. Q.* **14** (1969), p. 91-144.